日本応用数理学会論文誌
Vol. 13, No. 3, 2003, pp. 403～415

同時密度関数を用いた通勤流動モデルと業務分散が通勤・業務距離に及ぼす影響

鈴木 勉*
* 筑波大学社会工学系

A Commutation Flow Model and the Effect of Workers Decentralization Using the Joint Distribution of Home and Workplace Locations

Tsutomu Suzuki*
* University of Tsukuba

Abstract. The objective of this paper is to show the theoretical relationship between spatial distribution of urban workers and commuting or business-trip distances, using the Vaughan's joint distribution of home and workplace locations. First, we describe macroscopic relationship of the locations between home and workplace, which is based on Vaughan's quadvariate normal distribution whose marginal distributions are according to Sherratt's bivariate normal distribution, by introducing intensive parameters, i.e., jobs-housing balance and spatial correlations. Then we derive the analytical expression of commuting distance or business-trip distance by using those parameters. We find out the optimal workplace distribution that minimizes the weighted sum of average commute travel distance and average business-trip distance. Commuting distance has a minimum value with respect to jobs-housing balance, when spatial correlation is constant. The decentralization of jobs is reasonable policy when the spatial correlation is sufficiently large and the weight of business-trip is low. Thus, jobs-housing balance and spatial correlation of home and workplaces play important roles in identifying travel distance, and also in determining optimal spatial distribution of urban workers.

1 はじめに

大都市における長距離通勤や交通混雑の問題は，生活の質や環境問題の観点から解決が望まれて久しい問題である．このような問題を解決するための一方策として，東京をはじめとする多くの大都市では，業務機能の分散政策が実施されてきた．しかし，その効果については様々な評価があり，生活の質の向上や環境負荷の低減につながる交通量削減の実効性については賛否が分かれているのが実状である．

このような課題に対して，実証的研究は数多くなされてきたが，実証的アプローチは対象とする都市の特性に左右されて，一般的な結論を導くには限界がある．対して，望ましい都市構造としての最適な就業者分布を明らかにする規範的アプローチはこれまでほとんど行われていない．これは，就業者の居住地と就業地の空間的分布と，その間に発生する通勤交通や業務交通との関係を明示することが困難であることが一因であると考えられる．

本稿で用いるVaughanの職住同時分布モデル[11]は，これらの複雑な関係を本質を失うことなくマクロに把握するために有効なモデルである．しかし，1970年代以降，その有用性はあまり取り上げられることはなかった．

そこで本稿では，Vaughanの職住同時分布モデルを基礎として，都市人口分布モデルの代表であるSherratt型分布に従う就業者の居住地分布と就業地分布とのマクロな関係を居住地と就業地の集中度や広がりの違いを表す職住バランス，および，職住間あるいは就業地同

士の空間的相関を用いて表現し，通勤距離および業務移動距離との関係を理論的に導出する．そして，通勤距離と業務移動距離の和を最小化する就業者分布を求め，職住バランスと空間的相関との関係を明らかにすることを目的とする．

続く2章では，Vaughanの職住同時分布モデルを取り上げ，その基本モデルと単純化について概説し，職住バランスと空間的相関の定義を行う．3章では，それらと平均通勤距離および平均業務移動距離との理論的関係を導出する．そして4章では，移動距離の挙動を分析するとともに，移動距離を最小化する就業者分布を明らかにする．最後に5章で結論と今後の課題を述べる．

2 Vaughanの職住同時分布モデル

2.1 基本モデル

本稿では「住」とは就業者の居住地,「職」とはその就業地を指すものとし，通勤交通は「住」を起点,「職」を終点とする交通を，業務交通は異なる「職」のペアを起終点とする交通をいうものとする．そして「住」および「職」の総数はともに総就業者数Pであるとする．

職住同時分布モデルは，通常は集計ゾーン間の移動量として表現される交通量を，空間的連続量として扱うといった考え方に依拠しており，Vaughan[10]により提示され，その後Vaughan[11]によりまとめられている．人口や地代などを空間的に連続量として表現したモデルにはClark[5]やAlonso[1]をはじめとして多くの研究例があるが，このことは交通等の空間的相互作用についても例外ではない．Angel and Hyman[2]は職住の分布と交通流について放射対称の連続モデルを構築し，本稿で用いるような起点近くの単位領域から終点近くの単位領域へのトリップ数を表すトリップ密度関数を考案した．連続空間での2地点間のトリップ長については，Haight[7]が論じている．また，Fairthorne[6]は，2地点間の平均距離を，いろいろな経路パターンについて計測した．

本稿の分析はVaughan[10]によって導入された職住同時分布(joint distribution of homes and workplaces)に基づくが，前提となっているSherrattの法則に従う職住分布は，Wilkins[12]によって最初に構築された．Wilkinsのモデルでは職住間の空間的相関がないものとされていたが，Vaughanが4次元正規分布を用いてSherrattの法則を維持したまま，職住間に働く空間的相関を表現した．この相関によって，より現実に則した通勤交通をモデル化することが可能となった．

Vaughan[10]の職住同時分布モデルは，一般的に以下のように表される．

$$f_{hw}(x_h, x_w, y_h, y_w) = \frac{P}{(2\pi)^2\sqrt{|\mathbf{V}|}}\exp[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{z}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\mathbf{V}^{-1}(\boldsymbol{z}-\boldsymbol{\mu})] \tag{2.1}$$

但し,

(x_h, y_h)：居住地の直交座標

(x_w, y_w)：就業地の直交座標

P：都市内の総就業者数

$\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}} = (x_h, x_w, y_h, y_w)$：位置ベクトル

$\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}} = (\mu_{x_h}, \mu_{x_w}, \mu_{y_h}, \mu_{y_w})$：位置の平均

