

# 数理分野における問題解決支援システムの構築

岸 本 貞 弥<sup>†1</sup> 本 間 秀 典<sup>†1</sup> 芳 村 亮<sup>†1</sup>  
杉 山 貴 俊<sup>†2</sup> 成 嶋 諒<sup>†3</sup>

現在, 研究や教育において計算機が広く用いられている. このような中で, 問題解決環境 (Problem Solving Environment: PSE) の研究の重要性が高まってきている. これまで我々は数理分野を対象とした問題解決支援システムを提案し問題解決支援システムのプロトタイプである “MathGUIDe” を実装した. “MathGUIDe” によって GUI による数式の作成が可能となり, 数式の検索, 計算, グラフ描画が可能となった. 問題解決支援システムの応用分野の一つとして, 数学教育が挙げられる. 問題解決支援システムは, 検索・計算・グラフ描画の機能を数学の学習に利用することで, 数学教育を支援するシステムとして使用可能である. そこで, 本研究では問題解決支援システム “MathGUIDe” を用いた数学の授業支援システムを実装して, 高等学校において実験授業を行い評価を行う. また, 特定分野を対象とした連想検索の数学教育への応用について述べ, 実験について示す.

## A Construction of Problem-Solving Support System for Mathematical Sciences

SADAYA KISHIMOTO,<sup>†1</sup> HIDENORI HOMMA,<sup>†1</sup> RYO YOSHIMURA,<sup>†1</sup>  
TAKATOSHI SUGIYAMA<sup>†2</sup> and RYO NARUSHIMA<sup>†3</sup>

Recently, computers are widely used in the field of research and education. The demand for problem solving environments (PSEs) has been rising. We have presented a problem-solving support system for mathematical sciences as a meta system. And we have implemented a problem-solving support system for mathematical sciences, “MathGUIDe” as a prototype system. The prototype system enabled users’ searching mathematical expressions, calculating and drawing graphs with a mathematical software. These functions of the system can be used in mathematical education. In this paper, we present an application of problem-solving support system for mathematical sciences in mathematical education. We also present an application of an associative search for a special field in mathematical education.

### 1. はじめに

現在, 研究や教育において計算機が広く用いられている. このような中で, 問題解決環境 (problem solving environment: PSE)<sup>1),2)</sup> の重要性が高まっている. PSE とは, 『コンピュータ関係の特別の知識やスキルを必要とせず, 問題を解決するための計算ハードウェアとソフトウェア環境』のことである.

これまで我々はメタシステムとして問題解決支援シ

ステムを提案し, 問題解決支援システムのプロトタイプである “MathGUIDe” を実装した<sup>3)</sup>. “MathGUIDe” によって GUI による数式の作成が可能となり, 数式の検索, 計算, グラフ描画が可能となった.

問題解決支援システムの応用分野の一つとして, 数学教育が挙げられる. 問題解決支援システムの持つ数式の検索, 計算, グラフ描画の機能を, 数学を理解するために使用することで数学教育を支援するシステムとして使用可能である. そこで, 本研究では問題解決支援システム “MathGUIDe” を用いた数学の授業支援システムを実装する. また, 高等学校において実験授業を行い, 評価を行う.

また, これまで我々は特定分野を対象とした連想検索<sup>4)</sup>を実現した. 特定分野を対象とした連想検索は, 書籍の索引を用いることにより構築できるため, 数学に関する書籍を用いて数学教育へ応用することが可能である. そこで, 本研究では, 数学に関する書籍を用いて連想検索を構築し, 検索支援と数式検索へ適用する.

<sup>†1</sup> 筑波大学大学院 システム情報工学研究科  
Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

<sup>†2</sup> 筑波大学 第三学群 情報学類  
College of Information Sciences, Third Cluster of Colleges, University of Tsukuba

<sup>†3</sup> 筑波大学 情報学群 情報科学類  
College of Information Sciences, School of Informatics, University of Tsukuba

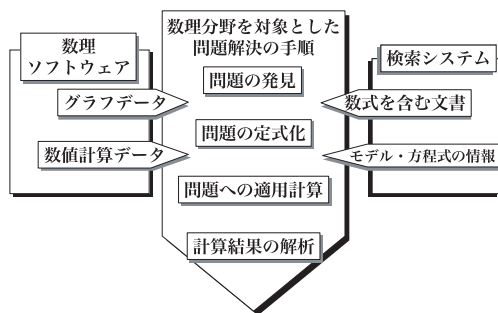


図 1 問題解決の手順と問題解決のための情報

Fig. 1 a way of problem-solving and some information for problem-solving

本論文の構成を以下に示す。2 節では問題解決支援システムについて述べ、3 節では数理分野における問題解決支援システム “MathGUIDe” について述べる。また、4 節では特定分野を対象とした連想検索の実現方式について述べる。5 節では “MathGUIDe” の数学教育への応用について述べ、6 節では特定分野を対象とした連想検索の数学教育への応用について述べる。その後、“MathGUIDe” の数学教育への応用に関する実験を 7 節で、連想検索の数学教育への応用に関する実験を 8 節で述べる。

