

超音波トランスジューザによる放射音場の  
解析法およびビーム形成法に関する研究

2001年3月

増山 裕之

目次

超音波トランスジューサによる放射音場の解析法およびビーム形成法に関する研究

第1章 放射音場の解析法の基礎	1
1.1 はじめに	1
1.2 放射音場の解析法に関する基礎式	2
1.3 平面トランスジューサによる変位・圧力・速度	10
1.4 点状放射体による変位・速度・圧力	16
1.5 平面トランスジューサの応答関数	19
1.5.1 変位・圧力・速度の応答関数	19
1.5.2 平面トランスジューサの傾斜中心の応答関数の導出	23
1.5.3 ニュークンの共振現象が強く出る状態を決定する式	28
1.6 点状トランスジューサの傾斜中心の応答関数の導出	28
1.7 まとめ	28
第2章 同一面に設置した平面トランスジューサによる放射音場の解析法	31
2.1 はじめに	31
2.2 平面トランスジューサ	32
2.3 点状放射体によって放射された音場の解析	35
2.3.1 変位	35
2.3.2 速度計算	35
2.4 同一面に設置した平面トランスジューサによる放射音場の解析	36
2.4.1 平面トランスジューサによる変位・速度・圧力の解析	36
2.4.2 傾斜角による放射音場の解析	41
2.4.3 傾斜角による放射音場の解析	45
2.5 まとめ	49

工学研究科  
筑波大学

2001年3月

増山 裕之

# 目次

第1章 序論	3
1.1 研究の背景	3
1.2 研究の概要	5
第2章 放射音場の解析の基礎理論	8
2.1 はじめに	8
2.2 放射音場の解析に用いる基本式	8
2.3 円盤トランスジューサの空間インパルス応答	10
2.4 点反射体による送信・受信波形	16
2.5 矩形トランスジューサの空間インパルス応答	19
2.5.1 空間インパルス応答の計算式	19
2.5.2 トランスジューサの頂点からのエッジ波の到達順序	25
2.5.3 エッジ波の到達順序が等しくなる領域を決定する曲線	26
2.6 矩形トランスジューサの空間インパルス応答の近似法 -台形近似法・四辺形近似法-	28
2.7 まとめ	29
第3章 同一振幅駆動円環トランスジューサアレイを用いた無回折ビームの形成法	31
3.1 はじめに	31
3.2 円盤トランスジューサ・円環トランスジューサからの放射音場	32
3.3 点物体によって反射される超音波パルスの送信・受信波形	33
3.3.1 実験	33
3.3.2 数値計算	35
3.4 同一振幅駆動円環トランスジューサアレイによる無回折ビーム	36
3.4.1 円環トランスジューサアレイの設計	36
3.4.2 連続波による放射音圧強度分布	41
3.4.3 パルス波による時間応答波形	45
3.5 まとめ	48

第4章	矩形トランスジューサによる放射音場の計算法	50
4.1	はじめに	50
4.2	矩形トランスジューサの空間インパルス応答の詳細	51
4.2.1	トランスジューサの辺からのエッジ波の到達順序	51
4.2.2	トランスジューサのアスペクト比による到達順序の変化	52
4.2.3	数値計算	54
4.2.4	実験	59
4.3	空間インパルス応答の近似法	66
4.3.1	従来の近似法(台形近似法・四辺形近似法)の問題点	66
4.3.2	折れ線近似法	66
4.4	近似法の改良	77
4.4.1	厳密一致点付加法	77
4.4.2	二次曲線近似法	79
4.4.3	高速計算法	83
4.4.4	改良された近似法の組合せ	87
4.5	まとめ	89
第5章	結論	91
	謝辞	93
	参考文献	94
	著者文献目録	96

# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景

今日、超音波を用いた技術の応用範囲は多岐にわたっている。例えば、洗浄、機械加工等の強力超音波の応用、非破壊検査やソナー、医療診断等の超音波計測への応用、フィルタ、超音波モータ等、電子デバイスへの応用、あるいは、物性研究手段への応用などが挙げられる<sup>1)</sup>。その中において、診断装置や測定装置等の超音波計測の分野においては、非破壊、非侵襲での測定が可能であること、光、電波等の使用が困難な領域においても使用が可能であること、装置が比較的簡便、低価格で構成可能であり、使用においても比較的安全であること等の利点があり、早くから実用に用いられてきた。殊に、医療用超音波診断装置は、その測定対象が生体であることより、超音波の非侵襲性が最も有効である分野として、早くからその映像法が実用化され、現在では広く普及している。同時に、今後の発展が期待され、また、要求される分野でもある。

現在、主として用いられている超音波映像法は、探触子から放射した超音波パルスを送定対象で反射させ、受信した反射波を解析する、パルスエコー法が基本となっている。また、超音波映像装置の探触子として現在広く用いられている音源は、矩形トランスジューサを1次元、あるいは2次元的にアレイ状に配列したものとなっている。このような映像装置の性能向上を図る上で、重要、不可欠な事項として、現在用いられている音源である、矩形トランスジューサからの放射音場を詳細に解析すること、そして、高い分解能をもつ映像を得るための手法を確立することが挙げられる。

パルスエコー法で得られる映像の分解能は、縦方向は超音波パルスの幅によって決まり、横方向には、ビームの幅によって決定される。縦方向分解能の向上が、超音波パルスの幅を狭くすることで比較的容易に実現が可能であるのに対し、横方向分解能については、ビームを放射する振動子の幅を、波長に対して細くするほど、回折によってビーム幅が広がるまでの距離が短くなるため、幅の細いビームを安定して形成することは、困難であった<sup>2)</sup>。

回折を起こさず、細い幅を保ったまま伝播するビームが、Durnin<sup>3)</sup>によって光学の分野で示されている。このビームは、波動方程式の無回折な解に基づいており、理論的には、横方向に無限の大きさの開口から放射されるとき、無限の遠距離まで無回折を保つ。Durninら<sup>4)</sup>は、円形のスリットを通過する平行光とレンズを用いて、実験的に無回折ビームを形成することに成功している。

音響波においては、音源を第一種0次ベッセル関数  $J_0$  に従った振幅で駆動することによって実現できるため、ベッセルビームと呼ばれ、研究が盛んに行なわれるようになった。Luら<sup>5)</sup>や、Campbellら<sup>6)</sup>は、隙間なく並べた円環トランスジューサアレイを用い、その各要素を、それぞれ対応する  $J_0$  関数の極値に対応する振幅で駆動する方法を示している。また、Koikeら<sup>7,8)</sup>は、円錐形のトランスジューサを、その径方向について、 $J_0$  関数の包絡線に対応する振幅で駆動する方法を提案し、ベッセルビームを得ている。また、Nagaiら<sup>9)</sup>は、円環トランスジューサアレイによるベッセルビームを、厳密解を用いて解析し、音源付近での音場の乱れを回避する方法を指摘している。しかし、これまで提案された方法においては、音源の各要素の振幅に別々の重み付けを行なう必要があること等より、実験装置の構築が決して容易であるとは言えず、この種のビームが映像装置に実用されるまでには至っていない。