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \sigma_{x_h}^2 & Cov(x_h, x_w) & Cov(x_h, y_h) & Cov(x_h, y_w) \\ Cov(x_h, x_w) & \sigma_{x_w}^2 & Cov(x_w, y_h) & Cov(x_w, y_w) \\ Cov(x_h, y_h) & Cov(x_w, y_h) & \sigma_{y_h}^2 & Cov(y_h, y_w) \\ Cov(x_h, y_w) & Cov(x_w, y_w) & Cov(y_h, y_w) & \sigma_{y_w}^2 \end{pmatrix}$$ ：位置の分散共分散行列

である．例えば $\sigma^2_{x_h}$ は居住地の x 方向の広がりを表す x_h の分散であり，

$$\begin{aligned}\sigma^2_{x_h} &= E[(x_h-\mu_{x_h})^2] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x_h-\mu_{x_h})^2 f_{hw}(x_h,x_w,y_h,y_w)dx_h dx_w dy_h dy_w\end{aligned} \tag{2.2}$$

で定義される．$\sigma^2_{x_w},\sigma^2_{y_h},\sigma^2_{y_w}$ も同様である．$Cov(x_h,y_w)$ は x_h と y_w の共分散であり，

(2.3)

$$\begin{aligned}Cov(x_h,y_w) &= E[(x_h-\mu_{x_h})(y_w-\mu_{y_w})] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x_h-\mu_{x_h})(y_w-\mu_{y_w})f_{hw}(x_h,x_w,y_h,y_w)dx_h dx_w dy_h dy_w\end{aligned}$$

で定義される．(2.1) 式の周辺分布として計算される居住地分布および就業地分布は操作の容易な Sherratt の正規分布となる．Blumenfeld[3] および Blumenfeld and Weiss[4] によって，Sherratt モデルが当時のイギリスの居住地分布や就業地分布とよく合致することが確かめられている．

2.2 基本モデルの単純化

上記の 4 次元正規分布は計 14 変数を持つが，後述する現実に意味のある 3 変数のみを変数とするモデルに単純化できる (Vaughan[10])．すなわち，通常の都市においては

- 居住地中心と就業地中心が一致すること：$\boldsymbol{\mu}=\mathbf{0}$
- 居住地分布および就業地分布がそれぞれ放射対称であること：

$$Cov(x_h,y_h)=Cov(x_w,y_w)=0 \tag{2.4}$$

- アクセシビリティに偏りがないこと：

$$Cov(x_h,y_w)=Cov(x_w,y_h)=0 \tag{2.5}$$

を仮定するのが自然である．重要な共分散は，居住地と就業地の同方向の関係性（どの程度就業地の近くに居住することを望むか）を表す共分散 $Cov(x_h,y_h)$ および $Cov(x_w,y_w)$ であり，これらは，無次元量である相関係数

$$\rho_x=\frac{Cov(x_h,x_w)}{\sigma_{x_h}\sigma_{x_w}} \tag{2.6}$$

$$\rho_y=\frac{Cov(y_h,y_w)}{\sigma_{y_h}\sigma_{y_w}} \tag{2.7}$$

を導入すれば，位置の標準偏差とで表現できる（但し,$|\rho_x|<1,|\rho_y|<1$）．さらに，

- 分散は回転対称であること：

$$\sigma^2_{x_h}=\sigma^2_{y_h}=\sigma^2_h \tag{2.8}$$

$$\sigma^2_{x_w}=\sigma^2_{y_w}=\sigma^2_w \tag{2.9}$$

- 空間的相関も回転対称であること：

$$\rho_x = \rho_y = \rho \tag{2.10}$$

を仮定することも自然である．結局，$\mathbf{V}$ は

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \sigma_h^2 & \rho\sigma_h\sigma_w & 0 & 0 \\ \rho\sigma_h\sigma_w & \sigma_w^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_h^2 & \rho\sigma_h\sigma_w \\ 0 & 0 & \rho\sigma_h\sigma_w & \sigma_w^2 \end{pmatrix}$$

のように

σ_h：居住地の位置の広がり

σ_w：就業地の位置の広がり

ρ：居住地と就業地（職住）の空間的相関（$|\rho| < 1$）

の3変数で表されることになり，職住同時分布 (2.1) 式は

$$\begin{aligned} f_{hw}(x_h, x_w, y_h, y_w) =& \frac{P}{(2\pi)^2\sigma_h^2\sigma_w^2(1-\rho^2)} \\ & \exp[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}(\frac{x_h^2+y_h^2}{\sigma_h^2} + \frac{x_w^2+y_w^2}{\sigma_w^2} - \frac{2\rho(x_h x_w + y_h y_w)}{\sigma_h\sigma_w})] \end{aligned} \tag{2.11}$$

となる．但し，現実的な意味を考えて，居住地や就業地は一点に集中せずに広がりをもっている，すなわち，$\sigma_h > 0, \sigma_w > 0$ としておく．地形等の自然制約がない場合，現実の都市で上記のような仮定をすることが合理的であることは，Vaughan[10] や Blumenfeld[4] によって実証されている．

前述のように (2.11) 式の周辺分布は居住地分布と就業地分布であり，それぞれ以下の Sherratt 型人口分布

$$f_h(x_h, y_h) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_{hw}(x_h, x_w, y_h, y_w)dx_w dy_w = \frac{P}{2\pi\sigma_h^2}\exp(-\frac{1}{2}\frac{x_h^2+y_h^2}{\sigma_h^2}) \tag{2.12}$$

$$f_w(x_w, y_w) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_{hw}(x_h, x_w, y_h, y_w)dx_h dy_h = \frac{P}{2\pi\sigma_w^2}\exp(-\frac{1}{2}\frac{x_w^2+y_w^2}{\sigma_w^2}) \tag{2.13}$$

