

541.66

056

(H0)

---

# スピンカオス運動による磁気損失とノイズ

---

(10650269)

平成10年度～平成12年度科学研究費補助金（基盤研究（C）（2））研究成果報告書

平成13年4月

研究代表者 奥野 光  
(筑波大学機能工学系助教授)

寄	贈
奥野	平成
光	年
氏	月
	日

01603059

# は し が き

## 研究組織

研究代表者 奥野 光 (筑波大学機能工学系助教授)

## 研究経費

平成 10 年度	1,300 千円
平成 11 年度	700 千円
平成 12 年度	500 千円
計	2,500 千円

## 研究発表

### (1) 学会誌

- ( H.Okuno, T. Sakata, and H. Takeda, Controlling chaos of nonlinear domain-wall motion, *Journal of Applied Physics*, Vol.85, No.8, 5083, April 1999.)
- ( H. Okuno and Y. Takemura, Unstable equilibrium point in chaotic domain-wall motion and Ott-Grebogi-Yorke control, *Journal of Applied Physics*, Vol.89, No.11, 1, June 2001.)

### (2) 口頭発表

- ( 奥野 光、岡田好丘、竹田 恒、磁壁のカオス運動と予測 OGY法による制御、日本応用磁気学会学術講演概要集、1998年9月 )
- ( 奥野 光、非線形磁壁共鳴のピークシフトとカオス、日本応用磁気学会学術講演概要集、1999年10月 )
- ( 奥野 光、磁壁のカオス運動とエネルギー損失、東北大学電気通信研究所、2000年1月 )
- ( 奥野 光、竹村優一、磁壁カオス運動の不安定不動点と OGY 制御、日本応用磁気学会学術講演概要集、2000年9月 )
- ( 奥野 光、竹村優一、プロット磁壁のカオス運動と制御、電気学会マグネティックス研究会資料、2000年12月 )
- ( 奥野 光、竹村優一、和泉康弘、プロット磁壁の OGY 法によるカオス制御、電気学会全国大会講演論文集、2001年3月 )



DIGESTS OF THE 22ND ANNUAL CONFERENCE ON

# MAGNETICS

IN JAPAN

1998



**22**

第22回日本応用磁気学会学術講演概要集

1998年9月20日～23日

主催 社団法人 日本応用磁気学会

# 磁壁のカオス運動と予測 OGY 法による制御

奥野 光、岡田好丘、竹田 恒 (筑波大)

Chaos of domain wall motion and OGY controlling with method of predicting

H. Okuno, Y. Okada and H. Takeda (Univ. of Tsukuba)

目的 磁壁のカオス運動は、エネルギー損失や共鳴点付近の不安定現象<sup>1)</sup>、ノイズ、記録誤りの問題と関係していると考えられ、カオスの存在領域の解明と制御は、磁気デバイスの応用上重要な課題である。

モデル 1枚の湾曲しないプロット磁壁が、無限平面薄膜内に存在する。磁壁に平行な1軸異方性と、磁壁に垂直な方向の正弦波状の周期ポテンシャル障壁の中を、正弦波印加磁場により強制振動する状況を考える。運動方程式は、慣性項、制動項、復元力項、強制力項、制御入力項で構成する。カオス制御法の一つである OGY 法<sup>2)</sup>は、カオスアトラクターに埋め込まれた不安定不動点の安定多様体を利用し、カオス運動を安定状態に遷移させる方法である。いま、制御入力がない時の鞍点(双曲型不安定不動点)  $\xi_a = (x_a, v_a)$  の近傍で、運動方程式を線形近似し以下のような差分方程式に書き変える。

$$\delta \xi(k+1) = A \delta \xi(k) + bu(k) + \eta = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ -\frac{\tau R 2\pi \cos 2\pi x_a}{Ml} & 1 - \frac{\tau K}{M} \end{bmatrix} \delta \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \\ M \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \frac{B}{M} \cos 2\pi f \tau k \end{bmatrix} \quad (1)$$

$x$ :位置,  $t = k \tau$ :時刻,  $k$ :ステップ数,  $\tau$ :時間刻み幅,  $v$ :速度,  $M$ :慣性質量,  $K$ :制動係数,  $R$ :復元係数,  $B$ :強制係数,  $f = 1/\mu m$ :周期ポテンシャル波長,  $2\pi f$ :強制角周波数,  $\delta \xi(k) = \xi(k) - \xi_a$ ,  $\xi(k) = (x(k), v(k))^T$ :状態空間点  
また、制御入力は、

$$u(k) = \begin{cases} -\frac{\lambda_u}{v_a b} v_a \delta \xi(k) - \frac{v_a \eta}{v_a b} & \text{if } |\delta \xi(k)| \leq \varepsilon \\ 0 & |\delta \xi(k)| > \varepsilon, \end{cases} \quad (2)$$

$\lambda_u$ :  $A$  の不安定固有値 ( $|\lambda_u| > 1$ ),  $v_a$ :反変ベクトル,  $\varepsilon$ :正の小数

OGY 法は、不安定不動点近傍でのみ制御入力を印加するので、指定した不動点近傍に来るまでは、何もせずただ待つだけであり、入力値は小さくてすむが、速応性は悪い。この欠点を克服するため、予測法<sup>3)</sup>を組み合わせる方法を考えて。時系列データを蓄積してアトラクターを構成しておき、その構造から時間発展を予測する。状態が不動点から遠ざかると予測された時は、制御入力を印加し、速応性を高めることができる。

結果 Fig.1 に  $R$  と  $B$  をパラメータとしたカオス領域図を示す。白がカオス領域、それ以外が3種類の規則運動の領域である。Fig.2 にカオス制御の結果を示す。実線が OGY 法による制御、白丸が予測 OGY 法による制御で、予測法を併用したほうが、不動点への整定時間が短いことがわかる。

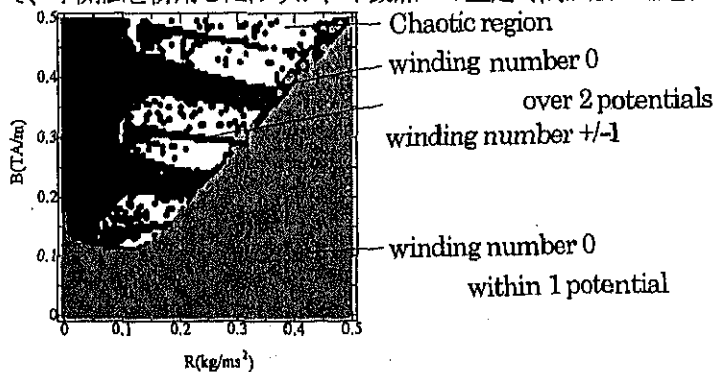


Fig.1 Chaotic and regular regions of domain wall motion.

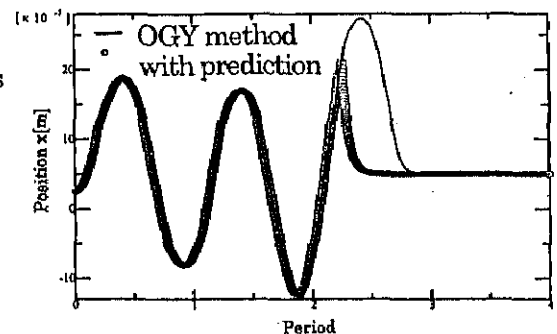


Fig.2 Controlling chaos of domain wall motion.

参考文献 1)H. Okuno, J. Appl. Phys., Vol.81, No.8, 15, 5233 (1997).

2)E. Ott, C. Grebogi and J.A. Yorke, Phys. Rev. Letters, Vol.64, No.11, 1196 (1990).

3)J. Jimenez, J.A. Moreno and G.J. Ruggieri, Phys. Rev. A, Vol.45, No.6, 3553 (1992).

# Controlling chaos of nonlinear domain-wall motion

H. Okuno,<sup>a)</sup> T. Sakata, and H. Takeda

*Institute of Engineering Mechanics, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennoudai, Tsukuba, Ibaraki 305, Japan*

The two-step Ott–Grebogi–Yorke (OGY) method and the prediction OGY method for controlling chaos of magnetic domain-wall motion are proposed to improve the long settling time in the original OGY method. In the two-step OGY method, a magnetic domain wall is first moved on a periodic orbit and the OGY method is used when the orbit approaches a saddle point. In the prediction OGY method, the motion of the domain wall is predicted before the OGY method is applied. An attractor in the state space can be reconstructed by using the time series of the domain-wall motion. The near future can be predicted even in the chaotic system, because the short time developments of the neighborhood system of a predictee in the attractor are not so different from each other. The settling time of the improved OGY methods is 1/5–1/30 times as long as that of the original OGY method. © 1999 American Institute of Physics. [S0021-8979(99)74908-X]

## I. INTRODUCTION

Chaos of magnetic spin dynamics has been a very interesting problem in basic magnetism.<sup>1,2</sup> A model of the Bloch wall with a term for a nonlinear restoring force has been shown to undergo chaotic motion at a certain amplitude and frequency of external magnetic drive fields.<sup>3</sup> Controlling the chaos of the domain-wall motion is also very important to solve the problems of energy loss and recording errors in the field of applied magnetism.<sup>4</sup>

## II. MODEL AND CALCULATION

The dynamics of Bloch wall motion are expressed by a nonlinear differential equation with the terms of inertia, damping, restoring, and an external magnetic drive force as follows:<sup>3</sup>

$$\left[ \frac{2\mu_0(1+\alpha^2)}{\gamma^2\Delta} \right] \frac{d^2x}{dt^2} + \left[ \frac{8\pi\mu_0I_s\alpha}{|\gamma|\Delta} + \frac{16dI_s^2}{\pi^3\rho} \right] \frac{dx}{dt} + [2I_sH_c] \sin \frac{2\pi x}{l} = [2I_sH] \cos \omega t, \tag{1}$$

where  $\mu_0$  is the permeability of vacuum,  $\alpha$  is the Gilbert damping coefficient,  $\gamma$  is the gyromagnetic constant,  $\Delta$  is the width parameter of the magnetic domain wall,  $x$  is the coordinate of the domain wall,  $t$  is the time,  $I_s$  is the saturation magnetization,  $d$  is the thickness of the magnetic material,  $\rho$  is the electrical resistivity of the magnetic material,  $\delta = \pi\Delta$  is the width of the domain wall,  $H_c$  is the coercive force,  $l$  is the wavelength of the coercivity-inducing potential,  $H$  is the external magnetic field, and  $\omega = 2\pi f$  is the angular frequency of the external magnetic field. The coefficients in brackets are defined as  $M$ ,  $K$ ,  $R$ , and  $B$  in that order.

Equation (1) is transformed into the difference equations by following the Ott–Grebogi–Yorke (OGY) method,<sup>5</sup> approximating linearly around a saddle-point  $\xi_a = (x_a, v_a)^T$ , and adding a controlling input  $u(k)$  as follows:<sup>3</sup>

$$\delta\xi(k+1) = A\delta\xi(k) + bu(k) + \eta$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ -\frac{\tau R 2\pi}{Ml} \cos \frac{2\pi x_a}{l} & 1 - \frac{\tau K}{M} \end{bmatrix} \delta\xi(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\tau}{M} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{B}{\tau M} \cos 2\pi f \tau k \end{bmatrix}, \tag{2}$$

where  $t = k\tau$  is time,  $k$  is the number of the time step,  $\tau$  is the size of the time step,  $v$  is the velocity,  $\xi(k) = [x(k), v(k)]^T$  is a point in the state space,  $\xi_a = (x_a, v_a)^T$  is the saddle point (an unstable equilibrium point) and  $\delta\xi(k) = \xi(k) - \xi_a$ .

The controlling input to move the orbit on to a stable manifold of the saddle point is calculated as follows:

$$u(k) = \begin{cases} -\frac{\lambda_u}{w_u \cdot b} w_u \delta\xi(k) - \frac{w_u \eta}{w_u \cdot b} & \text{if } |\delta\xi(k)| \leq \epsilon \\ 0 & \text{if } |\delta\xi(k)| \geq \epsilon, \end{cases} \tag{3}$$

where  $\lambda_u$  is an unstable eigenvalue of  $A$  ( $|\lambda_u| > 1$ ),  $w_u$  is an unstable contravariant vector [ $w_u \cdot \delta\xi(k+1) = 0$ ], and  $\epsilon$  is a small positive number.

Two improved methods are proposed for quick control of chaotic domain-wall motion. One is the two-step OGY method and the other is the prediction OGY method.

The magnetic domain wall is first moved on a periodic orbit in the case of the two-step OGY method. The controlling input is calculated in order that the amplitude of the periodic motion comes near the saddle point. The OGY method is used when the orbit comes near the saddle point.