一方、矩形トランスジューサからの放射音場を解析するための手法としては、トランスジューサがインパルスで駆動された場合の速度ポテンシャル(空間インパルス応答)を用いる方法が広く用いられている。矩形トランスジューサは4つの頂点と4つの辺を持ち、そのそれぞれから、エッジ波と呼ばれる、トランスジューサの外周部からの回折波が放射されると考えられる場合がある。そのため、空間インパルス応答の形状が複雑となることから、解析には様々な手法が用いられている。Stepanishen<sup>10)</sup>やFreedman<sup>11)</sup>は、音場の観測点をトランスジューサから遠距離に設定し、空間インパルス応答を近似的に求める方法を示した。その後、厳密な空間インパルス応答が、Lockwoodら<sup>12)</sup>やScarano<sup>13)</sup>らによって求められた。彼らは、トランスジューサを適当な要素に分割し、その各部分について空間インパルス応答を導出したのちに、数値的に重ね合わせるという方法を取っている。San Emeterioら<sup>14)</sup>やUllateら<sup>15)</sup>は、Stepanishen<sup>10)</sup>による、円盤トランスジューサの空間インパルス応答の厳密式を拡張して、単一の矩形トランスジューサ、および1次元的に配列されたアレイの、任意の観測点における、厳密な空間インパルス応答を、解析的に閉じた形で導出することに成功した。彼らは、観測点に設定した点と、トランスジューサとの位置関係によって、トランスジューサ面上に、異なった形状の応答を示す複雑な細かい領域が存在することを指摘しているが、個々の領域の詳細については、検討が行なわれていない。

また、診断画像のシミュレーションを行うことを考えると、放射音場を3次元の広い領域にわたって求める必要がある。しかも、診断画像の横方向分解能を向上させるためには、アレイを構成するトランスジューサの要素数が多くなければならず、解析時の計算量が増大する。解析を効率よく行うためには、厳密なインパルス応答ではなく、適切な近似を適用して計算量を抑える必要がある。この目的のため、最近、様々な近似計算法が提案されている。

Turnbullら<sup>16)</sup>は矩形トランスジューサのインパルス応答を、台形の関数で近似する方法を提案した。また、Teo<sup>17)</sup>は、アスペクト比が8-15程度のトランスジューサについて、台形関数をその特別な場合として含んだ、四辺形関数による近似法を示し、台形近似よりよい結果を得ている。

これらの方法は、トランスジューサの辺によるエッジ波の寄与はごく小さく、頂点に関するエッジ波の寄与が大きいとした近似に基づいている。しかし、インパルス応答の形状は、トランスジューサのアスペクト比の変化に非常に大きく依存することが知られている<sup>14)</sup>。アスペクト比が変化してもエッジ波のほとんどが、頂点からの寄与によるものである、と見なせる観測空間はきわめて制限されたものになる。そのため、厳密な解析と比較して誤差の小さい解析を効率よく行なうまでには、完全には至っていない。

## 1.2 研究の概要

本論文では、先に述べた問題点を解決し、さらに、超音波を用いた映像装置や、測定装置等に応用を図っていくことを目的として、同一振幅駆動円環トランスジューサアレイによる無回折ビームの形成法、矩形トランスジューサからの放射音場の詳細な解析、および、その解析を効率よく行なうための近似法について、理論、実験の両面より検討を行なった結果を報告する。Fig.1-1に本論文の構成を示し、また、各章毎の概要を、以下に述べる。

第2章では、以降の解析を行なう準備として、放射音場の解析の際に用いる基本式について述べる。トランスジューサから放射される音圧は、トランスジューサがインパルスで駆動された場合の速度ポテンシャル(空間インパルス応答)の時間微分と、トランスジューサの駆動信号とのコンボリューションで表されることを示し、一般的な形状のトランスジューサにおける、空間インパルス応答の導出法を示す。また、以降の章において議論を進めるにあたって必要となる、円盤トランスジューサの空間インパルス応答、点反射体による送信・受信波形、矩形トランスジューサの空間インパルス応答、および台形近似・四辺形近似による近似法について、簡潔に説明を行なう。