となる．Figure 1 はこれらを立体断面図で示したものである．Wilkins[12] の提案した職住無相関モデルは (2.11) 式で $\rho = 0$ とおいた特殊な場合であり，この場合，住宅地と就業地の位置は独立であるので，このときの (2.11) 式は (2.12) 式と (2.13) 式の積を総就業者数 P で除したものとなる．

結局，居住地の広がり σ_h，就業地の広がり σ_w，職住の空間的相関 ρ が重要な3変数であるということであるが，ここで σ_w の σ_h に対する比を $\alpha = \sigma_w/\sigma_h$（これを後述の理由から「職住バランス」と呼ぶことにする）で表すことにすれば，通常 σ_w よりも σ_h の方が大きいので，$0 < \alpha \leq 1$ と仮定できる（0に近づくほど職住の差が顕著になる）．α の平方は，都心部における就業者の職住密度比を表す．すなわち，

$$\frac{f_h(0,0)}{f_w(0,0)} = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_h^2} = \alpha^2 \tag{2.14}$$

である．

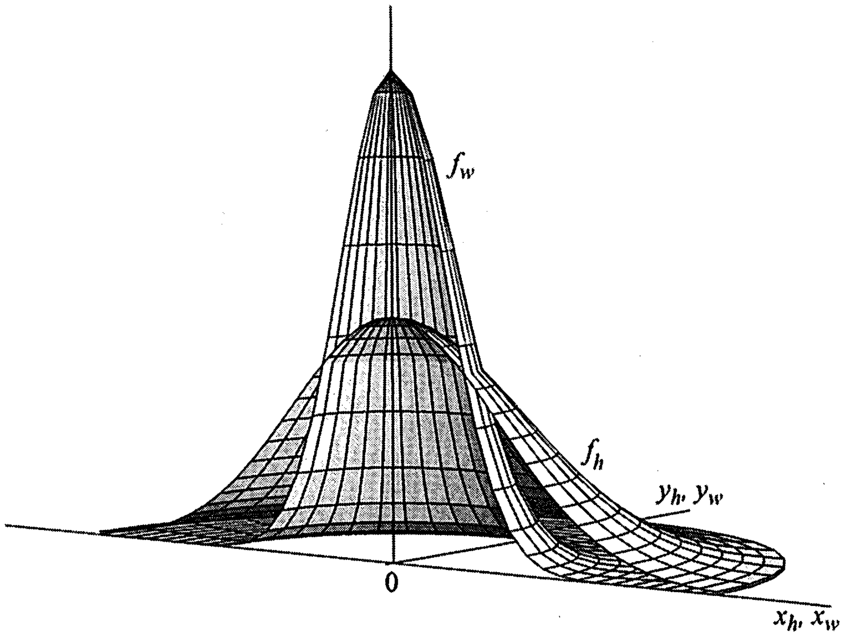

Figure 1: Spatial distribution of home and workplaces.

ところで，(2.11) 式は以下のように変形することができる．

$$
\begin{aligned}
f_{hw}(x_h,x_w,y_h,y_w) =& \frac{P}{2\pi\sigma_w^2}\exp[-\frac{1}{2}\frac{x_w^2+y_w^2}{\sigma_w^2}]\cdot\frac{1}{2\pi\sigma_h^2(1-\rho^2)} \\
& \exp[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\{(\frac{x_h}{\sigma_h}-\frac{\rho x_w}{\sigma_w})^2+(\frac{y_h}{\sigma_h}-\frac{\rho y_w}{\sigma_w})^2\}] \\
=& f_w(x_w,y_w)f_{h|w}(x_h,y_h|x_w,y_w)
\end{aligned}
\tag{2.15}
$$

ここで，$f_{h|w}(x_h,y_h|x_w,y_w)$ は (x_w,y_w) に就業する就業者の条件付居住地分布であり，これに就業地分布を乗じたものが職住同時分布であることを示している．Figure 2 は，$\alpha=\sigma_w/\sigma_h=1/2$ の場合について，(1,0) に働く就業者の居住地分布 $f_{h|w}(x_h,y_h|1,0)$ の x 軸での断面図を ρ の変化とともに示したものである．$\rho=0$ の場合は，居住地分布は就業地の場所に依存せず，(0,0) を中心とする分布になる．鈴木 [8] ではこれを均等割当と呼んでいる．一方，$\rho=1$ の場合は，職住の場所は空間的に完全相関の関係にあり，例えば (1,0) に働く全ての就業者は (2,0) に居住する．この場合，α が所与であるとすれば最小の通勤距離を与えるので，鈴木 [8] はこれをミニサム割当と呼んでいる．一般に $0<\rho<1$ の場合の居住地分布は $0<x_h<2$ の間に中心を持つ 2 次元正規分布となるが，とりわけ $\rho=\alpha$ の場合は，居住地分布の中心が就業地の場所と一致するという意味で重要であり，鈴木 [8] によって期待割当と呼ばれている．Figure 2 では，$\rho=\alpha=1/2$ の場合に，(1,0) に働く就業者の居住地分布が (1,0) で最大になっているが，これがその場合に相当する．