The prediction OGY method is another approach to control quickly the chaotic motion of a magnetic domain wall. The prediction OGY method is the combination of the method proposed by Jimenez<sup>6</sup> and the OGY method. If the motion of a domain wall is predicted, the number and/or the amplitude of the controlling input can be reduced. Namely, we can judge whether the controlling input needs to be applied or not if the future is known. The controlling input in the OGY method is not necessary when the predicted points

<sup>a)</sup>Electronic mail: okuno@kz.tsukuba.ac.jp

TABLE I. Material parameters.

Thickness of film	$d = 0.25 \mu\text{m}$
Resistivity	$\rho = 160 \mu\Omega \text{ cm}$
Domain-wall width	$\delta = 0.1 \mu\text{m}$
Coercive force	$H_c = 0.29 \text{ A/m}$
Magnetization	$I_s = 0.46 \text{ T}$
$g$ factor	$g = 2$
Wavelength of stress	$l = 1 \mu\text{m}$
Relaxation frequency	$\nu = 1 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$

continue to approach the saddle point. The OGY method is immediately used when the predicted points continue to go away from the saddle point.

The question is why we can predict the motion of the magnetic domain wall even if it is chaotic. The reason is that the short time developments of the neighborhood system of a predictee in the attractor are not so different from each other.

The procedure of prediction is as follows: An attractor in the state space is reconstructed from the time series  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , of the domain-wall position. A vector of one point in the attractor is expressed as  $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ), because the figure of 3 is enough for the embedding dimension in the case of the prediction of the near future. The centroid vector  $\mathbf{R}$  is calculated as follows:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i, \quad (4)$$

where  $\mathbf{X}_p$  is a predictee and  $\mathbf{X}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) is the neighborhood of  $\mathbf{X}_p$ .

The orthonormal basis  $\mathbf{b}_i$  is calculated by the Gram-Schmidt method from the basis  $\mathbf{H}_i = \mathbf{X}_i - \mathbf{R}$ . The coefficient  $c_i$  is calculated from the equation  $\mathbf{H}_p = \sum_{i=1}^n c_i \mathbf{b}_i$ . This coefficient can be used to obtain a predicted vector  $\tilde{\mathbf{X}}_p$ , because it is an appropriate approximation that the coefficient  $c_i$  does not change in the near future. A predicted vector is obtained as follows:

$$\tilde{\mathbf{X}}_p = \tilde{\mathbf{H}}_p + \tilde{\mathbf{R}} = \sum_{i=1}^n c_i \tilde{\mathbf{b}}_i + \tilde{\mathbf{R}}. \quad (5)$$

The computer simulation is performed by the fourth-order Runge-Kutta method. The material parameters are shown in Table I. The values of the coefficients, magnetic field, and the initial values are shown in Table II.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

Figure 1 shows the time series of the magnetic domain-wall position at the frequency  $f = 2 \text{ MHz}$ , the driving coefficient  $B = 0.31 \text{ TA/m}$ , and the initial values  $x = v = 0$ . This is

TABLE II. Values of the coefficients, magnetic field, and initial values.

Mass of domain wall	$M = 1.66 \times 10^{-9} \text{ kg/m}^2$
Damping coefficient	$K = 1.74 \times 10^{-2} \text{ kg/s m}^2$
Restoring coefficient	$R = 0.2668 \text{ kg/m s}^2$
Magnetic field amplitude	$H = 0.337, 0.652 \text{ A/m}$
Frequency	$f = 2 \text{ MHz}$
Initial values	$x = 0, 0.25 \mu\text{m}, dx/dt = 0 \text{ m/s}$

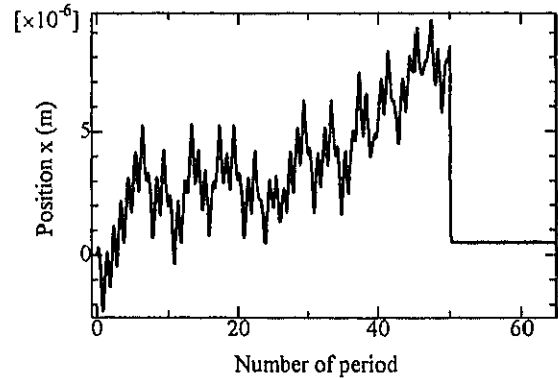


FIG. 1. The time series of the magnetic domain-wall position controlled to stand still on the saddle point by the ordinal negative feedback control.

the ordinal method of the negative feedback control. The motion of the domain wall is chaotic until 50 periods of drive field when the controlling input is applied to it. The domain wall is controlled by shear force to stand still on a saddle point of  $l/2 = 0.5 \mu\text{m}$ . The controlling input is extremely large, as shown in Fig. 2.

Figure 3 shows the time series of the magnetic domain-wall position with the same conditions as in Fig. 1. The control is achieved by the OGY method. The instruction of control is given at 50 periods of drive field. The controlling input is applied at 136.6 periods when the orbit comes near the saddle point. The orbit is moved on to a stable manifold of the saddle point and finally stands still on the saddle point. This procedure is natural and intrinsically different from that of the above feedback control. The controlling input, as shown in Fig. 4, therefore, is  $1/700$  times as large as that of an ordinal feedback control. This is an advantage of the OGY method. The settling time of 86.6 periods, however, is very large. This time delay arises from the mechanism in which the controlling input is not applied to the system until the domain wall comes in the neighborhood of the saddle point.

Figures 5 and 6 show the time series of the magnetic domain-wall position with the same condition as in Fig. 1 and the controlling input in the case of the two-step OGY method, respectively. The magnetic domain wall is first moved on a periodic orbit of 50.5 periods. The controlling input is calculated in order that the amplitude of the periodic motion comes near the saddle point. The OGY method is used for the 53.5 periods when the orbit approaches the

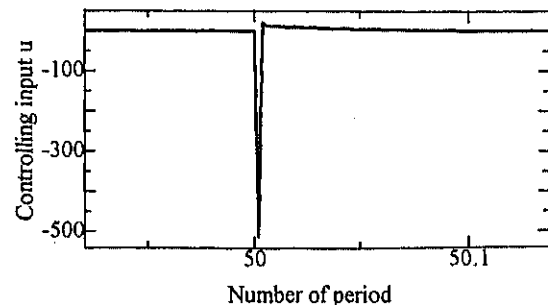


FIG. 2. The controlling input of the negative feedback control.

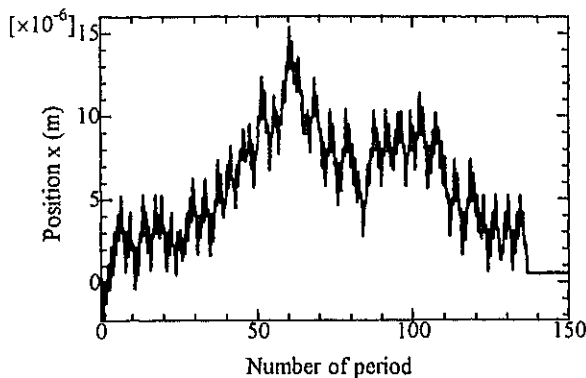


FIG. 3. The time series of the magnetic domain-wall position controlled by the OGY method with the same conditions as in Fig. 1.

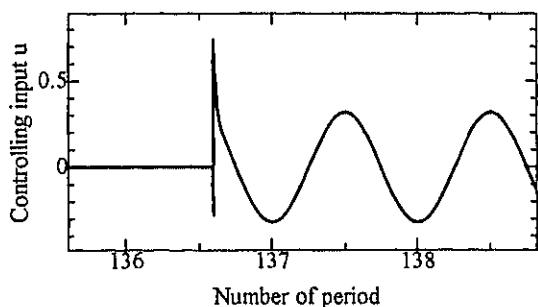


FIG. 4. The controlling input of the OGY method which is 1/700 times as large as that of the ordinal negative feedback control.

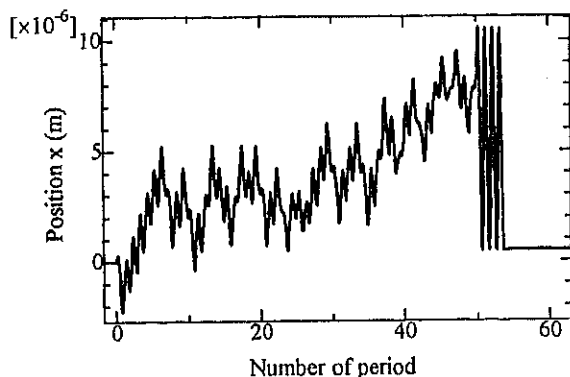


FIG. 5. Time series of the magnetic domain-wall position in the two-step OGY method. The settling time is 1/30 times as long as that of the OGY method in Fig. 4.

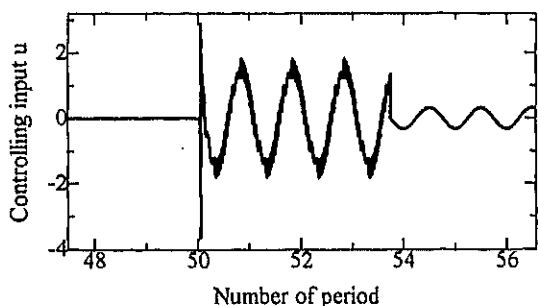


FIG. 6. The controlling input of the two-step OGY method.

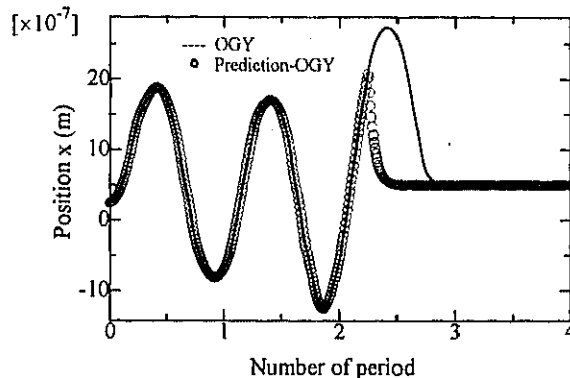


FIG. 7. The time series of the magnetic domain-wall position. The settling time of the prediction OGY method (O) is 1/5 times as long as that of the OGY method (—).

saddle point. The value of the controlling input for the periodic motion is as small as that of the OGY method. The settling time is 1/30 times as long as that of the OGY method in Fig. 4. The weak point of the OGY method is improved by the two-step OGY method.

Figure 7 shows the time series of the magnetic domain-wall position at the frequency  $f=2$  MHz, the driving coefficient  $B=0.6$  TA/m, and the initial values  $x=0.25 \mu\text{m}$  and  $v=0$  m/s. The circles show the motion of the domain wall in the prediction OGY method. The solid line shows the motion of the domain wall in the OGY method. The instruction of the control is given at 2.25 periods. The controlling input in the prediction OGY method is immediately applied to the system, because the orbit is predicted to continue away from the saddle point. The controlling input in the OGY method is applied at 2.7 periods. The settling time of the prediction OGY method is 1/5 times as long as that of the OGY method. The weak point of the OGY method is improved by the prediction OGY method.

#### IV. CONCLUSION

The chaotic motion of a magnetic domain wall was controlled to stand still on an unstable equilibrium point (a saddle point) by the OGY method. The two-step OGY method and the prediction OGY method were proposed to improve the long settling time in the original OGY method. The settling time of the improved OGY methods was 1/5–1/30 times as long as that of the original OGY method.

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to thank the Japanese Ministry of Education for a Grant (Kiban Research C).

- <sup>1</sup>D. W. Peterman, M. Ye, and P. E. Wigen, *J. Appl. Phys.* **76**, 6886 (1994).
- <sup>2</sup>V. S. Gornakov, V. I. Nikitenko, I. A. Prudnikov, and V. T. Synogach, *Phys. Rev. B* **46**, 10829 (1992).
- <sup>3</sup>H. Okuno, K. Hirata, and T. Sakata, *IEEE Trans. Magn.* **31**, 3364 (1995).
- <sup>4</sup>H. Okuno, *J. Appl. Phys.* **81**, 5233 (1997).
- <sup>5</sup>E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1196 (1990).
- <sup>6</sup>J. Jimenez, J. A. Moreno, and G. J. Ruggeri, *Phys. Rev. A* **45**, 3553 (1992).