第3章では、円環トランスジューサアレイを用いて、回折しないで伝播するビームを形成する方法について述べる。まず、準備として、単一の円盤トランスジューサ、円環トランスジューサによる放射音場の数値計算結果、および、円盤トランスジューサによるパルス波の送信・受信波形の実験結果、数値計算結果を示す。そののち、隣り合う要素が互いに逆位相の同一振幅で駆動される円環トランスジューサアレイを用いて、近似的に無回折なビームを形成する方法を示す。この方法では、円環トランスジューサアレイの各要素は、各々、第一種0次ベッセル関数  $J_0$  に従った幅を持つ。また、隣り合う円環要素は、互いに逆位相の同一振幅で駆動されるため、従来示されてきた、円環トランスジューサアレイを  $J_0$  関数に従った振幅で駆動する方法や、円錐形トランスジューサを  $J_0$  関数の包絡線関数に従った振幅で駆動する方法と比較して、容易に構成、検討を行なうことができる。駆動信号として連続波を用いた場合の放射音圧強度分布と、パルス波を用いた場合の時間応答波形の解析を、計算機による数値計算、および実験によって行ない、この方法の有効性について検証を行なう。

第4章では、矩形トランスジューサについて取り扱う。まず始めに、矩形トランスジュー

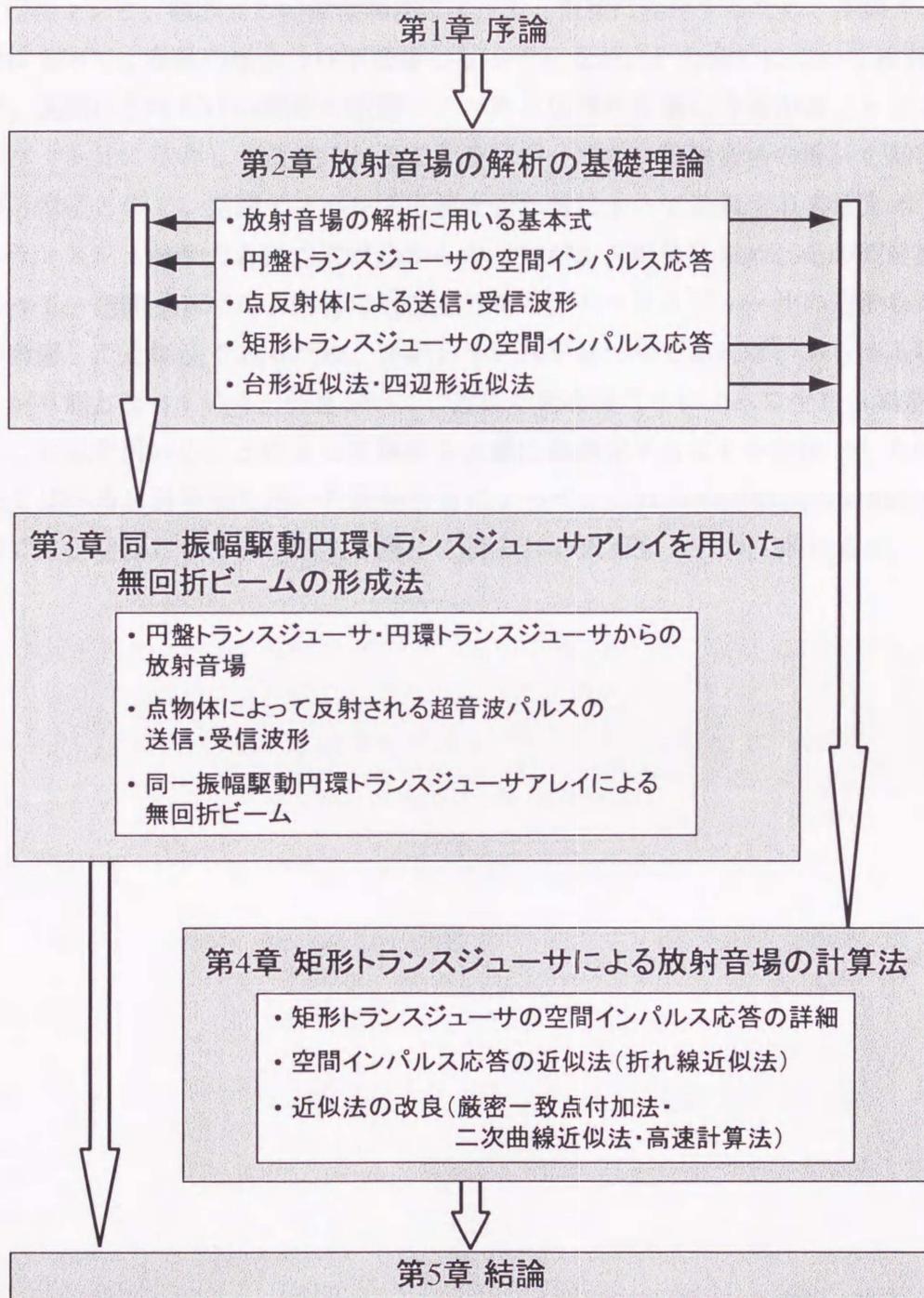


Fig. 1-1: 本論文の構成

サにおける空間インパルス応答について、従来検証されていなかった部分について、詳細に検討を行なう。矩形トランスジューサは、4つの頂点と4つの辺を持ち、その各々からエッジ波を生じると考えられる場合がある。また、それらが観測点に到達する順序は、トランスジューサのエッジと、観測点との位置関係によって、複雑に変化するため、空間インパルス応答の導出において、多数の場合分けが必要となってくるが、その全てについて検討を行なう。その中で、実際にどれだけの種類の空間インパルス応答が出現しうるかは、トランスジューサのアスペクト比に依存して決定されることを示す。また、放射音場の解析を効率よく行なうための近似法として、空間インパルス応答を折れ線によって近似する方法を示す。