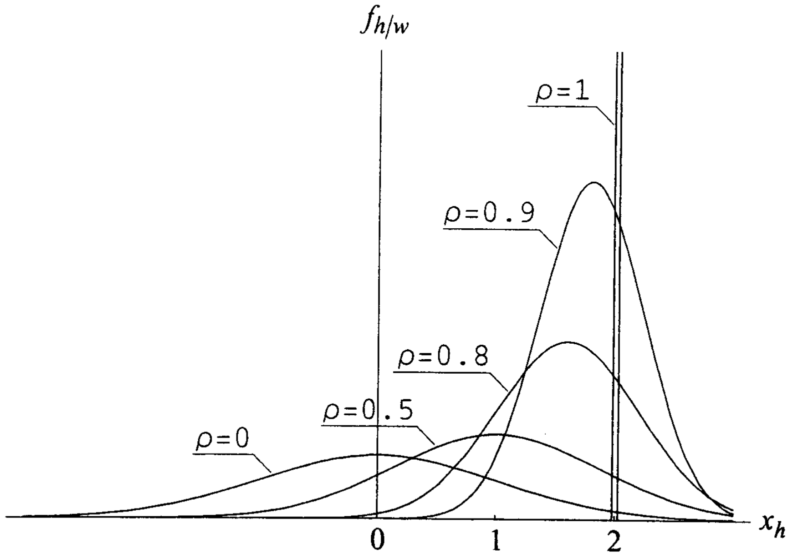

Figure 2: Section of housing distribution of workers who work at $x_w = 1, y_w = 0$. $(\alpha = 1/2)$

3 平均通勤距離・業務移動距離と職住バランス・空間的相関との関係

3.1 平均通勤距離の導出

本章では，前章で単純化した Vaughan の職住同時分布モデル (2.11) 式をもとに，移動距離（通勤距離と業務移動距離）を求めることを考える．

まず，平均通勤距離を与える定義式は

$$\begin{aligned}\bar{d} &= E[\sqrt{(x_h - x_w)^2 + (y_h - y_w)^2}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{(x_h - x_w)^2 + (y_h - y_w)^2} f_{hw}(x_h, x_w, y_h, y_w) dx_h dx_w dy_h dy_w\end{aligned} \tag{3.1}$$

であるが，ここではこれを直接計算する代わりに，Blumenfeld[3] にしたがって，通勤距離

$$d = \sqrt{(x_h - x_w)^2 + (y_h - y_w)^2} \tag{3.2}$$

の平均を以下のように求める．位置を表す 4 変数 x_h, x_w, y_h, y_w はそれぞれ居住地あるいは就業地の広がりを分散とする正規分布に従うので，

$$x_h, y_h \sim N(0, \sigma_h^2) \tag{3.3}$$

$$x_w, y_w \sim N(0, \sigma_w^2) \tag{3.4}$$

であり，これまでの議論から共分散は

$$Cov(x_h, x_w) = Cov(y_h, y_w) = \rho\sigma_h\sigma_w \tag{3.5}$$

である．したがって，居住地と就業地の位置の各方向の差も正規分布に従う．すなわち，

$$x_h - x_w, y_h - y_w \sim N(0, \sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w) \tag{3.6}$$

であるので，これを標準化して，

$$\frac{x_h - x_w}{\sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w}}, \frac{y_h - y_w}{\sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w}} \sim N(0,1) \tag{3.7}$$

を得る．通勤距離 d の平方は，これらの平方和から導かれるので，

$$\frac{d^2}{\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w} = \frac{(x_h - x_w)^2 + (y_h - y_w)^2}{\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w} \sim \chi^2(2) \tag{3.8}$$

となり，$x_h - x_w$ と $y_h - y_w$ は独立であることにより，自由度 2 のカイ二乗分布（確率変数を x として $\frac{1}{2}\exp(-\frac{x}{2})$ と表せる）に従うことがわかる．よって $u = d^2$ の確率密度関数は

$$\frac{1}{2(\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w)} \exp\{-\frac{u}{2(\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w)}\} \tag{3.9}$$

となり，平均通勤距離 $\bar{d}$ は

$$\begin{aligned} \bar{d} &= E(\sqrt{d^2}) \\ &= \int_0^\infty \sqrt{u}\frac{1}{2(\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w)} \exp\{-\frac{u}{2(\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w)}\}du \\ &= \sqrt{2}\sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w}\,\Gamma(\frac{3}{2}) \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2}(\sigma_h^2 + \sigma_w^2 - 2\rho\sigma_h\sigma_w)} \end{aligned} \tag{3.10}$$

と求められる．職住バランス $\alpha = \sigma_w/\sigma_h$ を用いれば，

$$\bar{d} = \sigma_h\sqrt{\frac{\pi}{2}(1 + \alpha^2 - 2\rho\alpha)} \tag{3.11}$$

と表すことができ，居住地の広がり σ_h が不変とすれば，α と職住の空間的相関 ρ で平均通勤距離が決まる．

3.2 平均通勤距離と職住バランス・空間的相関との関係

Figure 3 は，(3.11) 式を基に，$\sigma_h = 1$ として平均通勤距離 $\bar{d}$ が職住バランス α と空間的相関 ρ の 2 つのパラメータによってどう変化するかをプロットしたものである．この図から，以下のことがわかる．

- 就業地が全て都心に集中している場合（完全一極集中），すなわち $\alpha \to 0$ の場合，平均通勤距離は

$$\bar{d}|_{\alpha\to 0} = \sigma_h\sqrt{\frac{\pi}{2}} \tag{3.12}$$

  で与えられる．また，$\alpha = 2\rho$ の場合は常にこれと同じ通勤距離が実現されるので，これを基準とすれば，$\alpha < 2\rho$，すなわち上の基準に比べて就業地がより集中しているとき，あるいは空間的相関が大きいときに，(3.12) 式よりも平均通勤距離は短くなる．

- 就業地が完全に分散（$\alpha = 1$）し，空間的相関も完全（$\rho = 1$）で居住地と就業地が一対一に対応するとき，平均通勤距離は $\bar{d} = 0$ となる．