DIGESTS OF THE 23RD ANNUAL CONFERENCE ON

# MAGNETICS

IN JAPAN

1999

**23**

第23回 日本応用磁気学会 学術講演概要集

1999年10月5日～8日

主催 社団法人 日本応用磁気学会



# 非線形磁壁共鳴のピークシフトとカオス

奥野 光 (筑波大)

Peak shift and chaos of nonlinear magnetic domain wall resonance

H. Okuno (Univ. of Tsukuba)

**目的** 磁壁の共鳴周波数は、従来の線形理論では磁壁の慣性質量と復元力係数の比によって一意に決まる値である。しかし、復元力の非線形性を考慮すると、物質の内部構造を反映したポテンシャルの変動周期を、あらわに含んだ形の磁壁共鳴周波数の式が導かれた。また外部磁場の振幅によって共鳴ピーク周波数がシフトし、さらに振幅が大きくなると共鳴点付近でカオスを生じ、頂上崩壊を起すことが見出された。この現象は、磁気デバイスの損失、ノイズ、記録誤り等の問題と関係すると考えられるので、応用上重要な研究課題である。

**モデル** 実際の磁壁は、湾曲して複雑な運動をするため、その各部の動きを詳細に追跡する事は困難である。しかし、その重心の運動に注目すると、湾曲しない磁壁の運動方程式に帰着できる。また、重心の運動が第一近似として、磁壁全体のエネルギー損失や不安定現象を考察する良い指標であると考えられる。そこで、1枚の湾曲しないブロッコ磁壁が、無限平面の薄膜内に存在するモデルを出発点とした。磁壁に平行な1軸異方性と、磁壁に垂直な方向の正弦波状の周期ポテンシャル障壁の中で、磁壁は正弦波状磁場により強制振動する。運動方程式は、以下のように、順に慣性項、制動項、復元力項、強制力項から構成される。

$$\left[ \frac{2\mu_0(1+\alpha^2)}{\gamma^2\Delta} \right] \frac{d^2x}{dt^2} + \left[ \frac{8\pi\mu_0 I_s \alpha}{|\gamma|\Delta} + \frac{16dI_s^2}{\pi^3\rho} \right] \frac{dx}{dt} + [2I_s H_c] \sin \frac{2\pi x}{\ell} = [2I_s H] \cos \omega t, \quad (1)$$

$\mu_0$ : the permeability of vacuum,  $\alpha$ : the Gilbert damping coefficient,  $\gamma$ : the gyromagnetic constant,  $\Delta$ : the width parameter of the magnetic domain wall,  $x$ : the coordinate of the domain wall,  $t$ : the time,  $I_s$ : the saturation magnetization,  $d$ : the thickness of the magnetic material,  $\rho$ : the electrical resistivity of the magnetic material,  $\delta = \pi \Delta$ : the width of the domain wall,  $H_c$ : the coercive force,  $\ell$ : the wavelength of the coercivity-inducing potential,  $H$ : the external magnetic field, and  $\omega = 2\pi f$ : the angular frequency of the external magnetic field. The coefficients in brackets are defined as  $M$ ,  $K$ ,  $R$ , and  $B$  in that order.

**損失曲線** エネルギー損失曲線は、以下の式で制動力  $F$  を積分して計算する。ここで、 $K$  は制動係数である。

$$U = \int F \cdot dx = \int K \frac{dx}{dt} dx \quad (\text{J/m}^2). \quad (2)$$

**結果と考察** Fig.1 にエネルギー損失の周波数曲線を示す。外部磁場の振幅に比例した強制力項の係数  $B$  が増大するに伴い、ピークが低周波数側にシフトし、共鳴周波数が低下している。また、 $B=0.2 \text{ TA/m}$  では、カオスが起きてピーク付近で頂上崩壊が生じている。これは、以下のように解釈できる。(1)式の復元力項を展開すると

$$R \sin \frac{2\pi x}{\ell} = R \left\{ \frac{2\pi x}{\ell} - \frac{1}{6} \left( \frac{2\pi x}{\ell} \right)^3 + \frac{1}{120} \left( \frac{2\pi x}{\ell} \right)^5 - \dots \right\}. \quad (3) \quad [\times 10^{-8}]$$

(3)式を考慮した非線形共鳴周波数  $f_{nr}$  は、

$$f_{nr} \equiv \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R}{M} \left\{ \frac{2\pi}{\ell} - O(x^3) \right\}}. \quad (4)$$

この式によると  $\{ \}$  の中の第1項が線形共鳴周波数  $f_L$  に対応し、非線形共鳴周波数  $f_{nr}$  は線形共鳴周波数  $f_L$  と異なる値を持つことになる。また、外部磁場の振幅に比例した強制力項の係数  $B$  が増大するに伴い、磁壁の運動距離  $x$  が増加し、 $O(x^3)$  の影響で非線形共鳴周波数  $f_{nr}$  は減少する。

**謝辞** 本研究は、文部省科研費基盤研究 (c) の補助による。

**参考文献** 1) H. Okuno, J. Appl. Phys., Vol.81, No.8, 15, 5233 (1997).

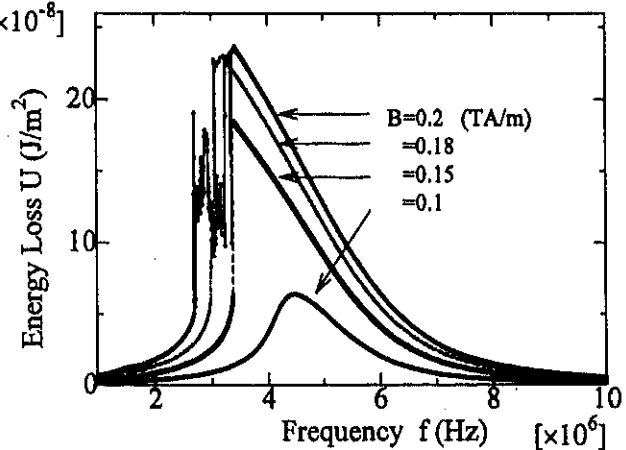


Fig.1 Peak shift and chaos of nonlinear magnetic domain wall resonance.

平成 11 年度

東北大学電気通信研究所

共同プロジェクト研究会「H11-B01 マイクロ磁気システムの研究」  
工学研究会スピニクス研究会

合 同 研 究 会

東北大学電気通信研究所  
大会議室

2000 年 1 月 26 日(水)

# 磁壁のカオス運動とエネルギー損失

奥野 光 (筑波大)

## Chaos and Energy loss of magnetic domain wall motion

H. Okuno (Univ. of Tsukuba)

### 1. 目的

磁気デバイスのマイクロ化を検討した場合、その中の磁壁の数が減少するため、磁壁の運動による磁気特性への直接的な影響に注目する事、また、扱うエネルギーも微小となることから、エネルギーの高効率化を検討することが重要な課題となると考えられる。

マクロなデバイスでは、磁壁の数は膨大であり、個々の磁壁の運動状態は平均化されてしまう。したがって、磁壁のミクロな運動の詳細情報は失われ、全体としての平均量のみが物理的な意味を持つ。これに対し、磁壁が高々数枚しか存在しない状況下では、磁壁のミクロな運動そのものに注目することが必要になると考えられる。

従来、磁壁の運動は2次系の線形運動方程式<sup>1)2)</sup>で扱われ、不規則な運動は、試料固有の形状境界やランダムな欠陥での磁壁の拘束、磁壁の湾曲によって生ずると考えられてきた。したがって、そのような運動は、磁壁の置かれた固有の状況から発生するもので、共通の原理を導きだし解析、応用できる対象にはならないとみなされてきた。しかし、最近の著者等の研究により、磁壁の不規則な、いわゆるカオス運動が、何ら不規則性を含まない試料においても、試料個々の状況からではなく、非線形・非平衡状態という一般的な原理から導き出されることが、明らかになってきた。<sup>3)4)</sup>

本論文では、特に磁壁共鳴におけるエネルギー損失曲線とカオス現象の關係に焦点を当て、線形理論では見られない、エネルギー損失曲線のピークシフトと頂上崩壊現象について述べる。

磁壁の共鳴周波数は、従来の線形理論では磁壁の慣性質量と復元力係数の比によって一意に決まる値である。しかし、復元力の非線形性を考慮すると、物質の内部構造を反映したポテンシャルの変動周期を、あらわに含んだ形の磁壁共鳴周波数の式が導かれる。また外部磁場の振幅によって共鳴ピーク周波数がシフトし、さらに振幅が大きくなると共鳴点付近でカオスを生じ、頂上崩壊を起すことが見出される。この現象は、磁気デバイスのエネルギー効率の改善、ノイズ、記録誤り等の問題と関係すると考えられるので、応用上重要な研究課題といえる。

### 2. 計算モデル

実際の磁壁は、湾曲して複雑な運動をするため、その各部の動きを詳細に追跡する事は困難である。しかし、その重心の運動に注目すると、湾曲しない磁壁の運動方程式に帰着できる。また、重心の運動が第一近似として、磁壁全体のエネルギー損失や不安定現象を考察する良い指標であると考えられることは妥当であろう。そこで、1枚の湾曲しないプロッ

ホ磁壁が、無限平面の薄膜内に存在するモデルを出発点とした。磁壁に平行な1軸異方性と、磁壁に垂直な方向の正弦波状の周期ポテンシャル障壁の中で、磁壁は正弦波状磁場により強制振動する。運動方程式は、以下のように、順に慣性項、制動項、復元力項、強制力項から構成される。

$$\left[ \frac{2\mu_0(1+\alpha^2)}{\gamma^2\Delta} \right] \frac{d^2x}{dt^2} + \left[ \frac{8\pi\mu_0 I_s \alpha}{|\gamma|\Delta} + \frac{16dI_s^2}{\pi^3\rho} \right] \frac{dx}{dt} + [2I_s H_c] \sin \frac{2\pi x}{\ell} = [2I_s H] \cos \omega t, \quad (1)$$

ここで

$\mu_0$  : the permeability of vacuum,  $\alpha$  : the Gilbert damping coefficient,  
 $\gamma$  : the gyromagnetic constant,  $\Delta$  : the width parameter of the magnetic domain wall,  
 $x$  : the coordinate of the domain wall,  $t$  : the time,  $I_s$  : the saturation magnetization,  
 $d$  : the thickness of the magnetic material,  $\rho$  : the electrical resistivity of the magnetic material,  $\delta = \pi \Delta$  : the width of the domain wall,  $H_c$  : the coercive force,  
 $\ell$  : the wavelength of the coercivity-inducing potential,  $H$  : the external magnetic field,  
 $\omega = 2\pi f$  : the angular frequency of the external magnetic field,  
 []括弧でまとめた各項の係数は、左から順に  $M, K, R, B$  とする。

### 3. 損失曲線の計算方法

エネルギー損失曲線は、以下の式で制動力  $F$  を積分して計算する。ここで、 $K$  は制動係数である。

$$U = \int F \cdot dx = \int K \frac{dx}{dt} dx \quad (\text{J/m}^2). \quad (2)$$

### 4. 結果と考察

Fig.1 に、外部磁場の振幅に比例した強制力項の係数  $B$  が、0.1、0.15、0.18 TA/m の場合のエネルギー損失の周波数曲線を示す。係数  $B$  が増大するに伴い、ピークが低周波数側にシフトし、共鳴周波数が低下している。また、 $B=0.18$  TA/m では、ピーク付近で頂上崩壊が生じ始めている。

Fig.2 は、 $B=0.2$  TA/m の場合で、頂上崩壊がより顕著に現れており、エネルギー損失は上下に激しく振れている。

これは、以下のように解釈できる。(1)式の復元力項を展開すると

$$R \sin \frac{2\pi x}{\ell} = R \left\{ \frac{2\pi x}{\ell} - \frac{1}{6} \left( \frac{2\pi x}{\ell} \right)^3 + \frac{1}{120} \left( \frac{2\pi x}{\ell} \right)^5 - \dots \right\}. \quad (3)$$

(3)式を考慮した非線形共鳴周波数  $f_{nr}$  は、

$$f_{nr} \cong \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R}{M} \left\{ \frac{2\pi}{\ell} - O(x^3) \right\}} \quad (4)$$

この式によると { } 中の第1項が線形共鳴周波数  $f_{lr}$  に対応し、非線形共鳴周波数  $f_{nr}$  は線形共鳴周波数  $f_{lr}$  と異なる値を持つことになる。また、外部磁場の振幅に比例した強制力項の係数  $B$  が増大するに伴い、磁壁の運動距離  $x$  が増加し、 $O(x^3)$  の影響で非線形共鳴周波数  $f_{nr}$  は減少する。

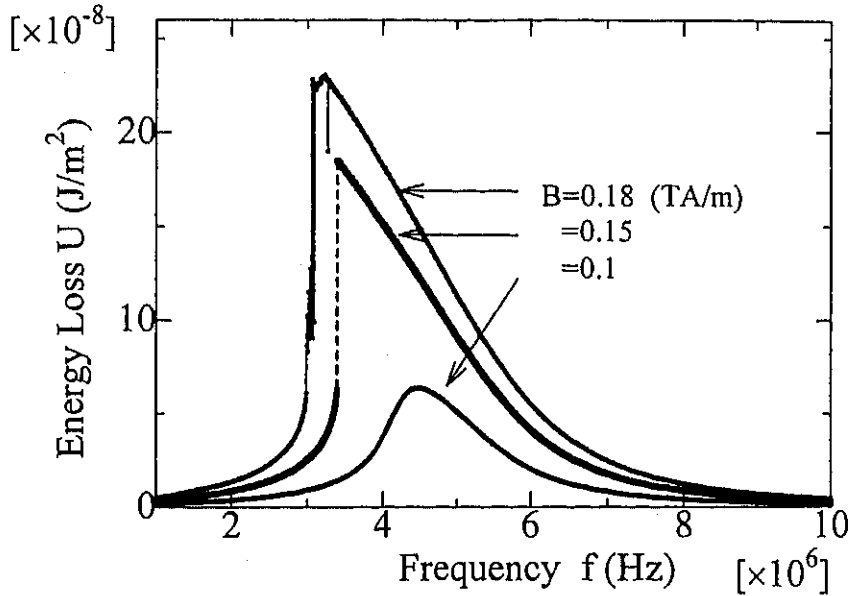


Fig.1 Peak shift of resonance frequency in nonlinear magnetic domain wall resonance.