## 2. 数理分野における問題解決支援システム

本節ではまず数理分野についての問題解決支援について述べる。次に、数理分野における問題解決支援システムについて述べる。

### 2.1 数理分野における問題解決支援

数理的な分野における問題解決においてはさまざまなプロセスやアプローチが存在する。例として、一般的な問題解決の手順を以下に示す。

- (1) 問題の探索・発見
- (2) 問題の本質の見極め
- (3) 問題の数理モデル化
- (4) 数式の計算モデル化
- (5) プログラミング
- (6) プログラムの正当性の検証
- (7) 問題への適用計算
- (8) 計算結果の解析

図 1 に示すように、問題解決の過程においてユーザは情報を得ながら問題解決を行う。ユーザは検索システムを用いて文書を参照したり、数理ソフトウェアを用いて計算やグラフの描画を行ったりする。問題解決のための情報を提供することはユーザにとって問題解決の支援となる。本稿での問題解決支援とは、問題解決のための情報を提供することである。

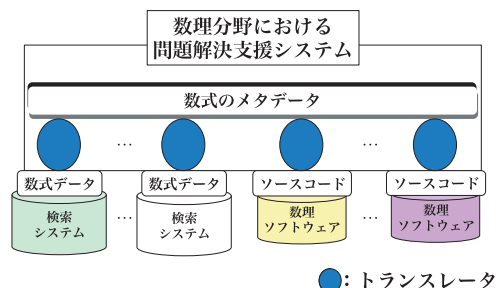


図 2 問題解決支援システムの概略図

Fig. 2 a picture of problem-solving support system

## 2.2 メタシステムとしての数理分野における問題解決支援システム

現在様々な数理ソフトウェアが存在するが、それぞれのソフトウェアごとにソースコードの書式が異なる。同じ数式を計算する場合でも、ソフトウェアごとに異なるソースコードをユーザ自身が書き分ける必要がある。また、数理分野における問題解決において数式は重要な情報であるが、現存する検索システムにおいてそのほとんどが、言葉による問い合わせのみを採用している。そのため、必ずしも適切な情報が得られるとは限らない。

そこで、これらの問題点を解消するメタシステムとして、数理分野における問題解決支援システムを提案する。メタシステムの概略図を図 2 に示す。メタシステムとそれぞれの検索システムや数理ソフトウェアは、トランスレータを介してつながっている。

問題解決に際して、ユーザはこのシステムを用いて情報検索や計算などを行うことができる。ユーザはシステム上で数式を作成し、数式を中心として各検索システムや数理ソフトウェアを利用できる。そのため、検索システムと数理ソフトウェアを共通のインタフェースで利用可能となり、ソフトウェアごとの書式を考慮する必要がない。

## 3. 数理分野における問題解決支援システム “MathGUIDe”

本節では、まず、“MathGUIDe” の GUI システムに用いている “exGUIDe”<sup>5)</sup> について述べる。次に、MathGUIDe について述べる。

### 3.1 exGUIDe

exGUIDe では、構造文法を与えるだけで、対象とする数理ソフトウェア用の入力支援システムを構築できる。そのため、GUI の部分を開発する必要がなくなり、これまでよりも簡単に入力支援システムを構築することができるようになる。また、数理ソフトウェアの仕様に変更が生じた場合も、構造文法を変更するだけで新しい入力支援システムを生成できるため、入力支援システムの開発を効率的に行うことができる。

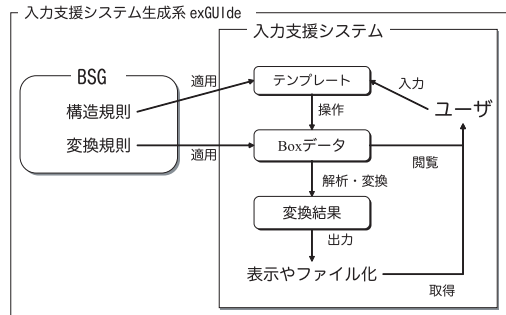


図 3 exGUIDe のシステム概要.

### 3.1.1 exGUIDe のシステム概要

図 3 に exGUIDe のシステム概要を示す. exGUIDe では, まず, 対象とする数理ソフトウェアの 3.1.2 節で述べる BSG 中の構造規則をテンプレートに適用する. こうすることで, 構造規則で定義された Box をテンプレートとして入力できるようになる. ユーザはこの Box テンプレートを利用して Box を入力する. 入力が終わったら, 入力した Box データに対してパーサに記述された変換規則を適用する. これにより, Box データは対象とする数理ソフトウェアのソースコードに変換される. そして, 変換されたソースコードを exGUIDe が出力し, ユーザは目的とする数理ソフトウェアのソースコードを得ることができる.

### 3.1.2 Box 型構造文法 BSG

exGUIDe では, 構造文法として Box 型構造文法 (Box-type Structure Grammar:BSG) を用いる. BSG は構造規則と変換規則から構成される. 以下ではそれぞれの要素について示す.

#### ● 構造規則

構造規則中には, Box<sup>6)</sup> と呼ばれるデータ構造を用いて 2 次元的な表記を持った数理ソフトウェアの仕様を記述する. 図 4 に構造規則に定義できる Box の例を示す. これらの Box を入れ子構造にすることで, 複雑な数式構造も表現することができる.

例として数式  $y = \sum_{k=0}^n a_k x^k$  を Box 構造

を用いて表したものを図 5 に示す. 構造規則中では, これらの Box を XML 形式で記述する. 数式  $A^T$  を Box で表したものを表 1 に示す.