この方法は、トランスジューサの各頂点又は辺からのインパルスの値を求め、その間を直線で結ぶことによって、空間インパルス応答の近似を行なう。トランスジューサの辺からのエッジ波の寄与を考慮した近似法であるため、矩形トランスジューサであれば、あらゆる場合に適用することが可能となっている。引き続き、近似を行なうことによって生じる誤差を抑制し、あるいは、近似を用いることによって解析を大幅に高速化することを目的とした近似法の改良について述べる。計算機を用いた数値計算によって、これらの近似法の効果を検証する。

第5章では、結論として、本論文を通じて得られた成果をまとめて述べる。

## 1.1 放射音場の解析に関する基本式

図1.1のように、 $x$ と $y$ の座標系で、矩形トランスジューサの中心を原点とし、 $x$ と $y$ の軸をそれぞれ $x$ 軸と $y$ 軸とする。トランスジューサの幅を $2a$ と $2b$ とし、 $x$ 軸と $y$ 軸の両方にそれぞれ $x = \pm a$ と $y = \pm b$ の位置にエッジがある。また、観測点の位置を $(x_0, y_0)$ とし、 $r_0$ は観測点からトランスジューサの中心までの距離とする。このとき、トランスジューサから放射される音場の解析は、図1.1に示すように、トランスジューサの各エッジから放射される音場の重ね合わせとして行なうことができる。

## 第2章 放射音場の解析の基礎理論

### 2.1 はじめに

本章では、まず、超音波トランスジューサからの放射音場の解析の際に用い、これ以降の章で取り扱う、基本的な式について述べる。

平板全体が一様な速度で駆動される平板トランスジューサの放射音圧は、以下のコンボリューションで表される。すなわち、トランスジューサがインパルスで駆動された場合の速度ポテンシャルである、トランスジューサの空間インパルス応答を時間微分したものと、トランスジューサの駆動信号とのコンボリューションである。したがって、一様駆動されたトランスジューサからの放射音場の解析においては、空間インパルス応答を導出することが基本となる。