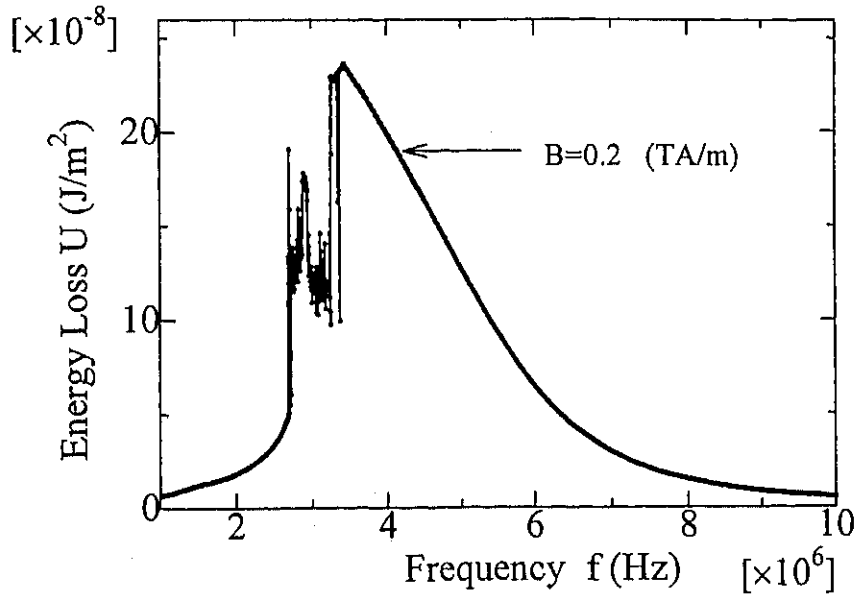


Fig.2 Collapse of energy-frequency curve by chaos in nonlinear magnetic domain wall resonance.

Fig. 3 に最大リアプノフ指数の周波数特性を示す。周波数が 3MHz 付近で、3つの指数の内少なくとも1つが正になっているので、カオス状態であることがわかる。これと、Fig.2の頂上崩壊の周波数範囲が一致しており、カオスのため磁壁運動によるエネルギー損失が不規則に増減していると考えられる。

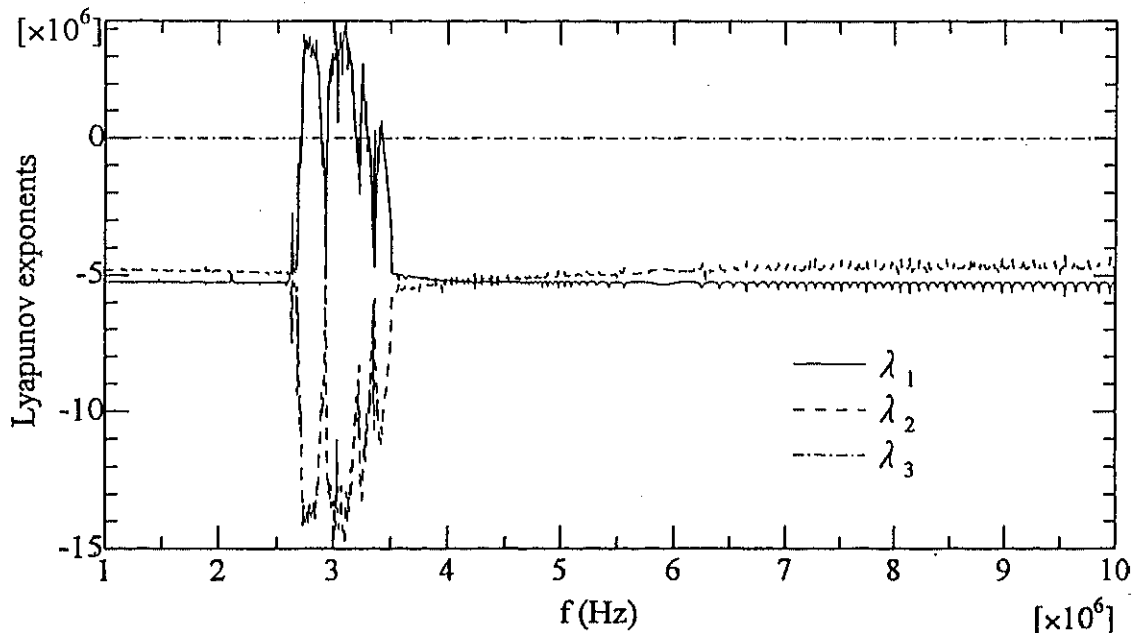


Fig. 3 Spectra of Lyapunov exponents vs. frequency at  $B=0.2$  TA/m.  
Regions having positive values of  $\lambda_1$  show chaotic motion.

**謝辞** 本研究は、文部省科研費基盤研究 (c)の補助による。

#### 参考文献

- 1) H. J. Williams, W. Shockley and C. Kittel: Phys. Rev., 80, 1090(1950).
- 2) J. C. Slonczewski: Int. J. Magn., 2, 85(1972).
- 3) 奥野 光, 本間琢也: 日本応用磁気学会誌, Vol.17, No.2, 279(1993).
- 4) H. Okuno and Y. Sugitani and T. Homma :IEEE Trans. MAG., Vol.30, No.6, 4305(1994).
- 5) 奥野 光: 日本応用磁気学会誌, Vol.19, No.1, 26(1995).
- 6) H. Okuno, K. Hirata and T. Sakata :IEEE Trans. MAG., Vol.31, No.6, 3364(1995).
- 7) H. Okuno, J. Appl. Phys., Vol.81, No.8, 5233 (1997).
- 8) H. Okuno, T. Sakata and H. Takeda :J. Appl. Phys., Vol.85, No.8, 5083(1999).



DIGESTS OF THE 24TH ANNUAL CONFERENCE ON

# MAGNETICS

IN JAPAN

2000



**24**

第24回日本応用磁気学会学術講演概要集

2000年9月12日～15日

主催 社団法人 日本応用磁気学会

# 磁壁カオス運動の不安定不動点と OGY 制御

奥野 光、竹村優一 (筑波大)

Unstable fixed point in chaotic domain wall motion and OGY control

H. Okuno and Y. Takemura (Univ. of Tsukuba)

**目的** 磁壁は不規則で複雑なカオス運動を行う場合があると考えられる。その運動から異常なエネルギー損失挙動<sup>1)</sup>や共鳴ピークの周波数シフトと頂上崩壊<sup>2)</sup>、ノイズ、記録誤りの問題が発生すると予想され、磁壁カオスの制御は、磁気デバイス応用上重要な課題といえる。

**モデル** 無限平面薄膜内に 1 枚の湾曲しないブロッホ磁壁を考える。磁壁に平行な 1 軸異方性と、磁壁に垂直な方向の正弦波状の周期ポテンシャル障壁の中を、正弦波印加磁場により強制振動する磁壁の重心の運動方程式は、慣性項、制動項、復元力項、強制力項、制御入力項からなる。カオス制御法の一つである OGY 法<sup>3)</sup>は、カオスアトラクターに埋め込まれた不安定不動点の安定多様体を利用し、カオス運動を安定状態に遷移させる方法である。いま、制御入力がない時の不安定不動点 (鞍点、双曲型)  $\xi_a = (x_a, v_a)$  の近傍で、運動方程式を線形近似し以下のような差分方程式に書き変える。

$$\delta \xi(k+1) = A \delta \xi(k) + b u(k) + \eta = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ -\frac{\tau R 2\pi}{M l} \cos \frac{2\pi x_a}{l} & 1 - \frac{\tau K}{M} \end{bmatrix} \delta \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \\ \tau \\ M \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \\ \tau \\ M \end{bmatrix} \frac{B}{M} \cos 2\pi f t k \quad (1)$$

$x$ :位置,  $t = k \cdot \tau$ :時刻,  $k$ :ステップ数,  $\tau$ :時間刻み幅,  $v$ :速度,  $M$ :慣性質量,  $K$ :制動係数,  $R$ :復元係数,  $B$ :強制係数,  $l = 1 \mu\text{m}$ :周期ポテンシャル波長,  $2\pi f$ :強制角周波数,  $\delta \xi(k) = \xi(k) - \xi_a$ ,  $\xi(k) = (x(k), v(k))^T$ :状態空間点 また、制御入力 $u(k)$ は、

$$u(k) = \begin{cases} -\frac{\lambda_u}{v_u b} v_u \delta \xi(k) - \frac{v_u \eta}{v_u b} & \text{if } |\delta \xi(k)| \leq \varepsilon \\ 0 & |\delta \xi(k)| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (2)$$

$\lambda_u$ :  $A$  の不安定固有値 ( $|\lambda_u| > 1$ ),  $v_u$ :反変ベクトル,  $\varepsilon$ :正の小數

不動点  $\xi_a = (x_a, v_a)$  は以下のようにして求めた。ある時刻の磁壁の位置  $x(k)$  と、それから外部磁界の 1 周期後の位置  $x(k+1)$  を対応させた反復写像(return map)を描く。この写像と直線  $x(k+1) = x(k)$  の交点の内、交点での写像の傾きの絶対値が 1 より大きいとき、これを不動点とする。求めた不動点近傍に状態点 $\xi(k)$ がきたとき、制御入力  $u(k)$  を印加する。

**結果** Fig.1 に不動点を求めるための反復写像を示す。直線  $x(k+1) = x(k)$  との交点から、制御目標である不動点として  $x_a = 1.86, 3.05, 4.27, 9.53 \times 10^{-7}$  を採用した。Fig.2 に OGY カオス制御の結果を示す。実線が  $\varepsilon = 1.0$ 、破線が  $\varepsilon = 0.7$  の場合である。外部磁界の 300 周期目で制御指令を与えると、各時刻での状態点に最も近い不動点に対する制御入力 $u(k)$ と印可条件を計算し、条件が満たされれば制御入力を印可する。印可条件がゆるい  $\varepsilon = 1.0$  の場合、不動点への整定時間は短い<sup>4)</sup>が、厳しい場合は長くなっている。

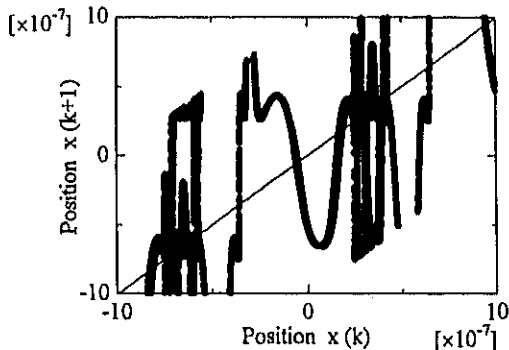


Fig.1 Return map of domain wall motion.

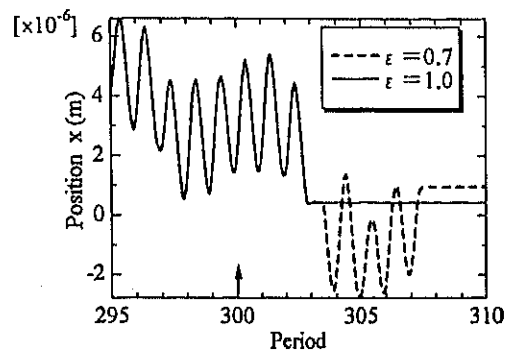


Fig.2 Controlling chaos of domain wall motion.

**謝辞** 本研究は、文部省科学研究費基盤研究(c)の補助による。

**参考文献** 1)H.Okuno and Y. Sugitani, IEEE Trans. Mag., 30, 6, 4305(1994). 2)H. Okuno, J. Appl. Phys., 81, 8, 5233 (1997). 3)E. Ott, C. Grebogi and J.A. Yorke, Phys. Rev. Letters, 64, 11, 1196 (1990).