ここで, XML では属性を用いて Box 構造の意味を記述することができる. 表 2 では content="transpose" の部分がこの Box 構造の意味を示している.  $A^T$  という構造だけではこれが何を意味するのかを判断することはできないが, 属性によってこの構造は  $A$  の転置行列を意味するということを明示できる.

#### ● 変換規則

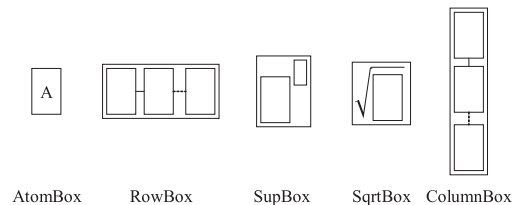


図 4 Box の例.

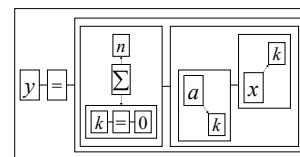


図 5 複雑な Box 構造の例.

表 1 SupBox.

```
<SupBox>
  <AtomBox char="A"/>
  <AtomBox char="T"/>
</SupBox>
```

表 2 意味を持った SupBox.

```
<SupBox content="transpose">
  <AtomBox char="A"/>
  <AtomBox char="T"/>
</SupBox>
```

変換規則は入力された Box データを解析し, 対象とする数理ソフトウェアのソースコードに変換するための規則を記述する.

### 3.2 MathGUIDe

MathGUIDe はマウスやキーボードを用いて数式を作成できるソフトウェアであり, 複合連想検索システムへの問い合わせ機能を持ち, 検索システムの結果出力ウィンドウを持つ. また, 作成した数式の計算, グラフ描画を行うことができる.

MathGUIDe は, exGUIDe に MathML 用構造文法の定義を行い, exGUIDe によって生成された入力支援システムの機能を基本モジュールとしている. 数式のメタデータとしては Box データを用いる. 検索システムとして数式データを対象とした複合連想検索システム, 数理ソフトウェアとして Scilab を用いる. また, システム図を図 6 に, 外観を図 7 に示す.

#### 3.2.1 トランスレータ

MathGUIDe ではトランスレータを用いて Box データの変換を行っている. トランスレータの関連図を図 8 に示す.

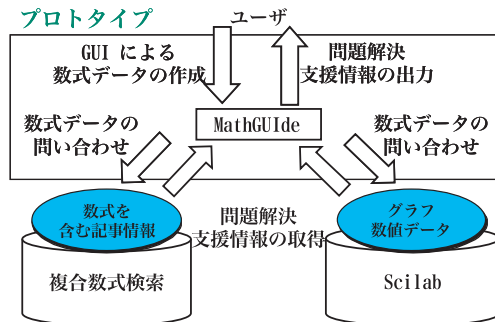


図 6 問題解決支援システム “MathGUIDe” のシステム図.

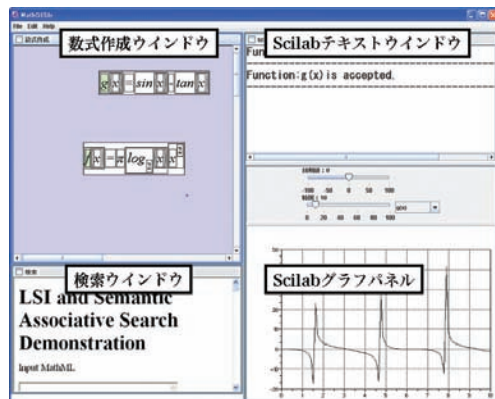


図 7 問題解決支援システム “MathGUIDe” の外観.

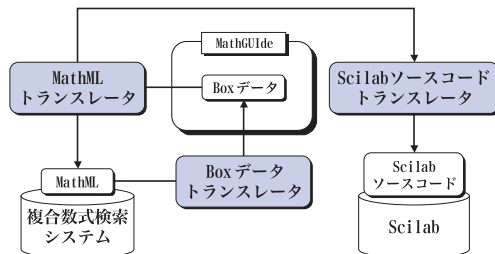


図 8 トランスレータの関連図.

- MathML トランスレータ  
Box データから MathML への変換を行う
- Box データ トランスレータ  
MathML から Box データへの変換を行う
- Scilab ソースコード トランスレータ  
MathML から Scilab ソースコードへの変換を行う

#### 4. 特定分野を対象とした連想検索の実現方式

ここでは、特定分野を対象とした連想検索の実現方式<sup>4)</sup>について概要を述べる。本方式は書籍の索引を用いて特定分野を対象とした連想検索のためのメタデータ空間を生成し、意味の数学モデルに適用することで

これを実現している。これによって、問い合わせの語に関連する語を検索することができる。

##### 4.1 意味の数学モデルの概要

本節では、人間が様々な印象を表す際に用いられる単語(以下、印象語)によって表現した問い合わせに対応した情報群を検索することを目的とした意味の数学モデルの概要を示す。詳細は文献<sup>7)-9)</sup>に述べられている。

##### (1) メタデータ空間 MDS の設定

メタデータ空間生成方式については、4.2 節で示す。

##### (2) 検索対象データのメタデータをメタデータ空間 MDS へ写像

設定されたメタデータ空間 MDS へ、検索対象データのメタデータをベクトル化し写像する。これにより、検索対象データ間の意味的な関係を空間上での距離として計算することが可能となる。

