

平成 21 年 5 月 25 日現在

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2008

課題番号：19740229

研究課題名 (和文) 乱流統計理論の宇宙規模流体への展開

研究課題名 (英文) Application of the statistical theory of turbulence to astrophysical fluid turbulence

研究代表者

吉田 恭 (YOSHIDA KYO)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・助教

研究者番号：30335070

研究成果の概要：

太陽風乱流などの簡単なモデルとなる一様磁場の下での一様電磁流体 (MHD) 乱流について、一様磁場を等方性乱流への摂動として現象論的解析を行い、大スケールの場合 (一様磁場) の影響が小スケールの乱流統計にまで深く浸透するという、通常流体の乱流とは異なる性質が示唆された。この性質は、MHD 乱流の数値シミュレーションによっても検証された。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,100,000	0	1,100,000
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,200,000	330,000	2,530,000

研究分野：非平衡統計物理・流体物理

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：乱流、電磁流体、シミュレーション、非平衡系

1. 研究開始当初の背景

水や空気などの通常流体の乱流は、力学系として(1)巨大自由度、(2)強い非線形性、(3)非平衡性、という特徴を持つ。(1)の性質より統計的な扱いが有効であると考えられるが、(3)の性質のため平衡系統計力学は使えない。既に体系づけられ様々な系に応用されている平衡系の熱力学・統計力学と比べると、乱流に関しては現象論も統計力学的アプローチも未熟である。しかし、Richardsonのエネルギー・カスケード描像(1920年代)、Kolmogorovの理論(1941年)、Kraichnanの

場の理論的解析(1959年以降)など、一定の成果は得られている。また近年の計算機性能の著しい向上により、流体の基礎方程式の直接数値シミュレーション(DNS)が(1)の性質をある程度反映できる規模で行えるようになっており、そこから様々な知見が得られている。

そこで、通常流体の乱流のみならず、上記(1)---(3)の性質を持つ幅広いクラスの力学系について、乱流研究で培われてきた物理的描像、解析手法が適用できる可能性が考えられる。実際、研究代表者は、低温ヘリウ

ムの超流動成分や Bose-Einstein 凝縮体などの量子流体系についてその乱流の数値シミュレーションを行い、通常流体乱流との共通点、相違点などの研究を行っていた。

ここで、太陽内部や太陽風から宇宙の大規模構造に至るまでの宇宙規模流体の乱流においても、乱流研究の物理的描像および解析手法が応用できると期待される。従来、宇宙物理の分野でも、これらの系は精力的に研究されているが、乱流研究における物理的描像や解析手法は、まだ十分に活かされていなかった。

太陽内部や太陽風のプラズマなどは、適切な近似のもと電磁場と相互作用する電導流体として扱われ、その運動は電磁流体 (MHD) 方程式で記述される。MHD 乱流の統計的性質の理解については、通常流体の乱流のそれに比して、なお未熟である。エネルギーカスケード描像が成立するか、Kolmogorov の理論のように小スケールにおける普遍性、一様等方性は存在するのか、エネルギースペクトルのべき則はどのようになっているのか、通常流体の乱流では一定の理解が得られているこれらの問題について、MHD 乱流においては未だ議論の対象である。

自己重力系の研究においては、MHD 乱流以上に従来の乱流との関係が不明であり、通常流体の乱流理論をとっかかりに、その理解を進めることが必要だろうと思われる。

2. 研究の目的

従来の宇宙物理での研究においては、観測されている現実にある系の説明に主眼が置かれることが多いが、本研究では、本質を失わない範囲で単純な設定を行い、その下での系の統計力学的性質を捉えることを目的とする。

具体的には、(i)流体場と電磁場のみが相互作用する MHD (電磁流体)、(ii)流体場と重力場のみが相互作用する自己重力系の連続場モデル、それぞれの系の乱流について、数値シミュレーションと場の理論的解析により、その統計的性質を明らかにする。

特に、MHD 乱流については、太陽風に相当する状況を理想化して、一様磁場のかかった一様 MHD 乱流を考える。一様磁場が乱流の統計に与える影響を調べ、乱流の小スケールにおける非等方性の性質が、通常流体の乱流とそれとどのように類似してまた異なっているか調べる。

3. 研究の方法

MHD 乱流、自己重力系乱流において、太陽

風など宇宙空間での乱流に相当するパラメタなどの条件を検討し、数値シミュレーションを行う。また、そのデータの理論的解析を行う。

太陽風などにおいては、大スケールで一様方向に磁場がかかっており、その場合小スケールにおける乱流が、大スケールの影響を受けて統計的に非等方になることが考えられる。研究代表者らは、すでに一様等方性 MHD 乱流について、場の理論的研究を行っている。本研究では、そこから一様磁場を摂動として扱い、非等方スペクトルの解析を行う。また、一様磁場の加わった MHD 乱流の直接数値シミュレーション (DNS) を行い、理論との比較を行う。