マグネティックス研究会資料

資料番号	MAG-00-329
------	------------

## ブロッホ磁壁のカオス運動と制御

奥野 光, 竹村優一

(筑波大学)

2000年12月20日

社団法人 電 気 学 会

東京都千代田区五番町6-2

# ブロッホ磁壁のカオス運動と制御

奥野 光\*, 竹村 優一 (筑波大学)

## Chaos and control of Bloch wall motion

Hikaru Okuno and Yuichi Takemura (University of Tsukuba)

### Abstract

The chaos and control of Bloch wall motion is investigated. Under a certain condition, the magnetic wall moves unstably in the external force. It is shown that the chaotic motion of Bloch wall is converged on the periodic motion by using the OGY method and how to apply the method to the magnetic domain-wall motion.

キーワード: 磁壁、カオス、不安定不動点、制御、OGY 法  
(magnetic domain-wall, chaos, unstable fixed point, control, OGYmethod)

### 1 はじめに

電気・電子機器の小型化、記録媒体の高密度化が進み、それらを構成している磁性体内での、磁壁のカオス運動が問題になると予想される。磁壁が外部からの入力に対してカオス的に振動することで、記録媒体においては記録ミスの原因となりうる。またパワーデバイスでは磁壁の運動によってエネルギー効率が大きく変化する。そこで本研究では、カオス系の制御方法のひとつであるOGY法<sup>1)</sup>を応用してブロッホ磁壁のカオス運動を、周期運動へと制御するシミュレーションを行い、その有効性を検討した。制御対象としては、強磁性薄膜であるCoZrMo/SiO<sub>2</sub>多層膜を想定し、単一ブロッホ磁壁を仮定した。

### 2 磁壁の運動方程式

強磁性体ではエネルギーが最小となるように磁区構造が決定される。外部強制力に対する磁壁の運動を厳密に理解するには、LLG方程式を解析しなければならない。しかし無限平面における単一ブロッホ磁壁を仮定すれば、LLG方程式は磁壁の中心の一次元的運動に近似できる<sup>2)</sup>。そこでLLG方程式に対し以上のような近似を行い、さらに渦電流損失と周期的な内部応力を考慮した次の方程式を用いた<sup>3)</sup>。

$$M\ddot{x} + K\dot{x} + R \sin \frac{2\pi x}{L} = B \cos(2\pi ft) + u \quad (1)$$

ただし $M$ 、 $K$ 、 $R$ はそれぞれ慣性項定数、制動項定数および復元力項定数で、 $B$ は外部強制力の振幅、 $f$ は外部強制力の周波数、 $L$ は内部ポテンシャルの周期、 $u$ は制御入力である。試料はCoZrMo/SiO<sub>2</sub>多層膜を想定し、各定数はTable1

Table 1 : 各定数の値

$M$	$1.66 \times 10^{-9}$	(kg/m <sup>2</sup> )
$K$	0.0174	(kg/m <sup>2</sup> s)
$R$	0.2668	(kg/ms <sup>2</sup> )
$B$	0.6	(TAm)
$f$	2	(MHz)
$L$	1	( $\mu$ m)

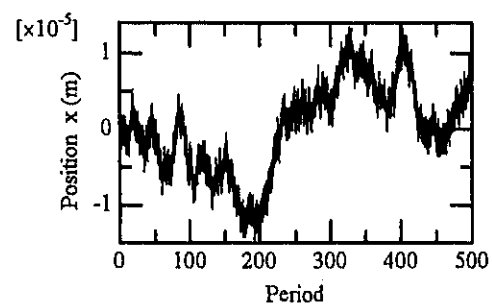


Fig.1 : 磁壁のカオス運動

のようにした。各定数がこのような値のとき、磁壁は外部強制力に対して複雑に運動する。Fig.1にその運動の様子を示す。横軸は外部強制力の周期数、縦軸は初期値からの磁壁の変位である。決定論的方程式に従い運動しているにも関わらず、まるで不規則に振動しているかのような複雑な挙動を示す。

### 3 カオス・OGY法

#### 3.1 不安定不動点

カオス的な系の内部には、不安定多様体と安定多様体を伴う双曲型の不安定不動点（鞍点）が無数に存在する。不安定多様体とは状態がもっとも早く不動点から遠ざかっていく軌道のことであり、カオスの特徴である初期条件敏感性の原因でもある。安定多様体は逆にもっとも早く不動点に引き込まれていく軌道のことをいう。Fig.2に不安定不動点の概念図を示す。

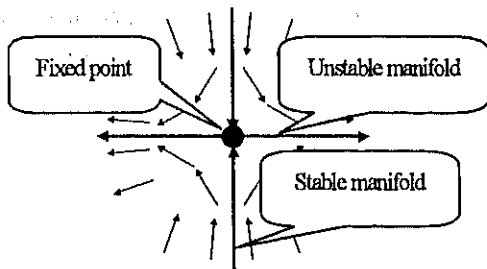


Fig.2: 不安定不動点

#### 3.2 OGY法

OGY法では状態点が制御目標である不安定不動点の近傍に近づいたとき、不動点における安定多様体の接線上に状態が遷移するような入力を加える。こうすることで状態点は安定多様体付近に遷移されるため、不動点に向かって引き込まれていく。この制御方法は、状態点が不動点近傍に近づくまで制御入力を印加しないため入力信号は小さくてよいが、いつ状態点が不動点に近づくのか分からないので、速応性がよくないという特徴がある。Fig.3はOGY法の概念図である。図で  $x(k)$  が現在の状態を表す点、 $x(k+1)$  が次の1ステップでの状態点、 $x_a$  は制御目標の不動点である。状態点  $x(k)$  が不動点の近傍に近づいたとき、ステップ時間経過した状態点  $x(k+1)$  が、安定多様体の接線上に遷移させるような入力を加える。

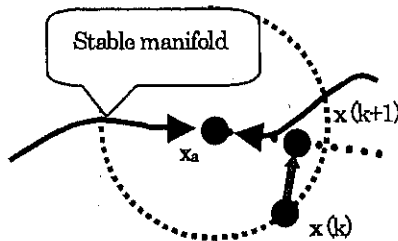


Fig3: OGY法

### 4 OGY法の磁壁運動への適用

#### 4.1 制御入力式の導出

(1)式の運動方程式を離散化し、磁壁の変位  $x$  と速度  $v$  の2元差分方程式に改める。そして非線形項である復元力項を不動点の周囲で線形近似し、さらに不動点からの偏差

$$\begin{cases} \delta x(k) = x(k) - x_a \\ \delta v(k) = v(k) - v_a \end{cases} \quad (2)$$

を用いて変形すると

$$\begin{pmatrix} \delta x(k+1) \\ \delta v(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\tau}{M} & \frac{2\pi}{L} \\ \frac{\tau K v_a}{M} - \frac{\tau R}{M} \sin \frac{2\pi x_a}{L} & 1 - \frac{\tau K}{M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x(k) \\ \delta v(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\tau}{M} \end{pmatrix} u(k) \quad (3)$$

ただし  $\tau$  は時間の刻み幅、 $k$  はステップ数である。

ここで(3)式を改めて

$$\delta X(k+1) = A \delta X(k) + F + b u(k) \quad (4)$$

とおく。行列  $A$  の固有値を  $\lambda_1, \lambda_2$  (ただし  $|\lambda_1| < 1 < |\lambda_2|$ ) とし、

それぞれの固有値に対応する単位固有ベクトルの反変ベクトルを  $v_1, v_2$  とする。(4)式の両辺に左側から  $v_1$  をかける。もし制御入力  $u$  が加わることで次のステップにおける磁壁の変位が  $\delta X(k+1) \perp v_1$  となるように遷移したのであればその内積

は0となる。また  $v_1 A = \lambda_1 v_1$  なので、 $v_1 b \neq 0$  のとき(4)式

より制御入力は

$$u(k) = -\frac{\lambda_1}{v_1 b} v_1 \delta X(k) - \frac{v_1 F}{v_1 b} \quad (5)$$

となる。

OGY法は不動点の近傍に状態が近づくまで制御入力を加えない。また制御目標となる不動点は双曲型の不安定不動点である。この2つの条件のうち、前者は状態空間における不動点からのノルム  $\|\delta X(k)\|$  で判定するべきであるが、座標が変位と速度という異なる変数であること、またそのオーダーが  $10^6$  ほど異なることを考慮し、制御入力フィードバックゲインをかけたノルム  $\|(C_x \delta x(k), C_v \delta v(k))\|$  によって判別する。

ただしここで  $\frac{\lambda_1}{v_1 b} v_1 \delta X(k) = C_x \delta x(k) + C_v \delta v(k)$  である。また

後者の条件を満たすには、固有値が  $0 < |\lambda_1| < 1 < |\lambda_2|$  であればよい。固有値を計算すると、

$$\lambda_r = \frac{1}{2} \left( 2 - \frac{\tau K}{M} \right) - \frac{\tau}{2M} \sqrt{K^2 - 4MR \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi x_a}{L}}$$

$$\lambda_u = \frac{1}{2} \left( 2 - \frac{\tau K}{M} \right) + \frac{\tau}{2M} \sqrt{K^2 - 4MR \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi x_a}{L}} \quad (6)$$

となるので、 $\cos(2\pi x_a/L) < 0$  のときに条件を満たすことが分かる。以上より制御入力印加条件は

$$\|(C_x \delta x(k), C_v \delta v(k))\| < \varepsilon \quad \text{かつ} \quad \cos(2\pi x_a/L) < 0 \quad (7)$$

となる。ただし  $\varepsilon$  は十分小さな正数である。

#### 4.2 不動点の求め方

対象となる磁壁の運動方程式は、周期的な外部強制力が印加され続けているため、不動点の位置は外部強制力の位相とともに変化する。しかし不動点の変化を強制力に対して連続的に求めるのは困難なので、外部強制力の1周期に対して10ヶ所で不動点を求めることにした。

不動点を求める一般的な方法は、反復写像を用いるやり方である。外部強制力  $B \cos \phi$  に対し、ある位相  $\phi = \theta$  での磁壁の変位  $x(\theta)$  を横軸に、そして外部強制力にして1周期後の変位  $x(\theta + 2\pi)$  を縦軸にとる。この作業を繰り返し、点をプロットしていったものが反復写像である(Fig.4)。反復写像の図の中に傾き  $45^\circ$  の直線  $x(\theta + 2(n+1)\pi) = x(\theta + 2n\pi)$  を描き、交点を求めれば、その点は外部強制力について1周期分時間が経過した後に元の位置に戻る不動点と考えられる。

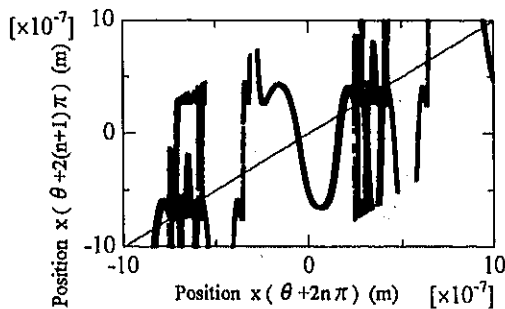


Fig.4: 反復写像

変位と速度の両方を考慮する必要があるので、変位と速度それぞれについて反復写像を求め、変位における不動点の条件  $x(\theta + 2(n+1)\pi) = x(\theta + 2n\pi)$  と、速度における不動点の条件  $v(\theta + 2(n+1)\pi) = v(\theta + 2n\pi)$  の両方の条件を同時に満たすとき、それを状態空間における不動点とみなす。このようにして、 $\theta = 0, 0.2\pi, \dots, 1.8\pi$  の10ヶ所で、不動点の座標  $(x_a, v_a)$  を求める。Fig.5は  $\theta = 1.8\pi$  における不動点である。同様のグラフを各位相についてそれぞれ求める。また

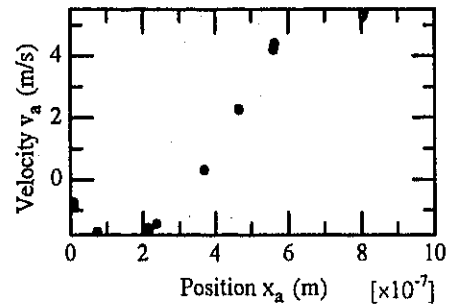


Fig.5: 不動点 ( $\theta = 1.8\pi$ )

磁壁の変位については内部ポテンシャルに関する周期的境界条件を用いて、 $0 \sim L$  の範囲に折りたたんだ系について不動点を求め、そこから  $L$  の整数倍だけ移動した位置も同様に不動点とみなした。

#### 4.3 制御入力印加条件における $\varepsilon$ の大きさ

制御入力印加条件(7)における  $\varepsilon$  について、どの程度の大きさが妥当であるのかについて検討する。不動点の近傍に状態が近づくまで入力を加えないという OGY 法において、 $\varepsilon$  は近傍の判定を行う基準である。 $\varepsilon$  が小さすぎると、速応性が非常に悪くなったり、外部強制力がはたらく場合にはまったく制御ができなかったりする恐れがある。しかし  $\varepsilon$  が大きすぎても、制御入力が大きくなり OGY 法の利点が損なわれるだけでなく、線形近似による誤差の影響で、かえって系を不安定にさせることになりかねない。そこで、(7)式で表される制御入力印加の条件式における  $(C_x \delta x(k), C_v \delta v(k))$  がどの程度の範囲で広がっているのかを調べるために、不動点を求めたのと同様に強制力の位相について10ヶ所で求め、重ねあわせた。その結果を Fig.6 に示す。