ここでは、一般的な形状の平板トランスジューサにおける、空間インパルス応答を導出する。

引き続き、以降の章において議論を進めるにあたって必要となる、先行して研究が行われてきた以下の事項について、簡潔に説明を行なう。

- 円盤トランスジューサの空間インパルス応答 (2.3 節)
- 点反射体による送信・受信波形 (2.4 節)
- 矩形トランスジューサの空間インパルス応答 (2.5 節)
- 矩形トランスジューサの空間インパルス応答の、台形近似・四辺形近似による近似法 (2.6 節)

### 2.2 放射音場の解析に用いる基本式

Fig.2-1 のように、 $z=0$  平面で、無限剛体バツフルに囲まれたトランスジューサが、一様な速度  $v(t)$  で駆動される場合を考える。トランスジューサは無限剛体バツフルに囲まれているため、音波は、半空間  $z>0$  にのみ放射される。また、観測空間となる半空間  $z>0$  は、音波の伝播速度  $c$  を持つ、等方性で均質な媒体で満たされているとする。トランスジューサから放射された波を受信する点を観測点  $P(\mathbf{r})$  とすると、 $P(\mathbf{r})$  における速度ポテンシャル  $\phi(\mathbf{r}, t)$

は、次式で与えられる<sup>10)</sup>。

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \int_S \frac{1}{2\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} v\left(t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}{c}\right) dS \quad (2.1)$$

$$= \int_0^t \int_S v(\tau) \frac{1}{2\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} \delta\left(t - \tau - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}{c}\right) dS d\tau \quad (2.2)$$

式(2.2)より、

$$h(\mathbf{r}, t) = \int_S \frac{1}{2\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} \delta\left(t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}{c}\right) dS \quad (2.3)$$

を考えると、\*をコンボリューションとして、 $\phi(\mathbf{r}, t)$ は、

$$\phi(\mathbf{r}, t) = v(t) * h(\mathbf{r}, t) \quad (2.4)$$

と表される<sup>10)</sup>。 $h(\mathbf{r}, t)$ は、音源がインパルスで駆動された場合の速度ポテンシャルであり、トランスジューサの空間インパルス応答と呼ばれる。

観測点 $P(\mathbf{r})$ における音圧 $p(\mathbf{r}, t)$ は、媒質の密度を $\rho$ として、

$$p(\mathbf{r}, t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} \phi(\mathbf{r}, t) \quad (2.5)$$

と表されるので<sup>10)</sup>、式(2.4)より、

$$p(\mathbf{r}, t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} v(t) * h(\mathbf{r}, t) = \rho v(t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \quad (2.6)$$

となり、空間インパルス応答の時間微分と駆動信号とのコンボリューションから得ることができる。

$h(\mathbf{r}, t)$ の導出を、より容易にするための変換を行なう。Fig.2-1の積分面素 $\Delta S$ を、中心が $P(\mathbf{r})$ で、時間 $t$ について伝播距離 $ct = R = |\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|$ と一致している半径を持つ球面と、トランスジューサの駆動面との交差 $L(R)$ の長さを持ち、 $\Delta l$ の幅を持つものとする。(Fig.2-2)これは、ある時刻に観測点 $P(\mathbf{r})$ に到達する音の音源の全てであり、トランスジューサが平板である場合、円弧となる。すなわち、

$$\Delta S = L(R)\Delta l \quad (2.7)$$

となる。また、Fig.2-3に示すように、 $\mathbf{r}$ と $\mathbf{r}_0$ を結ぶ直線と、 $\mathbf{r}$ からトランスジューサ駆動面に下した垂線がなす角度を $\theta(R)$ とすると、

$$\Delta R = \Delta l \cdot \sin\theta(R) \quad (2.8)$$

となる。

式(2.7)、(2.8)を用いて式(2.3)を書き直すと、

$$h(\mathbf{r}, t) = \int \frac{\delta(t - (R/c))}{2\pi R} \frac{L(R)}{\sin\theta(R)} dR \quad (2.9)$$