##### (3) メタデータ空間 MDS の部分空間の選択

利用者は与える文脈を複数の印象語を用いて表現する。ユーザが与える印象語の集合をコンテキストと呼ぶ。このコンテキストを用いてメタデータ空間 MDS に各コンテキストに対応するベクトルを写像する。これらのベクトルは、メタデータ空間 MDS において合成され、部分空間が選択される。

##### (4) メタデータ空間 MDS の部分空間における相関の定量化

選択されたメタデータ空間 MDS の部分空間において、検索対象データベクトルと検索語列との相関を計量する。メタデータ空間に写像された検索対象データベクトルの部分空間におけるノルムを求めることにより、文脈に対応した検索対象データの探索を行う。部分空間における検索対象データベクトルのノルムの大きさをその文脈と検索対象データとの関連の強さとする。

##### 4.2 メタデータ空間生成方式

本節では、特定分野を対象としたメタデータ空間を、語とページの関係が記述されている書籍の索引を用いて生成する方式を示す。本方式では、検索対象を包含する特定分野について書かれた書籍が存在することを前提としている。本方式は以下の流れで実現する。

##### (1) 初期行列の設定

まず、対象とする特定分野について書かれた書籍の索引を参照する。索引に出現するキーワードとなる語を特徴語とみなし、索引情報から各ページ数を用いて特徴付け。

$$\mathbf{p}_i = (f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in})^T.$$

ここで  $i$  はページ数、 $f_{ik}$  は特徴語に対応したページ数について特徴付けた値である。特徴付

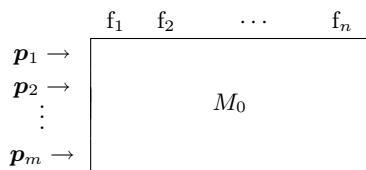


図 9 初期データ行列  $M_0$  によるメタデータの表現.

ける  $f_{ik}$  の値は、以下のように決定される.

- 索引中で特徴語がそのページ数を参照している場合：“1”
- 索引中で特徴語がそのページ数を参照していない場合：“0”

以上から、 $p_i$  を用いて、 $[p_1, p_2, \dots, p_m]^T$  とすることによって、図 9 のような  $m$  行  $n$  列の初期データ行列  $M_0$  を作成する.

## (2) 初期データ行列の修正によるデータ行列の生成

(1) で作成した初期データ行列  $M_0$  には、ページと語の関係を表す行列となっており、ページ同士の関係が反映されていない. 初期データ行列  $M_0$  にページ同士の関係を反映するように修正してデータ行列  $M$  を生成する.

一般的に書籍には目次が付いており、これらの情報を反映することにより、ページ同士の関係を反映したデータ行列  $M$  が生成可能となる. 以上により、 $m$  行  $n + \alpha$  列のデータ行列  $M$  を生成できる. ここで、 $\alpha$  は特徴を追加した場合の要素の増加分を表す.

## (3) 相関行列 $M^T M$ からメタデータ空間生成

(2) で生成されたデータ行列  $M$  の相関行列  $M^T M$  を計算すると、 $n + \alpha$  行  $n + \alpha$  列の行列となる. これは特徴語と特徴語の関係を示す行列となる. よって、この相関行列  $M^T M$  を固有値分解し、非ゼロ固有値に対応する固有ベクトルによってメタデータ空間を生成する.

これにより、語と語の関係を計量するメタデータ空間の構成が可能となる.

## 5. “MathGUIde” の数学教育への応用

問題解決支援システム “MathGUIde” の数学教育への応用としては、数学の授業支援システムが挙げられる.

数学の授業では、数式の提示や計算、グラフ描画を通して生徒の数学的な内容理解を図る. “MathGUIde” は、数式の表示・計算・グラフ描画といった情報提示機能を持つため、授業支援システムとして用いることが可能である. また、“MathGUIde” は、数式に含まれるパラメータを変化させてグラフの変化を見ることが可能であり、板書ではできないグラフの動的な表示も行うことができる.

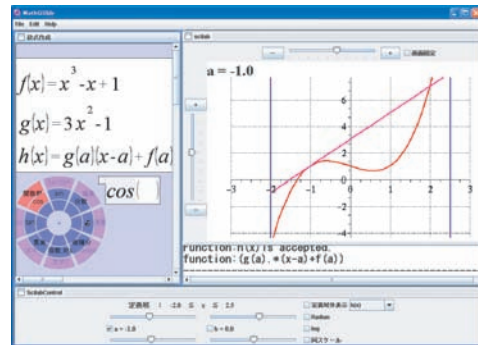


図 10 問題解決支援システム “MathGUIde” の画面例.

数学の授業を行うにあたって下記の機能を実装した. 図 10 に “MathGUIde” の画面例を示す.

- プレゼンテーションのための画面の再構成、文字の拡大
  - 定義域によるグラフ描画範囲の設定
  - ドラッグによるグラフ表示域の操作
  - 授業用の数式作成メニューのテンプレートの実装
  - Box の表示枠の消去による、より自然な数式表示
- また、ワイヤレスの操作デバイスや書き込み可能な表示デバイスを導入した.