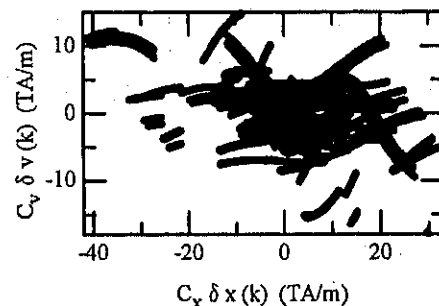


Fig.6: フィードバック量の不動点からの広がり

Fig.6に示すように、原点付近を密にして、そこから一定の範囲内で点が分布しているのが分かる。 $\varepsilon$  はこの広がりを覆

うような上限値で、かつ周期運動への制御が可能な程度の下  
 限値にする必要がある。

分布の様子をより理解するため、Fig.6において原点を中心  
 とした円を描き、その内部に含まれる点の数を全体の数に対  
 する割合として求めた。このとき円の半径は $\epsilon$ に対応する。  
 Fig.7に結果を示す。横軸は円の半径、つまり $\epsilon$ である。縦軸  
 は Fig.6 にプロットされている点の総数に対する、円の内部  
 に含まれる点の割合である。

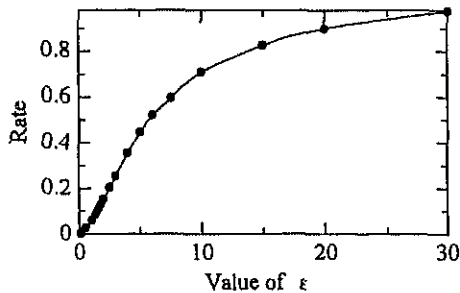


Fig.7 : 制御入力の大さきの分布

Fig.7 より、 $\epsilon=10$ 以降では $\epsilon$ を大きくしても範囲に含まれ  
 る点の割合はあまり変わらないことが分かる。したがって $\epsilon$   
 $=10$ を上限とした。下限については $\epsilon$ を10から小さくしてい  
 き、制御が可能な限界を調べることにより求めた。

#### 4. 4 制御の手順

具体的な制御の手順は以下のとおりである。

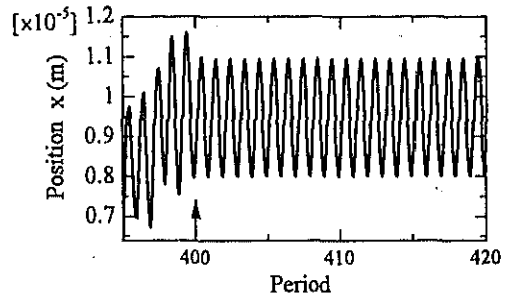
- ① 4.2 に記述した方法で不動点を外部強制力の位相に対  
 して10ヶ所で求め、予めデータとして保存しておく。
- ② 時系列を計算する。外部強制力が不動点を求めた位相に  
 なるときに、その位相での不動点のデータから、現在の  
 状態点に対してもっとも近傍にある不動点を求め、それ  
 を制御目標とする。
- ③ 目標にした不動点に対し、制御入力印加条件である(7)式  
 を満たしているかどうか半陽する。
- ④ (7)式を満たしているのであれば、(5)式で計算される制御  
 入力をパルス状に印加する。
- ⑤ ②~④を繰り返す。

### 5 結果と考察

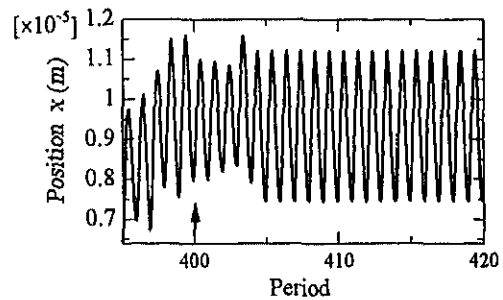
#### 5. 1 制御結果

Fig.8 (a)~(d) に磁壁運動を制御したシミュレーション結  
 果を示す。横軸は外部強制力の周期数、縦軸は磁壁の変位で  
 ある。制御指令はすべて400周期目に与えている。

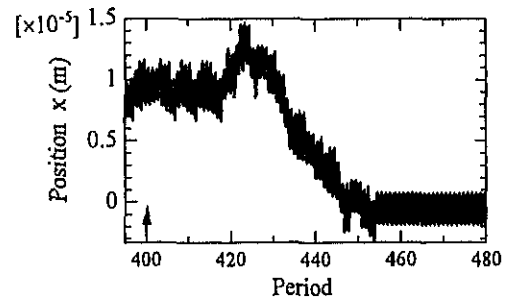
$\epsilon=10.0$  では制御指令を与えてから実際に周期運動に収束  
 するまでほとんど時間を要していない。 $\epsilon$ を少しずつ小さ



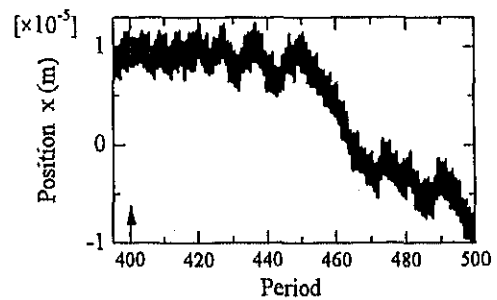
(a)  $\epsilon=10.0$  (TA/m)



(b)  $\epsilon=1.5$  (TA/m)



(c)  $\epsilon=1.4$  (TA/m)



(d)  $\epsilon=1.3$  (TA/m)

Fig.8 : 制御結果

くしていくと、 $\epsilon=1.5$ までは制御完了までにかかる時間が緩  
 やか増加していった。しかし $\epsilon=1.4$ になると制御に要する  
 時間は急激に増え、制御指令から実際に制御できるまでに約

54 周期、実時間にして約  $27 \mu\text{s}$  かかった。 $\epsilon = 1.3$  では制御ができず、一方向に発散していった。外部強制力の振幅が  $0.6 \text{ TA/m}$  であることから、その 2 倍以上大きな  $\epsilon$  でも制御できなかったことになる。なぜこのような結果になるのかについては検討中だが、本来外部強制力によって連続的に変化する不動点を、位相に対して 10ヶ所で離散的に求めていることが影響していると考えられる。制御指令を別の時刻で与えても、同じような結果であった。

## 5. 2 制御入力

Fig.9 に制御入力の様子を示す。Fig.8 から分かるように  $\epsilon = 10.0$  のときと  $\epsilon = 1.5$  のときを比較すると、周期運動に制御できるまでの時間は  $\epsilon = 1.5$  のときの方が遅く、制御指令から約  $2 \mu\text{s}$  遅れている。しかし Fig.9 で制御入力の大きさに注目すると、 $\epsilon = 10.0$  の場合ではその最大値の値は  $6.7 \text{ TA/m}$  であるのに比べ、 $\epsilon = 1.5$  では  $2.5 \text{ TA/m}$  と、半分以下の値である。制御入力の大きさの最大値は小さい方が良いが、実際のどの程度の速応性を要求するのかによって  $\epsilon$  が選択される。

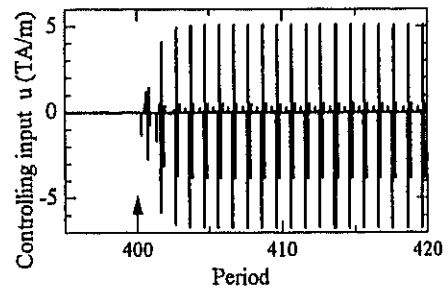
次に周期運動に制御できた場合 ( Fig.9 (a), (b) ) と、できなかった場合 ( Fig.9 (c), (d) ) を比較する。周期運動に制御できた後の制御入力は規則的で、しかも密に印加される。制御できる前、あるいは制御できなかったときは、状態が制御入力印加条件(7)を満たす場合が少ないために入力がまばらに印加されている。これは外部強制力が加えられ続けているため、一旦条件を満たし入力が印加されても、すぐに不動点の位置も状態点の位置も動いてしまうことが原因である。

## 6 まとめ

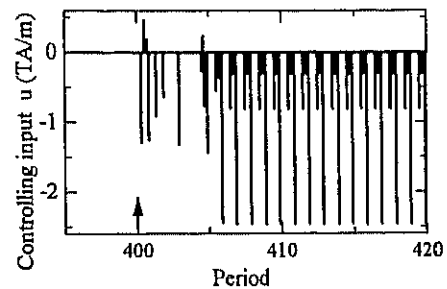
強磁性多層膜内のプロト磁壁を想定し、外部強制力に対してカオス的に運動する磁壁を周期運動に制御するシミュレーションを行った。その結果、カオス系に対する制御方法のひとつである OGY 法を用いて、磁壁運動を制御することができた。しかし OGY 法を用いるためには系の不動点を予め知る必要があり、今回は強制力の 1 周期について 10ヶ所で不動点を求めたが、強制力に対して連続的に変化する不動点を、どの程度密に求めればよいのかについての考察は、今後の課題である。

## 参考文献

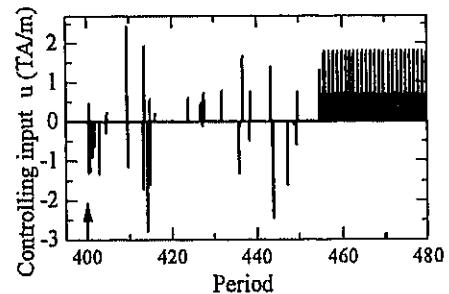
- 1) E.Ott, C.Grebogi, and J.A.Yorke, Phys.Rev.Letters, Vol.64, 1196 (1990).
- 2) J.C.Slonczewski, Int.J.Magn., Vol.2,85 (1972).
- 3) H.Okuno, K.Hirata, and T.Sakata, IEEE Trans.Magn.,31, 3364 (1995).



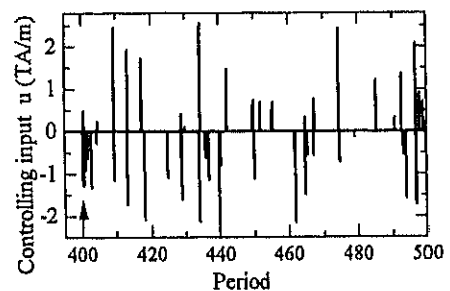
(a)  $\epsilon = 10.0 \text{ (TA/m)}$



(b)  $\epsilon = 1.5 \text{ (TA/m)}$



(c)  $\epsilon = 1.4 \text{ (TA/m)}$



(d)  $\epsilon = 1.3 \text{ (TA/m)}$

Fig.9 : 制御入力

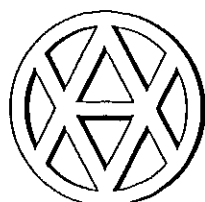
原稿受付日

平成 12 年 11 月 20 日

平成13年電気学会全国大会

# 講演論文集

2001 NATIONAL CONVENTION RECORD I.E.E. JAPAN



[2]

材料／マグネティックス

定価 4,400円

(本体 4,191円 + 税)

平成13年3月21日発行

## 2-216 ブロッホ磁壁のOGY法によるカオス制御

奥野 光, 竹村 優一, 和泉 康弘\* (筑波大学)

OGY Controlling Chaos of Bloch Domain-wall

Hikaru Okuno, Yuichi Takemura, and Yasuhiro Waizumi (University of Tsukuba)

### 1 はじめに

電気・電子機器の小型化が進み、それらを構成している磁性体内での磁壁のカオス運動によるエネルギーロスが問題になると予想される。本研究では、カオス系の制御方法のひとつであるOGY法<sup>1)</sup>を応用してブロッホ磁壁のカオス運動を、周期運動へと制御するシミュレーションを行い、その有効性を検討した。制御対象としては、CoZrMo/SiO<sub>2</sub> 多層膜の物性値を用い、単一ブロッホ磁壁を仮定した。

### 2 磁壁の運動方程式

LLG 方程式<sup>2)</sup>を基にした無限平面単一ブロッホ磁壁の運動方程式は、(1)式のような近似式となる。<sup>3)</sup>

$$M\ddot{x} + K\dot{x} + R \sin \frac{2\pi x}{l} = -B \cos(2\pi ft) + u \quad (1)$$

ただし  $M$ ,  $K$ ,  $R$  はそれぞれ慣性項定数、制動項定数および復元力項定数で、 $B$  は外部励磁力の振幅、 $f$  は外部励磁力の周波数、 $l$  は内部ポテンシャルの周期、 $u$  は制御入力である。各値はTable1のようにした。また、Fig.1に外部励磁力に対してカオス運動する磁壁の様子(時系列)を示す。