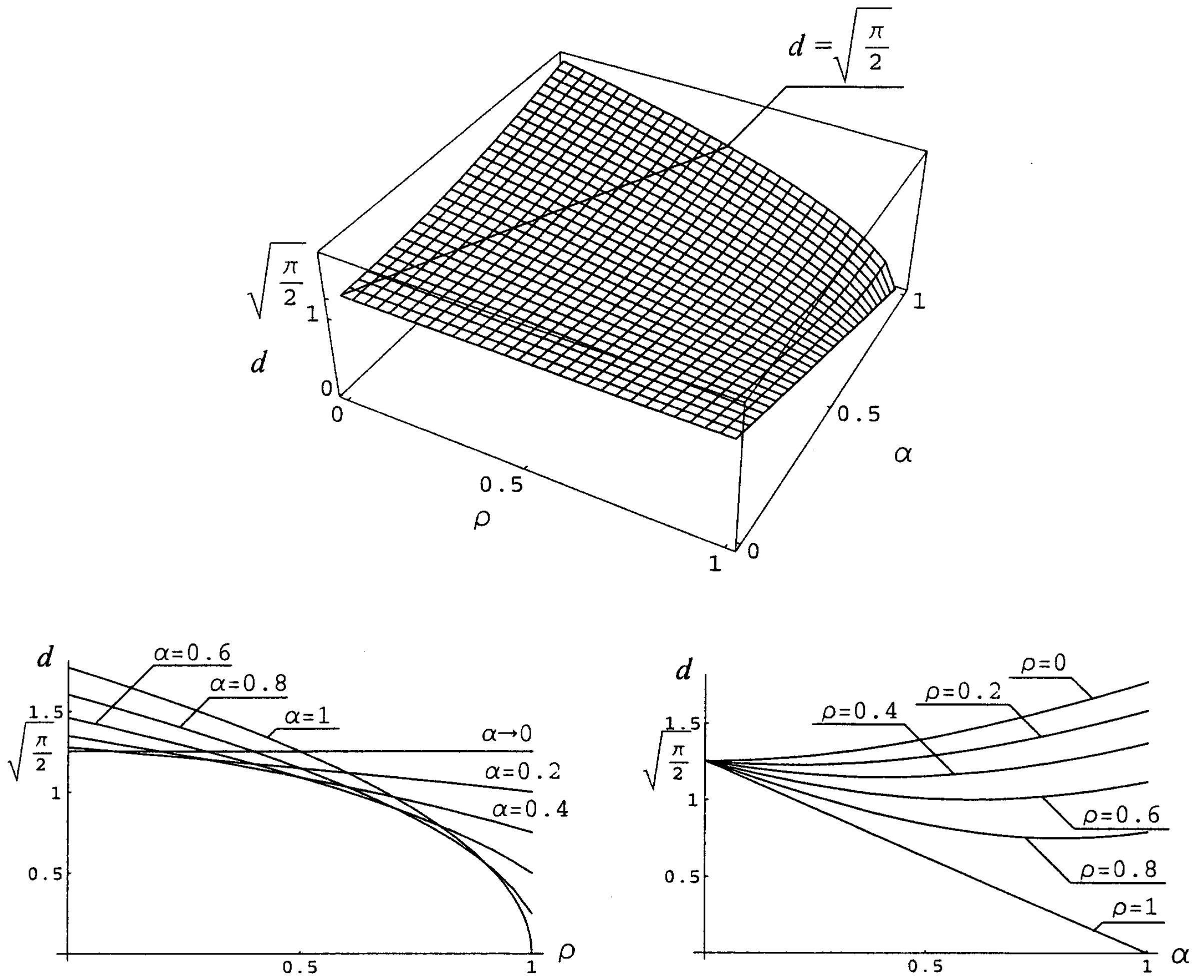

Figure 3: Jobs-housing balance, α, spatial correlation, ρ, and mean commuting distance, $\bar{d}$. $(\sigma_h = 1)$

- 空間的相関ρが与えられたとき，平均通勤距離$\bar{d}$を最小にする職住バランスαは，(3.11)式（の平方）に関する一階の条件を求めることにより得られる．すなわち，

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}(1+\alpha^2-2\rho\alpha) = 2(\alpha-\rho) = 0 \tag{3.13}$$

を解いて，

$$\alpha = \rho \tag{3.14}$$

となる．すなわち，前述の期待割当が平均通勤距離を最も短くする職住割当となることがわかる．就業地がこの基準よりも集中しているとき，つまり$\alpha < \rho$の場合は，$\partial\bar{d}/\partial\alpha < 0$となり，就業地の分散は平均通勤距離を短縮させる．反対に，就業地が上の基準よりも既に分散しているとき，つまり$\alpha > \rho$の場合は，$\partial\bar{d}/\partial\alpha > 0$となり，就業地の分散は平均通勤距離を増大させる．

就業地の分散は必ずしも平均通勤距離の短縮につながらないことは重要である．職住の空間的相関が小さい場合，すなわち遠近を問わず就業者が就業地まで通勤する場合では，就

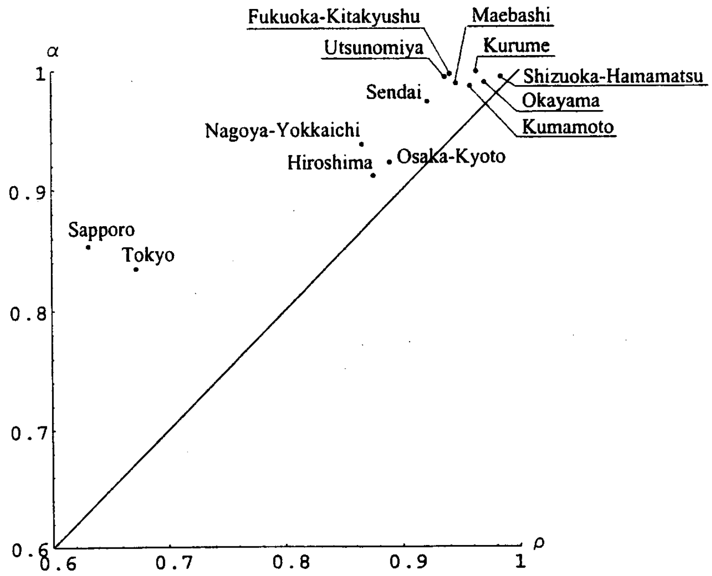

Figure 4: Relationship between jobs-housing balance, α, and spatial correlation, ρ, in Japanese Metropolises.