## 6. 特定分野を対象とした連想検索の数学教育への応用

教師が授業や課題などのコンテンツを作成する時や、生徒が学習を進める時に検索を行う場合がある. このような検索を支援するシステムの実現はユーザにとって有用であると考えられる. また、検索対象については、例えばフリー百科事典「ウィキペディア (Wikipedia)」<sup>10)</sup> (以下、Wikipedia) などの Web 上に存在する情報を対象とすることでユーザはより多くの情報を得ることができる.

ここでは、特定分野を対象とした連想検索の数学教育への応用について述べる. 特定分野を対象とした連想検索には書籍の索引情報を用いており、数学に関する書籍を用いることで数学を対象とした連想検索を実現できる. 6.1 節では、連想検索を用いた検索支援について述べ、6.2 節では、数式の周辺テキストを用いた数式検索について述べる.

### 6.1 検索キーワードの連想と提示による検索支援

ある教科の学習中に自力での解決が困難な問題に直面した場合、想定される問題解決法として、参考書や情報検索システムの利用が考えられる. 調べるべき用語や関連するキーワードが既知の場合、これらを有効に利用し問題を解決することが可能である. しかしながら、その教科に関する知識が乏しいため漠然としたキーワードしか思い浮かばない、用語を度忘れしてしまったなどの場合、利用者は乏しい知識を頼りに幾度もの再検索とキーワードの修正を強いられ、問題解決

が困難となる状況が想定される。このような場合、利用者が持つ断片的な知識から連想される用語を適切なタイミングで提示することにより、利用者をより容易に問題解決へと導くことが可能となると考えられる。

近年の情報検索などの研究において、途中で入力されたキーワードの補完や関連するキーワードの提示を行う機能が注目されている<sup>11)</sup>。これらの機能は主としてユーザビリティの向上を目的としており、問題解決支援ツールとしても非常に有効である。本研究では、参考書などの書籍の索引を用いることにより、利用者により入力された語句の補完、及び関連するキーワードの提示を同時に行う方式を提案する。

#### 6.1.1 システムの概要

本方式は、対象とする特定分野に関する参考書や用語辞典といった書籍の索引を利用し、各索引語の意味的な相関の計量による意味的連想検索によって実現される。具体的な処理の流れは以下の通りである。

- (1) キーワードの入力
- (2) 前方一致による書籍の索引語とのパターンマッチ
- (3) マッチした各索引語に対する意味的連想検索
- (4) 結果の提示

このとき、関連するキーワードの提示は適切なタイミングで行われるべきである。前述の通り、キーワード修正のための検索は著しく作業能率を下げるので、本研究では検索の実行前に提示できる方法を採用した。ここでは、Web ブラウザ “Mozilla FireFox” の基本機能の一つである検索窓を利用し、利用者からの入力に対し即座に関連キーワードを提示する機能をプラグインとして実装した。実装したシステムの実行例を図 12 に示す。これは、同図中の①のように検索キーワードを “三” と入力した場合である。このとき、②に示すように “三” に前方一致する “三平方の定理” という語が表示され、さらに、この語を問い合わせとして意味的連想検索を行い、その結果③に示すように最も相関が大きい語である “ピタゴラスの定理” という語が関連語としてインデントされて提示される。そして、この一連の操作を元のキーワードに前方一致する語がなくなるまで繰り返す。これにより、利用者は検索実行前に関連の大きいキーワードを知ることができ、それを利用することでより円滑に検索を行うことが可能となる。

#### 6.2 周辺テキストを用いた Web 上の数式検索

Web や文書中の数式は、数式のみが書かれていることはまれであり、周辺にテキストを持つことがほとんどである。そこで、周辺のテキストと数式をセットにした数式データを作成することで、連想検索が Web 上の数式に適用できると考えられる。周辺のテキストから抽出した単語に対して連想検索方式を用いることで、数式検索を行う。



図 11 提案方式を実装した FireFox のスクリーンショット。

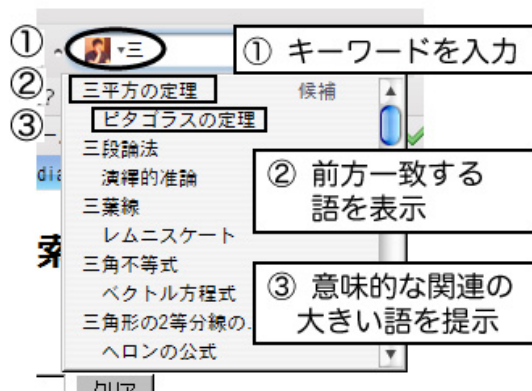


図 12 提案方式を実装した FireFox のスクリーンショット (拡大図)。

## 7. ”MathGUIDe”の数学教育への応用に関する実験

筑波大学附属坂戸高等学校において、実験授業を計 6 回行った。1～3,5 回目に 1 年 A 組で、4 回目に 1 年 C 組で、6 回目に 1 年 D 組で実験を行った。授業の内容としては、数学 I の 2 次関数の最大・最小に関する問題である。また、5,6 回目に A 組・D 組でアンケート調査を行った。実験において使った機材は、1.6GHz ノート PC (IBM ThinkPad R51)、ワイヤレスマウス (サンワサプライ GlanzLSW)、及び Wii リモコン (任天堂 RVL-003) である。図 14 は授業の様子である。