$M$	$1.66 \times 10^9$	(kg/m <sup>2</sup> )
$K$	0.0174	(kg/m <sup>2</sup> s)
$R$	0.2668	(kg/ms <sup>2</sup> )
$B$	0.6	(TA/m)
$f$	2	(MHz)
$l$	1	( $\mu$ m)

表1: 各定数の値  
Table.1: Parameter

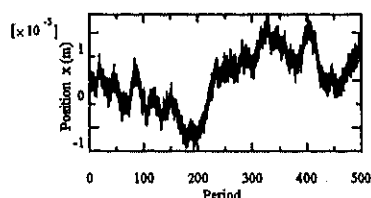


図1: 磁壁のカオス運動  
Fig1: Chaotic motion of Bloch Domain-wall

### 3 カオス・OGY法

#### 3.1 不安定不動点

カオス系の内部には、不安定多様体と安定多様体を伴う双曲型の不安定不動点(鞍点)が無数に存在する。不安定多様体とは状態がもっとも早く不動点から遠ざかっていく軌道のことであり、カオスの特徴である初期条件敏感性の原因でもある。安定多様体は逆にもっとも早く不動点に引き込まれていく軌道のことをいう。Fig.2に不安定不動点の概念図を示す。

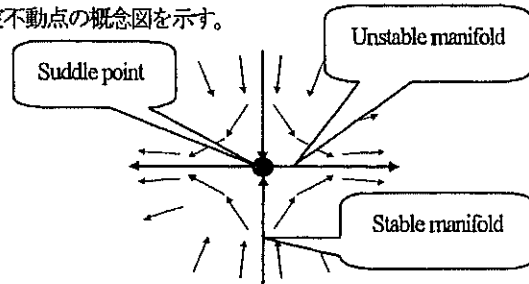


図2: 不安定不動点(鞍点)  
Fig.2: Saddle point

#### 3.2 OGY法

OGY法では状態点が制御目標である不安定不動点の近傍に近づいたとき、不動点における安定多様体の接線上に状態が遷移するような入力を加える。この制御方法は、状態点が不動点近傍に近づくまで制御入力を印加しないため入力信号は小さくてよいが、いつ状態点が不動点に近づくのか分からないので、速応性がよくないという特徴がある。Fig.3に、その概念図を示す。 $x_a$ は不動点、 $x(k)$ は現在の状態点、 $x(k+1)$ は1ステップ後の状態点である

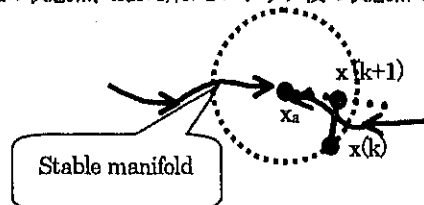


図3: OGY法  
Fig.3: OGY method

### 4 OGY法の磁壁運動への適用

#### 4.1 制御入力の印加条件

(1)式を離散化し $x$ と $v$ の二元差分方程式に改めると(2)が導出される。



$$\delta X(k+1) = A \delta X(k) + F + b u(k) \quad (2)$$

また、諸条件より(2)式から制御入力を示す(3)が導かれる。

$$u(k) = -\frac{\lambda_u}{v_u b} v_u \delta X(k) - \frac{v_u F}{v_u b} \quad (3)$$

また、制御入力を印加する際の条件は(4)に示す。

$$\|(C_x \delta x(k), C_v \delta v(k))\| < \epsilon \quad \text{かつ} \quad \cos(2\pi x_0/l) < 0 \quad (4)$$

#### 4. 2 不動点の求め方

不動点の変化を強制力に対して連続的に求めるのは困難なので、外部強制力の1周期に対して10ヶ所(0.2π区分)で不動点を求めることにした。

また、外部強制力について一周期時間後に元に戻る点を不動点と考えた。

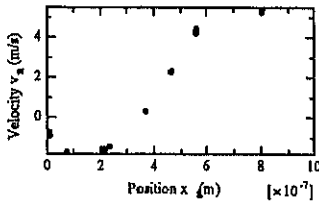


図4：不動点 (θ=1.8π)

Fig.4:Saddle point

#### 4. 3 制御入力印加条件におけるεの大きさ

不動点の近傍に状態が近づくまで入力を加えないというOGY法において、εは近傍の判定を行う基準である。

分布の様子をより理解するため、不動点を中心とした半径εの円を描き、その内部に含まれる点の数を全体の数に対する割合として求めた。Fig.5に結果を示す。横軸は円の半径である。縦軸は円の内部に含まれる点の割合である。

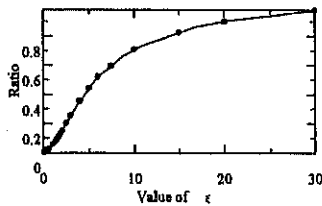


図5：制御入力の大きさの分布

Fig.5:Ratio of Point in the circle

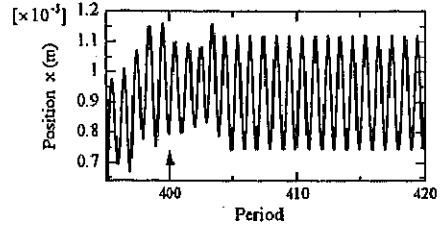
#### 4. 4 制御の手順

- ① 不動点を外部強制力の位相に対して10ヶ所で求めておく。
- ② 現在の状態点の最も近傍にある不動点を制御目標とする。
- ③ 制御入力印加条件を満たしているかどうかを(4)で判断する。
- ④ 満たしているのであれば、制御入力をパルス状に印加する。
- ⑤ ②～④を繰り返す。

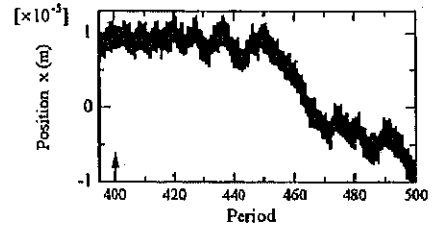
## 5 結果と考察

### 5. 1 制御結果

Fig.6に磁壁運動を制御したシミュレーション結果を示す。横軸は外部強制力の周期数、縦軸は磁壁の位置である。制御指令はすべて400周期目に与えている。ε=10~1.5までは制御完了までにかかる時間が緩やかに増加していった。ε=1.3では制御ができず、磁壁は一方向に拡散していった。制御指令を別の時刻で与えても、同じような結果であった。



(a) ε=1.5 (TA/m)



(b) ε=1.3 (TA/m)

図6：制御結果

Fig6:Result

### 5. 2 制御入力

制御入力の最大値は小さい方が良いが、実際ほどの程度の速応性を要求するのかによって選択される。

周期運動に制御できた後の制御入力は規則的で、しかも密に印加される。制御できなかったときは、状態が制御入力印加条件を満たす場合が少ないために入力がまばらに印加されている。これは外部強制力が弱められ続けているため、一旦条件を満たし入力が印加されても、すぐに不動点の位置も状態点の位置も動いてしまうことが原因である。

## 6 まとめ

強磁性多層膜内のブロッホ磁壁を想定し、外部強制力に対してカオス運動する磁壁を周期運動に制御するシミュレーションを行った。その結果、カオス系に対する制御方法のひとつであるOGY法を用いて、磁壁運動を周期運動へ制御することができた。しかし系の不動点を予め知る必要があり、その効率化が今後の課題である。

### 参考文献

- 1) E.Ott, C.Grebogi, and J.A.Yorke, Phys.Rev.Letters, Vol.64, 1196 (1990).
- 2) J.C.Slonczewski, Int.J.Magn., Vol.2,85 (1972).
- 3) H.Okuno, K.Hirata, and T.Sakata, IEEETrans.Magn., 31, 3364(1995).

# Unstable equilibrium point in chaotic domain-wall motion and Ott–Grebogi–Yorke control

H. Okuno<sup>a)</sup> and Y. Takemura

*Institute of Engineering Mechanics and Systems, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennoudai, Tsukuba, Ibaraki 305-8573, Japan*

A new method for finding the unstable equilibrium points in Bloch wall motion is proposed, which is important for controlling the chaotic domain-wall motion by using the Ott–Grebogi–Yorke (OGY) method. The dynamics of Bloch wall motion are expressed by a nonlinear differential equation with the terms of inertia, damping, restoring, and an external magnetic drive force. An equation is transformed into the difference equations by following the OGY method, approximating linearly around an unstable equilibrium point (a saddle point), and adding a controlling input. The unstable equilibrium points are obtained by using the return map and the condition of hyperbolic fixed point. The time series of domain-wall motion successfully controlled on the unstable equilibrium points by the OGY method is shown. © 2001 American Institute of Physics.

[DOI: 10.1063/1.1358327]

## I. INTRODUCTION

The number of magnetic domain walls in a macromagnetic device is large and the motion of the individual domain wall is averaged. Detailed information of domain-wall motion is, therefore, lost and only the average information is useful. On the other hand, the microscopic motion of one domain wall becomes significant in a micromagnetic device, because there are a few magnetic domain walls and the domain-wall motion directly defines the ability of the device.

The domain-wall motion has formerly been described by a second order linear differential equation. In that theory, the irregular motion of the domain wall has been considered as a result of defect, impurity, the boundary of a sample, or bending of the domain wall. This kind of domain-wall motion has not been recognized as an object of theoretical study, because the origin of irregular motion is an accident.

Recently, the physics of deterministic chaos has been seen as a very interesting problem in the field of magnetic spin dynamics<sup>1,2</sup> because it is a theory that can explain the irregular motion. It has also been clarified that the irregular domain-wall motion involves a phenomenon of deterministic chaos and is caused by the nonlinear and nonequilibrium state.<sup>3–9</sup>

Controlling the chaos of domain wall motion is very important in solving the problems of energy loss, recording errors, and noise in the field of micromagnetism. The two-step Ott–Grebogi–Yorke (OGY) method and prediction of the OGY method for controlling the chaos of magnetic domain-wall motion<sup>9–11</sup> have been proposed to improve the long settling time in the original OGY method.<sup>10</sup> The unstable equilibrium point in a domain-wall motion plays an important role in the OGY method. In this article, a new method to find the unstable equilibrium points in domain-wall motion is proposed and the results of the OGY control are shown.

<sup>a)</sup> Author to whom correspondence should be addressed; electronic mail: okuno@kz.tsukuba.ac.jp

## II. MODEL AND CALCULATION

The dynamics of the Bloch wall is described by a nonlinear differential equation with the terms of inertia, damping, restoring, and an external magnetic drive force as follows:<sup>5</sup>

$$\left[ \frac{2\mu_0(1+\alpha^2)}{\gamma^2\Delta} \right] \frac{d^2x}{dt^2} + \left[ \frac{8\pi\mu_0 I_s \alpha}{|\gamma|\Delta} + \frac{16dI_s^2}{\pi^3\rho} \right] \frac{dx}{dt} + [2I_s H_c] \sin \frac{2\pi x}{\ell} = [2I_s H] \cos \omega t, \quad (1)$$

where  $\mu_0$  is the permeability of vacuum,  $\alpha$  is the Gilbert damping coefficient,  $\gamma$  is the gyromagnetic constant,  $\Delta$  is the width parameter of the magnetic domain wall,  $x$  is the coordinate of the domain wall,  $t$  is time,  $I_s$  is the saturation magnetization,  $d$  is the thickness of the magnetic material,  $\rho$  is the electrical resistivity of the magnetic material,  $H_c$  is the coercive force,  $\ell$  is the wavelength of the coercivity-inducing potential,  $H$  is the external magnetic field, and  $\omega = 2\pi f$  is the angular frequency of the external magnetic field. The coefficients in brackets are defined as  $M$ ,  $K$ ,  $R$ , and  $B$  in that order.

Equation (1) is transformed into the difference equations by following the OGY method,<sup>10</sup> approximating linearly around an unstable equilibrium point  $\xi_a$ , and adding a controlling input  $u(k)$  as follows:

TABLE I. Material parameters.

Thickness of film	$d = 0.25 \mu\text{m}$
Resistivity	$\rho = 160 \mu\Omega \text{cm}$
Domain wall width	$\pi\Delta = 0.1 \mu\text{m}$
Coercive force	$H_c = 0.29 \text{A/m}$
Magnetization	$I_s = 0.46 \text{T}$
$g$ factor	$g = 2$
Wavelength of potential	$\ell = 1 \mu\text{m}$
Relaxation frequency	$\nu = 1 \times 10^9 \text{s}^{-1}$

TABLE II. Values of coefficients, magnetic field, and initial values.