業地として最も有利な場所は都市の中心であり，就業地の分散は不利な場所へ通勤しなければならない就業者を増大させてしまうのである．

3.3 職住バランス・空間的相関の実測

Figure 4 は，1990 年国勢調査の従業地集計データを用いて，全国の 13 大都市圏について職住バランス α と空間的相関 ρ を求めた結果を (2.2) 式の位置の分散共分散から逆算することによって求め，プロットしたものである．通勤 OD について，居住地と就業地の位置の組を $((x_h, y_h), (x_w, y_w))$ とし，これより位置の分散共分散行列 $\mathbf{V}$ を求めている．現実のデータでは (2.8),(2.9),(2.10) の仮定は厳密には成り立たないので，居住地および就業地の位置の分散は，各方向のそれの幾何平均 $\sigma_h^2 = \sqrt{\sigma_{x_h}^2 \sigma_{y_h}^2}$, $\sigma_w^2 = \sqrt{\sigma_{x_w}^2 \sigma_{y_w}^2}$ によって求め，空間的相関は $\rho = \sqrt{Cov(x_h, x_w)/\sigma_{x_h}\sigma_{x_w} \cdot Cov(y_h, y_w)/\sigma_{y_h}\sigma_{y_w}}$ により求めている．なお，都市圏の定義には鈴木・竹内 [9] を用いている．

もし職住分布が Vaughan のモデルに従っているとすれば，どの都市圏も職住バランス α の方が空間的相関 ρ を上回っているため，現状で就業地の分散を行うと，通勤距離は増加してしまう状態にあるといえる．

3.4 平均業務移動距離と職住バランス・空間的相関との関係

2 章の居住地と就業地の関係を，同一の就業地分布に従う任意の 2 点間の関係と読み替えて，2 章の仮定が就業地間にも成立するものと仮定すれば，平均通勤距離の導出と同様のプロセスで平均業務移動距離を導くことができる．結果だけ示せば，

$$\bar{d}_w = \sigma_w \sqrt{\pi(1-\rho_w)} = \sigma_h \alpha \sqrt{\pi(1-\rho_w)} \tag{3.15}$$