自己重力系の連続モデルについては、その適切なモデルの理論考察を行う。

4. 研究成果

(1) まず、一様等方性 MHD 乱流については、Iroshnikov と Kraichnan が独立に提唱した Alfvén 波の相互作用に基づく現象論 (以下 IK 現象論と呼ぶ) が、一つの理論的基盤となっている。IK 現象論によれば、エネルギースペクトルは $E^u(k) = E^b(k) = A \epsilon^{1/2} b_0^{1/2} k^{-3/2}$ (以下 IK スペクトルと呼ぶ) で与えられる。ここで、 $E^u(k)$ は運動エネルギースペクトル、 $E^b(k)$ は磁場エネルギースペクトル、 k は波数、 ϵ は全エネルギー散逸率、 b_0 は磁場の一方向成分の二乗平均平方根、 A は無次元定数である。

研究代表者らの研究で、一様等方性 MHD 乱流に、Lagrange 統計量に基づく完結近似の一つである Lagrange くりこみ近似 (LRA) を適用した結果、全エネルギーのスペクトル $E(k) = E^u(k) + E^b(k)$ が $k^{-3/2}$ に比例して IK スペクトルと整合することが示され、残差エネルギーのスペクトル $E^r(k) = E^u(k) - E^b(k)$ が k^{-2} に比例することが示された。さらに IK スペクトルの無次元定数 A の値まで見積り、それを MHD 乱流の DNS において検証も行われた。

(2) 太陽風などの実際の MHD 乱流においては、ある特定の方向に一様磁場がある場合が多く、乱流の統計もその影響を受けて非等方的となる。その点を考慮して、本研究では、先に得られた等方的エネルギースペクトルに一様磁場を摂動として加え、その場合のエネルギースペクトルテンソルの非等方成分について、現象論的解析を行った。

一様磁場の強さ B が磁場揺らぎの特徴的強さ b_0 に比べて十分小さいとして $\gamma = B/b_0$ を撰動パラメタとした。すると、 γ の1次からは、速度場と磁場の相関スペクトルが現れて、このスペクトルの非等方成分 $E_{(1)}^{ub}(k)$ は k^{-2} に比例することが分かった。この非等方成分は、全エネルギースペクトルの等方成分のスケール則 ($k^{-3/2}$ に比例) と比べて、波数 k の増加に伴ってはやい減衰を示しており、乱流統計の小スケールでの等方化と整合している。ただし、 γ の2次を調べてみると、全エネルギースペクトルの非等方成分 $E_{(2)}(k)$ が、等方成分と等しいスケール則を持つ、すなわち $k^{-3/2}$ に比例することが示唆された。この結果は、エネルギースペクトルの等方成分と非等方成分の比が波数によらず、一様磁場の非等方性が高波数 (小スケール) まで深く浸透していることを意味する。これは、小スケールで等方化し統計的普遍性を持つと考えられている通常の流体の乱流と異なる性質である。 γ の2次のオーダーでは、残差スペクトルの非等方成分 $E_{(2)}^R(k)$ が現れる。そのスケール則は k^{-2} で残差スペクトルの等方成分と同じスケール則を示す。

この解析結果を検証するため、弱い一様磁場を加えたMHD乱流のDNSを行った。本DNSの初期状態としては、発達した一様等方性MHD乱流場を用いた。計算機資源の限界のためDNSの空間格子点数は 512^3 であり、シミュレートされるスケール領域は決して十分広いものではない。限られたスケール領域の中なるべく幅広い領域で準一様等方性乱流を得るために、外力の注入の工夫を行った。具体的には、低波数領域 (大スケール) に渦回転時間程度の相関時間を持つランダム外力を速度場と磁場の双方について加えた。この用意された初期場に弱い一様磁場をかけながら時間発展させた。このとき低波数領域へのランダム外力は加え続けた。

このDNSによって得られたエネルギースペクトルの非等方成分 ($E_{(1)}^{ub}(k)$, $E_{(2)}(k)$, $E_{(2)}^R(k)$) が、図1に示してある。 $E_{(1)}^{ub}(k)$ と $E_{(2)}^R(k)$ はほぼ k^{-2} に比例し、 $E_{(2)}(k)$ はほぼ $k^{-3/2}$ に比例しており、現象論的解析の結果を支持する結果が得られた。