Mass of domain wall	$M=1.66 \times 10^{-9}$ kg/m <sup>2</sup>
Damping coefficient	$K=1.74 \times 10^{-2}$ kg/s m <sup>2</sup>
Restoring coefficient	$R=0.2668$ kg/m s <sup>2</sup>
Amplitude of magnetic field	$H=0.652$ A/m
Frequency of magnetic field	$f=2$ MHz
Initial values	$x=0$ $\mu$ m, $dx/dt=0$ m/s

$$\delta \xi(k+1) = \mathbf{A} \delta \xi(k) + \mathbf{b}u(k) + \eta$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ -\frac{2\pi\tau R}{M\ell} \cos \frac{2\pi x_a}{\ell} & 1 - \frac{\tau K}{M} \end{bmatrix} \delta \xi(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\tau}{M} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \tau \nu_a \\ -\frac{\tau K \nu_a}{M} - \frac{\tau R}{M} \sin \frac{2\pi x_a}{\ell} + \frac{\tau B}{M} \cos 2\pi f k \tau \end{bmatrix}, \quad (2)$$

where  $t=k\tau$  is time,  $k$  is the number of time step,  $\tau$  is the size of the time step,  $v$  is the velocity,  $\xi(k)=[x(k), \nu(k)]^T$  is a point in the state space,  $\xi_a=(x_a, \nu_a)^T$  is the unstable equilibrium point (the saddle point, the hyperbolic fixed point), and  $\delta \xi(k)=\xi(k)-\xi_a$ . We improved on the previous equation<sup>9</sup> and obtained Eq. (2) by adding the term of velocity  $\nu_a$ .

The controlling input to move the orbit onto a stable manifold of the unstable equilibrium point is calculated as follows:

$$u(k) = \begin{cases} -\frac{\lambda_u}{\mathbf{w}_u \mathbf{b}} \mathbf{w}_u \delta \xi(k) - \frac{\mathbf{w}_u \eta}{\mathbf{w}_u \mathbf{b}} & \text{if } \left\| \frac{\delta \xi(k)}{\xi_a} \right\| \leq \epsilon, \\ 0 & \left\| \frac{\delta \xi(k)}{\xi_a} \right\| > \epsilon, \end{cases}$$

and

$$\cos \frac{2\pi x_a}{\ell} < 0, \quad (3)$$

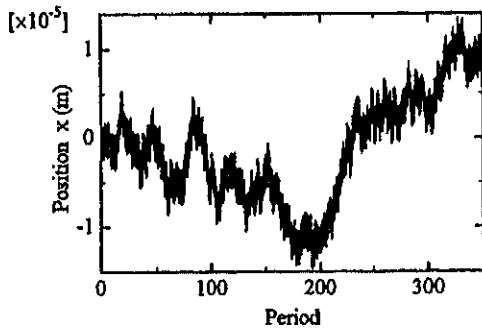
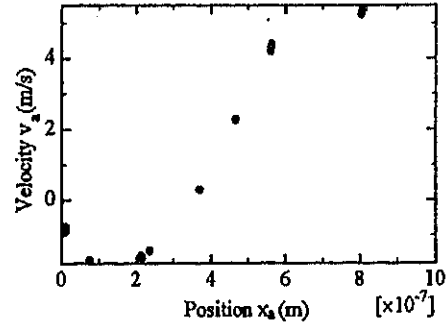


FIG. 1. The chaotic time series of the magnetic domain-wall position.

FIG. 2. The unstable equilibrium points obtained by using the condition of  $[x(t), \nu(t)]^T = [x(t+T), \nu(t+T)]^T$  and  $\cos(2\pi x_a/\ell) < 0$ .

where  $\lambda_u$  is an unstable eigenvalue of  $\mathbf{A}$  ( $|\lambda_u| > 1$ ),  $\mathbf{w}_u$  is an unstable contravariant vector ( $\mathbf{w}_u \cdot \delta \xi(k+1) = 0$ ),  $\|\delta \xi(k)/\xi_a\| = \sqrt{\{(x-x_a)/x_a\}^2 + \{(\nu-\nu_a)/\nu_a\}^2}$  is a normalized norm, and  $\epsilon$  is a small positive number and the index of the capture region.

The equation  $\cos(2\pi x_a/\ell) < 0$  shows the condition under which the unstable equilibrium point is a hyperbolic type.

The procedure to find the unstable equilibrium points  $\xi_a=(x_a, \nu_a)^T$  is as follows. The domain-wall position  $x(t)$  and velocity  $\nu(t)$  at a time  $t$  are compared with those at a time  $t+T$  after one period of the drive field. If  $[x(t), \nu(t)]^T$  is equal to  $[x(t+T), \nu(t+T)]^T$  and  $\cos(2\pi x_a/\ell)$  is smaller than zero,  $[x(t), \nu(t)]^T$  is adopted as a hyperbolic fixed point.

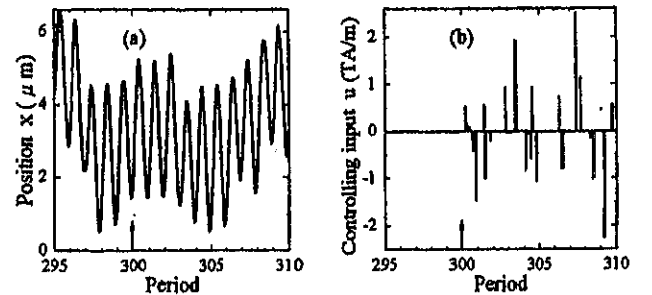
The OGY method is used when the orbit comes within the capture region  $\epsilon$  around the unstable equilibrium point  $\xi_a$ . The controlling input  $u(k)$  is calculated and applied so that the point  $\xi(k+1)$  rides on the stable manifold of the unstable equilibrium point.

The computer simulation is performed by the fourth-order Runge-Kutta method. The material parameters are shown in Table I. The values of the coefficients, magnetic field, and the initial values are shown in Table II.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

Figure 1 shows the time series of a magnetic domain-wall position at the frequency  $f=2$  MHz, the driving coefficient  $B=0.6$  TA/m, and the initial values  $x=v=0$ . The motion of domain wall is chaotic.

Figure 2 shows the unstable equilibrium points obtained

FIG. 3. (a) The time series of the magnetic domain-wall position and (b) the controlling input by the OGY method at  $\epsilon=1.55$ .

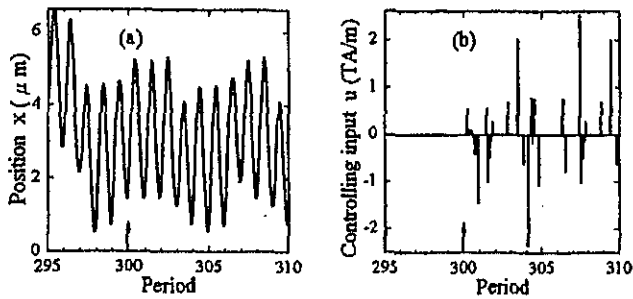


FIG. 4. (a) The multiperiodic motion of the domain wall and (b) the controlling input at  $\epsilon=1.65$ .

by using the procedure of  $[x(t), \nu(t)]^T = [x(t+T), \nu(t+T)]^T$  and  $\cos(2\pi x/\ell) < 0$ .

Figures 3(a) and 3(b) show the time series of the magnetic domain-wall position and the controlling input, respectively, at  $\epsilon=1.55$  and the other parameters are the same as in Fig. 1. The instruction of control is given at 300 periods of the magnetic drive field. The application condition of the controlling input is calculated and decided at ten points in one period of the magnetic drive field.

The chaotic domain-wall motion disappears, but the domain wall runs in one direction and does not stay around the unstable equilibrium point. In this case, the parameter  $\epsilon=1.55$  of the controlling input is small and the number of the application of controlling input is no more than ten times in one period of the magnetic driving field. Therefore, it occasionally happens that the domain wall comes off the control after it entered once the capture region  $\epsilon$  is around the unstable equilibrium point.

The control is achieved by the OGY method and the multiperiodic motion of the domain wall appears as shown in Fig. 4(a) if the parameter  $\epsilon$  of the controlling input is increased up to 1.65. The amplitude of the controlling input in Fig. 4(b) is almost the same as in Fig. 3(b). It does not depend on the parameter  $\epsilon$ .

The domain wall settles in the motion with one period at  $\epsilon=1.70$  as shown in Fig. 5(a). The settling time can be decreased as shown in Fig. 6(a) by increasing  $\epsilon$  up to 2.00. The

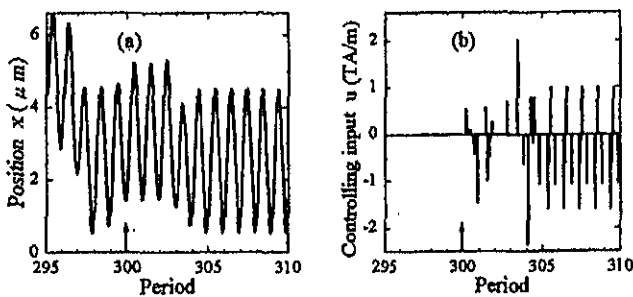


FIG. 5. (a) The one periodic motion of the magnetic domain wall and (b) the controlling input at  $\epsilon=1.70$ .

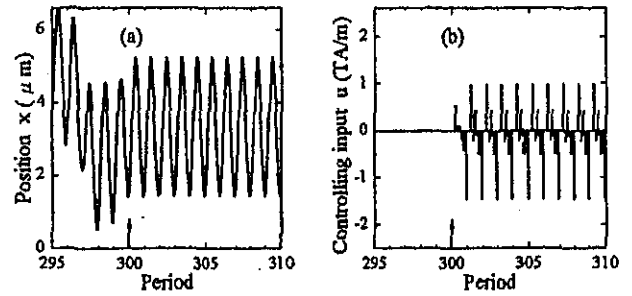


FIG. 6. (a) The one periodic motion of a magnetic domain wall with short settling time and (b) the controlling input at  $\epsilon=2.00$ .

amplitude of domain-wall motion after settling in Fig. 5(a) is almost the same as in other figures.

After the domain wall settled in the motion with one period, the intervals of controlling inputs at  $\epsilon=1.70$  and  $\epsilon=2.00$ , as shown in Figs. 5(b) and 6(b), respectively, become smaller than the values in Figs. 3(b) and 4(b). The amplitude of controlling input in Figs. 5(b) and 6(b) becomes smaller than the appropriate values in Figs. 3(b) and 4(b).

#### IV. CONCLUSION

A new method of finding the unstable equilibrium points in the chaotic domain-wall motion was proposed. The domain-wall position  $x(t)$  and velocity  $\nu(t)$  at a time  $t$  were compared with those at a time  $t+T$  after one period of the drive field. If  $[x(t), \nu(t)]^T = [x(t+T), \nu(t+T)]^T$  and  $\cos(2\pi x/\ell) < 0$ , then  $[x(t), \nu(t)]^T$  was adopted as a hyperbolic fixed point. The chaotic motion of a magnetic domain wall was controlled on the unstable equilibrium point (the saddle point, the hyperbolic fixed point) by the OGY method. By increasing the index  $\epsilon$  of the capture region, the chaotic domain-wall motion disappeared and the multiperiodic motion appeared. The regular motion with one period was obtained at  $\epsilon=1.70$ . The settling time of control at  $\epsilon=2.00$  was shorter than the value at  $\epsilon=1.70$ .

#### ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to thank the Japanese Ministry of Education for a Grant (Kiban Research Company).

- <sup>1</sup>P. E. Wigen, H. Dötsch, Y. Ming, L. Baselgia, and F. Waldner, *J. Appl. Phys.* **63**, 4157 (1988).
- <sup>2</sup>D. W. Peterman, M. Ye, and P. E. Wigen, *J. Appl. Phys.* **76**, 6886 (1994).
- <sup>3</sup>V. S. Gornakov, V. I. Nikitenko, I. A. Prudnikov, and V. T. Synogach, *Phys. Rev. B* **46**, 10829 (1992).
- <sup>4</sup>H. Okuno and T. Homma, *IEEE Trans. Magn.* **29**, 2506 (1993).
- <sup>5</sup>H. Okuno, Y. Sugitani, and T. Homma, *IEEE Trans. Magn.* **30**, 4305 (1994).
- <sup>6</sup>H. Okuno, Y. Sugitani, and K. Hirata, *J. Magn. Magn. Mater.* **140-144**, 1879 (1995).
- <sup>7</sup>H. Okuno, K. Hirata, and T. Sakata, *IEEE Trans. Magn.* **31**, 3364 (1995).
- <sup>8</sup>H. Okuno, *J. Appl. Phys.* **81**, 5233 (1997).
- <sup>9</sup>H. Okuno, T. Sakata, and H. Takeda, *J. Appl. Phys.* **85**, 5083 (1999).
- <sup>10</sup>E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1196 (1990).
- <sup>11</sup>J. Jimenez, J. A. Moreno, and G. J. Ruggeri, *Phys. Rev. A* **45**, 3553 (1992).