と求められる．但し，ρ_w は業務移動の起終点（就業地）間の空間的相関を表すパラメータである．

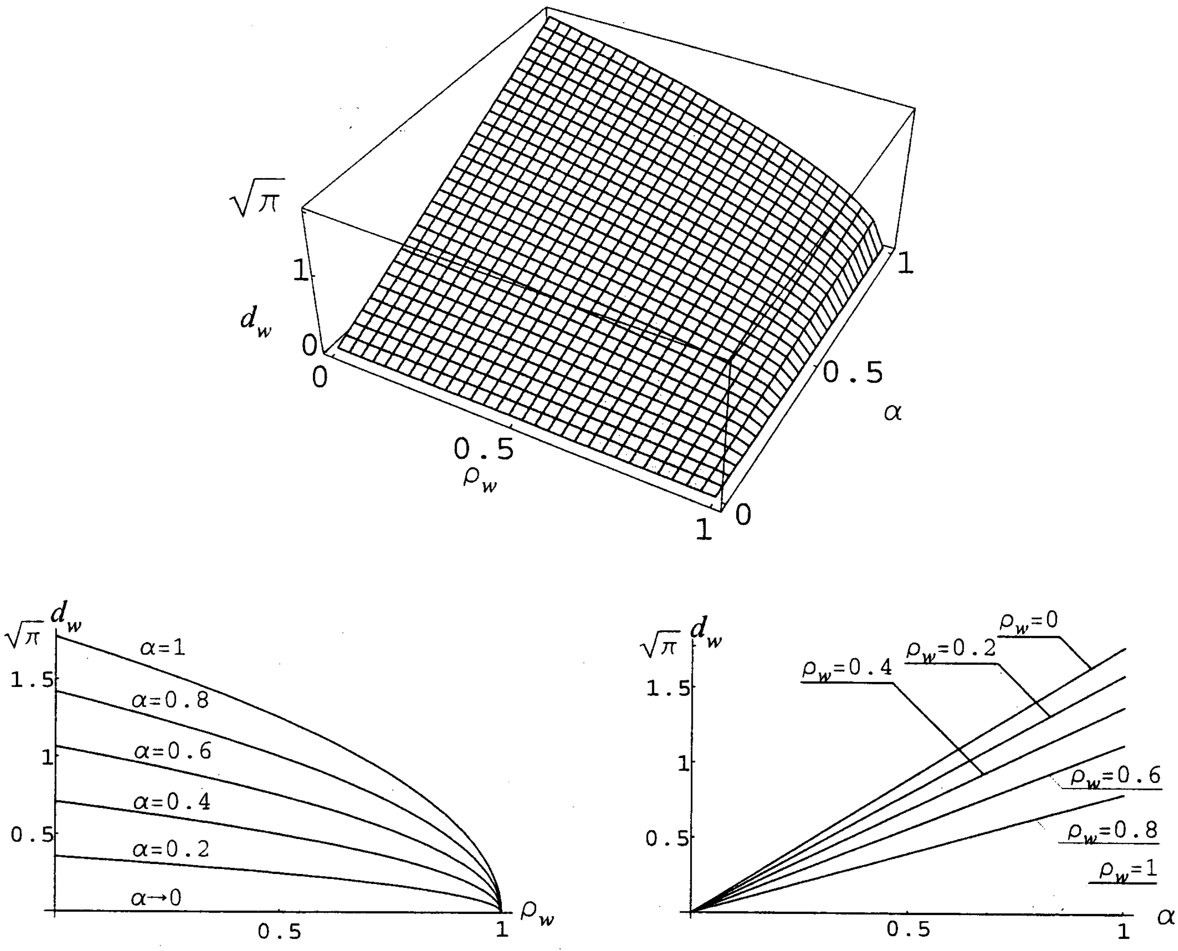

Figure 5: Jobs-housing balance, α, spatial correlation of workplaces, ρ_w, and mean business-trip distance, $\bar{d}_w$. ($\sigma_h = 1$)

Figure 5 は，(3.12) 式を基に，$\sigma_h = 1$ として平均業務移動距離 $\bar{d}_w$ が職住バランス α と就業地間の空間的相関 ρ_w の 2 つのパラメータによってどう変化するかをプロットしたものである．この図から，以下のことがわかる．

- 就業地が完全一極集中 ($\alpha \to 0$) の場合，あるいは就業地間の空間的相関が完全 ($\rho_w = 1$) の場合，平均業務移動距離は $\bar{d}_w = 0$ である．
- 職住バランス α が小さいほど，また，就業地間の空間的相関 ρ_w が大きいほど，平均業務移動距離は短くなる．

3.2 節の結果から，通勤距離の短縮の観点からは (3.14) が成立する，すなわち，就業地分布がある程度広がりを持つ方がよいが，業務移動距離の短縮の観点からは α はなるべく小さい，すなわち，就業地は一極集中に近い方が望ましい．したがって，両者のトレードオフの関係から総移動距離を最小化する最適就業地分布を論じることができる．

3.5 総移動距離を最小化する就業人口分布

都市交通の主要部分を占めるのは，通勤と業務移動である．そこで，両者の距離の和を最小化する就業人口分布を求めることを考える．

いま，就業者の居住地分布 f_h は与えられているとし，就業地分布 f_w が可変であるとする．但し，どちらも2章の Vaughan のモデルに従っているものとする．就業者一人一日当たりの通勤回数を1としたとき，一人一日当たりの業務移動回数（業務移動の重み）を γ とすると，通勤距離と業務移動距離の和の平均は，

$$\bar{d} + \gamma \bar{d}_w \tag{3.16}$$

により求められる．

Figure 6 は，(3.16) 式を最小にする職住バランス（最適職住バランス）α^* を数値計算によって求めた結果を，業務移動の重み γ の変化に対してプロットしたものである．この図から以下のことが分かる．

- 業務移動の重み γ が0のとき，既に明らかにしたように $\alpha^* = \rho$ である．γ が増大するに従い，最適職住バランス α^* は小さく，すなわち就業地分布は都心に集中していく．
- 就業地間の空間的相関 ρ_w が小さいほど γ の増大による最適職住バランス α^* への影響は大きく，ρ_w が大きくなるに連れて影響は小さくなる．
- 就業地間の空間的相関 ρ_w が1/2のとき，γ が臨界値 ρ を超えると，完全一極集中（$\alpha = 0$）が最適となる．ρ_w が1/2より小さいとこの臨界値は ρ より小さくなり，ρ_w が1/2より大きいと臨界値は ρ より大きくなる．

Vaughan[11] によって示されているように，小都市ほど ρ は小さく，大都市ほど ρ は大きい傾向にある．ρ_w については現在のところ実測データはないが，ρ と同じ傾向にあるとすると，最適な職住バランス α^* は小都市ほど小さく（集中），大都市ほど大きい（分散）方が望ましいことになる．

このことは，東京都市圏を代表とする我が国の大都市では，発達した放射状の鉄道網が強固なセクターを形成し，より広範な地理的範囲を都市内部に取り込むことによって都市の大規模化を支えると同時に，移動の容易化や情報化の発達によって空間的相関が小さくなる以上に，遠方の居住者の生活圏がセクター単位で形成されることによって空間的相関がより大きくなる方向に働くためと考えられる．こうした特徴は，いずれもより就業地の分散が望ましい状況になる理由になるものと捉えることができる．

4 結論

本稿では，Vaughan の職住同時分布モデルを基礎として，Sherratt 型分布に従う就業者の居住地分布と就業地分布とのマクロな関係を職住バランスおよび空間的相関で表現し，通勤距離および業務移動距離との理論的関係を導出した．そして，通勤距離と業務移動距離の和を最小化する就業者分布を求めた．その結果，平均通勤距離を最小にする職住バランスが存在すること，業務移動が多く発生するほど望ましい就業地分布は集中していくこと，通勤と業務移動の総移動距離を最小にする就業者分布が存在し，職住間や就業地間の空間的相関が大きいほど，就業地の分散が望ましいことなどを明らかにすることができた．

大都市ほど，また空間的相関が大きいほど就業地の分散が望ましいという結果は，業務核都市の形成などの現実の都市政策の方向性と一致するものである．しかし，これはあくまで居住地分布を固定した場合であり，コンパクトシティなど居住地分布も変化させうる場合