#### 結果と考察

授業では、教師が初めに黒板やプリントを使って問題の説明を行い、グラフ表示・操作が必要なときに本システムを使用した。

2 回目の実験では 1 回目よりグラフ画面などを拡大表示して実験を行った。映像記録から、1 回目と比較

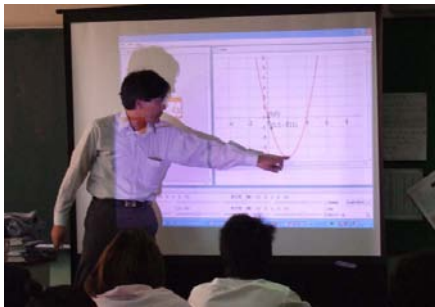
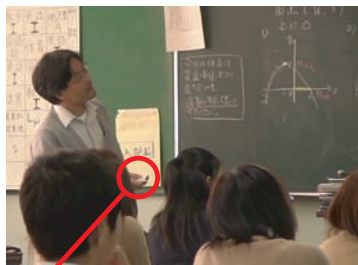


図 13 授業の様子.



Wiiリモコン

図 14 Wii リモコンを使用している様子.

して、2 回目のほうが見やすかった。このことから、グラフ画面を拡大するというように、授業という特定の使用状況であることを考慮することが重要であると考えられる。

また、1,2 回目の実験ではソフトウェアの操作は主にアシスタントが行い、3~6 回目の実験では、ワイヤレスマウスや Wii リモコンを導入し、教師が主に操作を行った。1,2 回目では、操作する時に教師がアシスタントに操作内容を伝えなくてはならなかった。また教師自身が操作する時も、PC の置いてあるところまで行って操作しなくてはならなかったため、授業の流れが一時的に止まってしまった。3~6 回目では、授業の流れを止めずに、教師が一人で操作できるようになった。アンケートにおいても「教師が一人で操作するほうが早く分かりやすい」という意見があった。

5 回目まではスクリーンに表示していたが、6 回目の実験においては、スクリーンの代わりにホワイトボードに投影した。これにより、教師が直接表示中の画面に書き込めるようにした。生徒からは「グラフに直接書き込めるのはよい」という意見があった。このように、従来の授業において黒板に書くように、システムの表示しているグラフに書きこめる機能や方法は有効であると考えられる。

アンケート結果からは他に、グラフが変わっていく様子が見れてよかったといった意見が得られた。グラフの動的な表示が生徒の印象に残ったことが分かる。

図 15 に授業内容を理解するのに役立ったかという

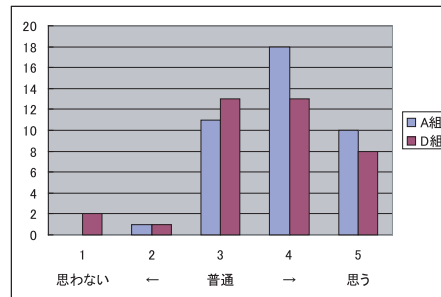


図 15 アンケート結果.

表 3 実験環境.

(サーバ)		
OS :	Windows XP	Professional
HTTP サーバ :	Apache	version2.2
言語 :	PHP	version5.2.4
(クライアント)		
OS :	Windows XP	Home Edition
Web ブラウザ :	Mozilla Firefox	version2.0.0

質問に対するアンケート結果を示す。アンケートの結果から大多数の生徒は本システムを使った授業が役に立つと感じており、本システムは授業支援システムとして有用であると言える。しかしながらアンケートの結果から、画面の見易さについての改善点が残されている。

## 8. 連想検索の数学教育への応用に関する実験

本実験では、書籍の索引部を用いた連想検索方式を「高校数学公式活用事典 第三版」<sup>12)</sup>の索引部に適用して、言葉での連想検索方式を実現する。この連想検索を用いて、検索キーワードの連想と提示による検索支援、周辺テキストを用いた数式検索を実現する。

まず、高校数学を対象とした連想検索に関する実験について述べる。次に、検索キーワードの連想と提示による検索支援に関する実験について述べ、周辺テキストを用いた数式検索について述べる。

### 8.1 高校数学を対象とした連想検索に関する実験

「高校数学公式活用事典 第三版」の索引部から取り出した 1,062 個の索引語と、目次の章、節の情報を用いて、連想検索のためのメタデータ空間の生成を行った。検索対象には、1,062 個の索引語を用いて、語と語の関連について検索を行った。実験環境を表 3 に示す。

#### 実験結果

検索結果として問合せ「ニュートン法」の場合を表 4 に示す。また、問合せ「2 次方程式」の場合、問合せ「解の個数」の場合をそれぞれ表 5、表 6 に示す。さらに、問合せ「2 次方程式 解の個数」の場合を表 7 に

表 4 連想検索の実験結果 1.

問合せ：「ニュートン法」		
順位	言葉	相関量
1	ニュートン法	0.726
2	逐次近似公式	0.484
3	近似解	0.452
4	近似値	0.389
5	ループ	0.296

表 5 連想検索の実験結果 2.

問合せ：「2 次方程式」		
順位	言葉	相関量
1	2 次方程式	0.571
2	判別式	0.570
2	2 次方程式の判別式	0.570
4	平方完成	0.446
5	最大・最小（判別式の応用）	0.397
5	虚数解	0.397
5	実数解条件	0.397

表 6 連想検索の実験結果 3.

問合せ：「解の個数」		
順位	言葉	相関量
1	解の個数	0.567
2	重解	0.459
3	2 次関数のグラフ	0.427
4	実数解	0.332
5	解の公式	0.310
5	2 次方程式の解の個数	0.310

表 7 連想検索の実験結果 4.