通常の乱流において、大スケールの境界条件や外力の影響は、スケールが小さくなるにつれて小さくなり、小スケールの乱流統計は大スケールの個別性によらず普遍的である、と考えられている。本研究の結果、MHD乱流においては、大スケールの一様磁場の影響が小スケールの乱流統計に与える影響は強

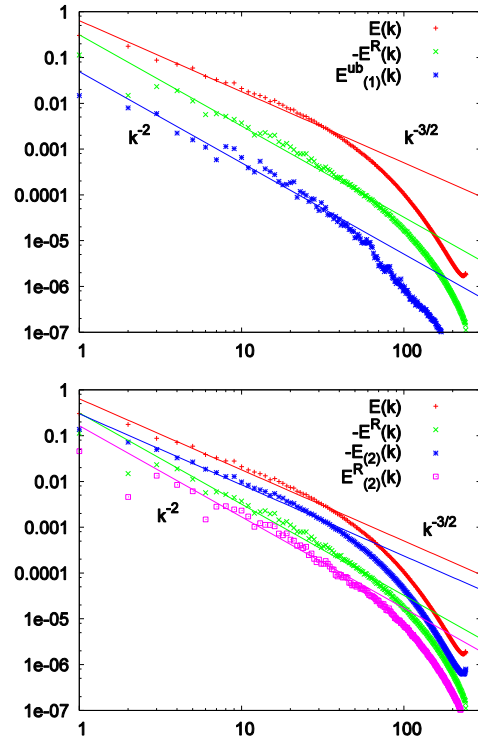


図1 直接数値シミュレーションによるエネルギースペクトルの非等方成分 $E_{(1)}^{ub}(k)$ (上図青)、 $E_{(2)}(k)$ (下図青)、 $E_{(2)}^R(k)$ (下図マゼンタ)。参考のため等方成分 $E(k)$ (赤)と $E^R(k)$ (緑)も示してある。

く、小スケール乱流統計の普遍性はより限定的なものであることが示唆された。この結果は、今後太陽風などのMHD乱流を研究する上で留意すべき重要な知見を与えていると思われる。

(3) 自己重力系の連続体モデルについては、自己重力系の連続体モデルと量子流体の従うGross-Pitaevskii方程式の系の類似性について考察し、相互作用エネルギーのカスケード描像の可能性の検討を行った。ただし、具体的な数値シミュレーションとそのデータ解析は、今後の課題となった。

(4) 今後の展望として、MHD乱流の小スケール統計における普遍性が限定的である、という本研究の知見を受けて、大スケールの条件によってMHD乱流はいくつかのクラスに分類されて、それぞれのクラスの中で限定された普遍性があると期待し、その分類分けおよ

びそれぞれのクラスでの普遍的性質を調べることが考えられる。

自己重力系の連続モデルについても、MHD 乱流と同様に大スケールの影響が顕著である可能性もあり、その点を留意しながら研究を進める必要がある。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

1. 吉田恭, 有光敏彦「弱い一様磁場下での電磁流体乱流」、研究集会報告 (20ME-S6)「乱流現象及び多自由度系の動力学, 構造と統計法則」、九州大学応用力学研究所, 2009 年)、122---127.、査読無し
2. 吉田恭, 有光敏彦「電磁流体乱流のエネルギースペクトル」研究集会報告 (19ME-S7)「乱流現象及び多自由度系の動力学, 構造と統計法則」(九州大学応用力学研究所, 2008 年)、116---123.、査読無し

[学会発表] (計 4 件)

1. 吉田恭, 有光敏彦「弱い一様磁場下での電磁流体乱流」、研究集会「乱流現象及び多自由度系の動力学, 構造と統計法則」(九州大学, 福岡, 2008 年 11 月 14 日) .
2. Kyo Yoshida and Toshihico Arimitsu, ``Spectral anisotropy of MHD turbulence under weak uniform mean magnetic field'', poster presentation at the workshop ``Inertial-Range Dynamics and Mixing'' (Isaac Newton Institute, Cambridge, UK, 29 Sep. ---3 Oct. 2008)
3. Kyo Yoshida, ``Statistics of quantum fluid turbulence'', Frontiers of Computational Science—Macroscopic Systems/ Fluid Mechanics. (Nagoya University, Nagoya, Japan, 26 Mar. 2008)
4. 吉田恭, 有光敏彦「電磁流体乱流のエネルギースペクトル」, 研究集会「乱流現象及び多自由度系の動力学, 構造と統計法則」(九州大学, 福岡, 2007 年 11 月 25 日) .

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉田 恭 (YOSHIDA KYO)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・助教

研究者番号 : 30335070