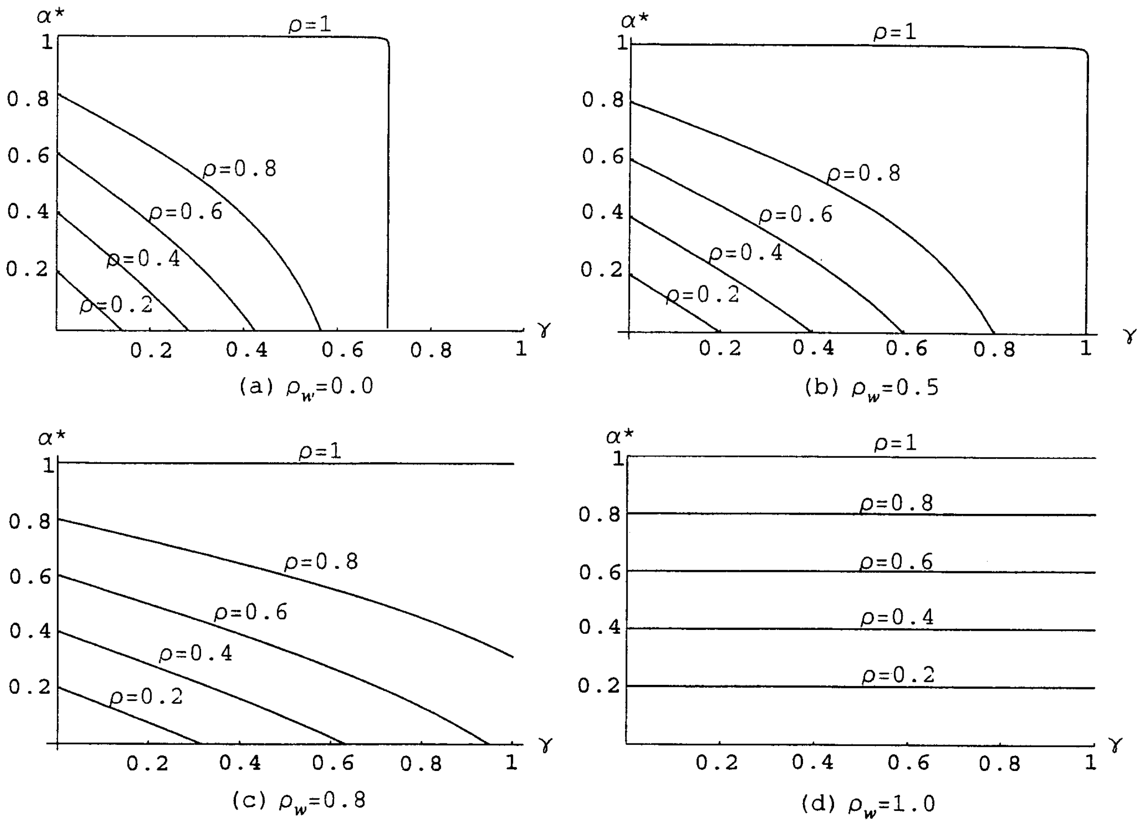

Figure 6: The weight of business-trip, γ, and optimal jobs-housing balance, α^*.

の望ましい都市構造を議論する際には，本稿では捨象していた居住環境側の制約などの検討が必要であろう．

できるだけ少ないパラメータでの簡明な記述とマクロな関係の導出を目指したため，現実の都市における職住間や就業地間の空間的相関や業務移動の重みの計測，Vanghan の職住同時分布モデルの適合性の検討などの課題が残されているが，これらについては今後の課題である．

参考文献

[1] W. Alonso, Location and Land Use (Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1964).

[2] S. Angel and G. M. Hyman, Urban spatial interaction, Environment and Planning A, 4 (1972), 99-118.

[3] D. E. Blumenfeld, Modeling the joint distribution of home and workplace locations in a city, Transportation Science, 11(4) (1977), 307-337.

[4] D. E. Blumenfeld and G. H. Weiss, Some radial and direction-dependent models for densities of homes and workplaces, Transportation Research, 8 (1974), 149-155.

[5] C. Clark, Urban population densities, Journal of the Royal Statistical Society, 114 (1951), 490-496.

[6] D. Fairthorne, The distances between pairs of points in towns of simple geometrical shapes, in J. Almond (ed.), Proceedings 2nd International Symposium on the Theory of Traffic Flow (OECD, Paris, 1965), 391-406.

[7] F. A. Haight, Some probability distributions associated with commuter travel in a homogeneous circular city, Operations Research, 12 (1964), 964-975.

[8] 鈴木　勉, 職住分布構造と通勤距離の関係に関する理論的考察, 都市計画論文集, 29 (1994), 505-510.

[9] 鈴木　勉・竹内章悟, 全国圏域構造の分析　－80年代の人口分布動向－, 電力経済研究, 33 (1994) 49-58.

[10] R. Vaughan, Traffic activity described in terms of some characteristics of an urban area, Transportation Research, 8 (1974), 553-565.

[11] R. Vaughan, Urban Spatial Traffic Patterns, (Pion, London, 1987).

[12] C. A. Wilkins, Sherratt's model and commuter travel, Transportation Science, 3 (1969), 93-98.

鈴木勉 (正会員) 〒276-0023 千葉県八千代市勝田台 3-40-7

1989年東京大学大学院工学系研究科修士課程（都市工学専攻）修了. 博士（工学）. 同年,（財）電力中央研究所. 1996年, 筑波大学社会工学系講師. 2003年, 同助教授. 立地科学及び都市空間構造の研究に従事. 日本都市計画学会, 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 日本建築学会, 地理情報システム学会, 地域安全学会会員.

(2003年 4 月 7 日受付)

(2003年 6 月17日最終稿受付)