問合せ：「2 次方程式 解の個数」		
順位	言葉	相関量
1	2 次方程式の判別式	0.559
1	判別式	0.559
3	解の個数	0.524
4	重解	0.521
5	2 次方程式	0.487

示す。これらは、検索結果の上位 5 件を示している。

### 考 察

実験結果 1 において、問い合わせの「ニュートン法」と関連の高い語が上位に上がっていることがわかる。また、実験結果 2,3 においても、実験結果 1 と同様に問い合わせと関連の高い語が上位に上がっていることがわかる。

実験結果 4 においては、実験結果 2 の上位 3 件と実験結果 3 の上位 2 件とで構成されている。しかしながら、「2 次方程式 解の個数」の 2 語となることで、実験結果 2 の最上位であった 2 次方程式が実験結果 4 では 5 位に下がっている。これによって、2 語以上の入力があった場合それらの語の関連に応じて結果が変

化していることが確認できる。

### 8.2 検索キーワードの連想と提示による検索支援の実験

利用者が数学学習を目的として検索システムを利用するという状況を想定し、6.1 節に示したシステムを用いてどのような検索支援を行えるかの実験を行った。

#### 実験システム

本実験では、以下の 2 つの環境を用いて実験システムを構築した。

- (1) 利用者が操作を行うためのクライアント環境  
Windows XP Professional Edition 上で Web ブラウザ “Mozilla Firefox” ver.2.0.0.11 (以下, “Firefox”) を使い, Firefox の基本機能の一つである検索窓に対応した検索プラグインを実装した。本プラグインは suggestion と呼ばれる関連するキーワードを示唆するための機能を備えており, 利用者が入力したキーワードの補完や, キーワードと関連のある語の提示などを同時に行うことが可能である。
- (2) 検索キーワードの連想と提示を行うサーバ環境  
Cent OS 上の Linux 環境に, PHP5 を用いて検索キーワードの連想と提示を行う検索支援モジュールを実装した。本モジュールは, 書籍の索引を用いて利用者から送信されるキーワードと前方一致する索引語を提示する補完機能, 及び提示される各索引語と意味的な相関の大きい語を連想して提示する連想機能という 2 つの機能を備えており, Web 上での利用を想定している。

#### 実 験 例

検索キーワードとして, “三角”, “三平方”, “余り” という語をそれぞれ入力した場合に提示される索引語群の例をそれぞれ表 8, 9, 10 に示す。

“三角” というキーワードの場合, 前方一致により補完される 23 の索引語と, それらの索引語から連想される語として各索引語との意味的な相関が大きい語が 1 語ずつ, 計 46 語がキーワード候補として提示された。これにより, 利用者は三角形に関する多くの数学用語を検索実行前に知ることができ, 検索を容易に行うことができる。

次に, “三平方” というキーワードの場合, 前方一致した語は “三平方の定理” という 1 語だけであった。このとき, この語から連想されるキーワードとして “ピタゴラスの定理” という語が提示されるので, 利用者にとっては検索の実行前に用語の別名や言い換えなどを知ることができるなどの利点があると考えられる。

最後に, “余り” というキーワードの場合, 前方一致した語は “余り” 及び “余りの定理” の 2 語であり, 連想された語はそれぞれ “商” 及び “剰余の定理” であった。これにより, “余り” のより専門的な呼び方である “剰余” という用語を度忘れしていた場合でも

表 8 出力例：キーワード“三角”の場合の上位 20 件.

前方一致した語	連想された語
三角不等式	ベクトル方程式
三角形の 2 等分線の長さ	ヘロンの公式
三角形の五心	外心
三角形の合同	角
三角形の形状	鋭角三角形
三角形の要素	正弦定理
三角形の解法	鋭角三角形
三角形の辺・角の大小定理	バップスの中線定理
三角形の重心	重心
三角形の面積 (ベクトルの)	面積 (三角形の)

表 9 実行例：キーワード“三平方”の場合.

前方一致した語	連想された語
三平方の定理	ピタゴラスの定理

表 10 実行例：キーワード“余り”の場合.

前方一致した語	連想された語
余り	商
余りの定理	剰余の定理

表 11 実験環境.

(サーバ)		
OS:	Windows XP	Professional
HTTP サーバ:	Apache	version2.2
言語:	PHP	version5.2.4
(クライアント)		
OS:	Windows XP	Home Edition
Web ブラウザ:	Mozilla Firefox	version2.0.0

検索前に思い出すことができ、検索を行う際にこの知識を利用することが可能となる.

以上から、本方式を用いることにより、利用者がまだ知らない用語や度忘れしてしまっていた知識などを検索実行前に補完・提示し、学習を円滑に行うことが可能となると考えられる. しかしながら、本方式では利用者が最初に入力する語と一致する索引語が存在しない場合、関連するキーワードを一切提示することができない. 利用可能なキーワードを事前にどのようにユーザに提示するかについては今後の課題である.

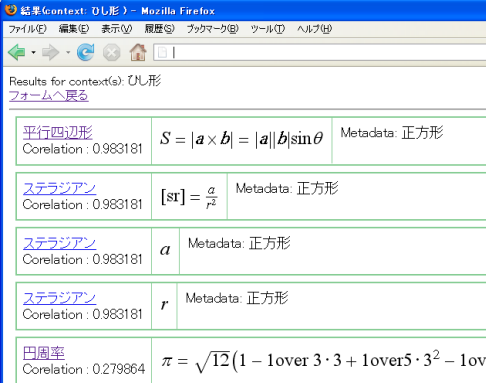
### 8.3 周辺のテキストを用いた Web 上の数式検索に関する実験

フリー百科事典「ウィキペディア (Wikipedia)」中に現れる数式を対象に数式検索のシステムを構築した. 実験システム

検索対象データとして、ウィキペディア日本語版のデータベースダウンロード<sup>13)</sup> から収集したデータに対して検索を行った. 実験環境を表 11 に示す.

#### 実験例

問い合わせに「ひし形」と入れると、タイトルが「平行四辺形」であるページに含まれる数式が最上位に上



検索結果	相関度	メタデータ
平行四辺形 Correlation: 0.983181	$S =  a \times b  =  a  b \sin\theta$	正方形
ステラジアン Correlation: 0.983181	$[sr] = \frac{a}{r^2}$	正方形
ステラジアン Correlation: 0.983181	$a$	正方形
ステラジアン Correlation: 0.983181	$r$	正方形
円周率 Correlation: 0.279864	$\pi = \sqrt{12} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right)$	

図 16 検索結果表示画面.



図 17 wikipedia のページ画面.

がってくる. 「平行四辺形」のページ中の数式に張られている言葉のメタデータは「正方形」であり、連想検索によって「ひし形」と「正方形」が関連が高いと判断されたため、検索結果が上位に現れたと考えられる. このような検索は、マッチングによる検索ではできない. 検索結果には Wikipedia のページにリンクが張っており、Wikipedia のページを参照できる.

## 9. おわりに

本稿では、問題解決支援および問題解決支援システム “MathGUIDe” について述べ、その数学教育への応用について述べた. 高等学校での実験について述べ、評価を行った. また、特定分野を対象とした連想検索について述べ、その数学教育への応用について述べた. 検索キーワードの連想と提示による検索支援、周辺のテキストを用いた数式検索について述べ、それらの実験例を示した.

今後の課題としては、数学の教育支援システムの実現を考慮した場合、検索結果を再利用するためのシステム構築があげられる.

謝辞 本研究の一部は、魅力ある大学院教育イニシ

アティブ「実践 IT 力を備えた高度情報学人材育成プログラム」による。

### 参 考 文 献

- 1) Gallopoulos, E., Houstis, E. and Rice, J. R.: Computer as Thinker/Doer: Problem-Solving Environments for Computational Science, *IEEE Computational Science and Engineering*, Vol.01, No.2, pp.11–23 (1994).
- 2) 川田重夫, 田子精男, 梅谷征雄, 南 多善: PSE BOOK [基礎編] [応用編], 培風館 (2005).
- 3) Kishimoto, S., Murakata, M., Nakanishi, T., Sakurai, T. and Kitagawa, T.: Problem-Solving Support System for Mathematical Sciences, *Proc. the Third IEEE International Workshop on Databases for Next-Generation Researchers*, pp.79–84 (2007).
- 4) 中西崇文, 岸本貞弥, 櫻井鉄也, 北川高嗣: 特定分野を対象とした連想検索のための書籍の索引部を用いたメタデータ空間生成方式, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J88-D-I, No.4, pp.840–851 (2005).
- 5) 大塚 透, 櫻井鉄也: 拡張可能な GUI システム “exGUIDe” を用いた数理ソフトウェア利用支援, 日本応用数理学会 2004 年度年会講演予稿集, 日本応用数理学会 (2004).
- 6) 櫻井鉄也, 趙 燕結, 杉浦 洋, 鳥居達生: 自然な数式表記のためのユーザインタフェース, 日本応用数理学会論文誌, Vol.6, No.1, pp.147–157 (1996).
- 7) Kitagawa, T. and Kiyoki, Y.: The Mathematical Model of Meaning and its Application to Multidatabase Systems, *Proceedings of 3rd IEEE International Workshop on Research Issues on Data Engineering, Interoperability in Multidatabase Systems*, pp.130–135 (1993).
- 8) Kiyoki, Y., Kitagawa, T. and Hayama, T.: A Metadatabase System for Semantic Image Search by a Mathematical Model of Meaning, *Multimedia Data Management: Using Metadata to Integrate and Apply Digital Media* (Sheth, A. and Klas, W., eds.), McGraw-Hill, pp.191–222 (1998).
- 9) 清木 康, 金子昌史, 北川高嗣: 意味の数学モデルによる画像データベース探索方式とその学習機構, 電子情報通信学会論文誌 (D-II), Vol.J79-D-II, No.4, pp.509–519 (1996).
- 10) Wikipedia: フリー百科事典ウィキペディア日本語版, <http://ja.wikipedia.org/>.
- 11) 大塚真吾, 喜連川優: 大規模アクセスログを用いた検索支援システムの提案, 日本データベース学会 Letters(DBSJ Letters), Vol.5, No.1, pp.13–16 (2006).
- 12) 岩瀬重雄: 高校数学公式活用事典 第三版, 旺文社 (2002).
- 13) Wikipedia: ウィキペディア日本語版のデータベースダウンロード, <http://download.wikimedia.org/jawiki/>.