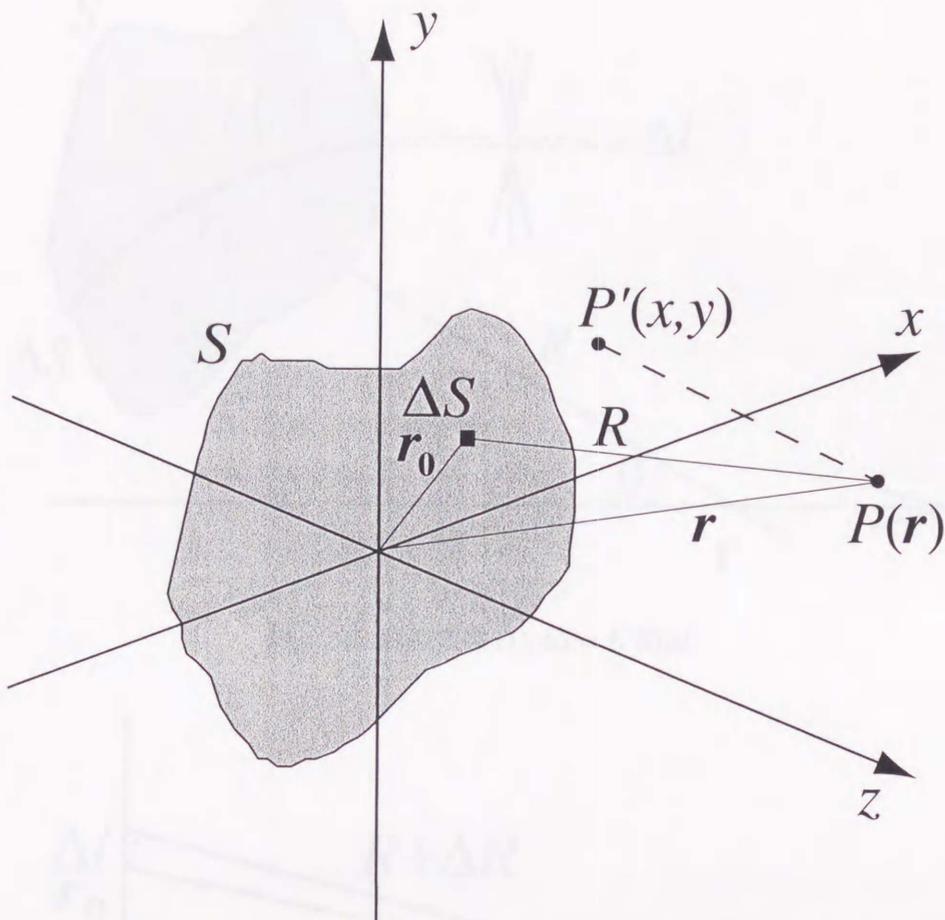


Fig. 2-1: トランスジューサの放射界

となる。

結局、式(2.3)は、

$$h(\mathbf{r}, t) = \frac{L(ct)}{2\pi t \cdot \sin\theta(ct)} \quad (2.10)$$

となり、任意の形状の平板トランスジューサについて、 $h(\mathbf{r}, t)$ を導出することは、 $L(R)$ および $\theta(R)$ を求めることに帰着する<sup>10,18)</sup>。

### 2.3 円盤トランスジューサの空間インパルス応答

本節では、トランスジューサが円盤形である場合の、空間インパルス応答 $h(\mathbf{r}, t)$ の導出法について述べる。

Fig.2-4に示されるような、 $z=0$ 平面で剛体バッフルに囲まれた、半径 $a$ の円盤トランスジューサを考える。観測点 $P(\mathbf{r})$ に対して、観測点のトランスジューサ面からの距離、および、観測点の音軸中心からの距離を、各々 $z$ 、 $d$ とする。また、 $R_1$ 、 $R_2$ は、観測点とトランス

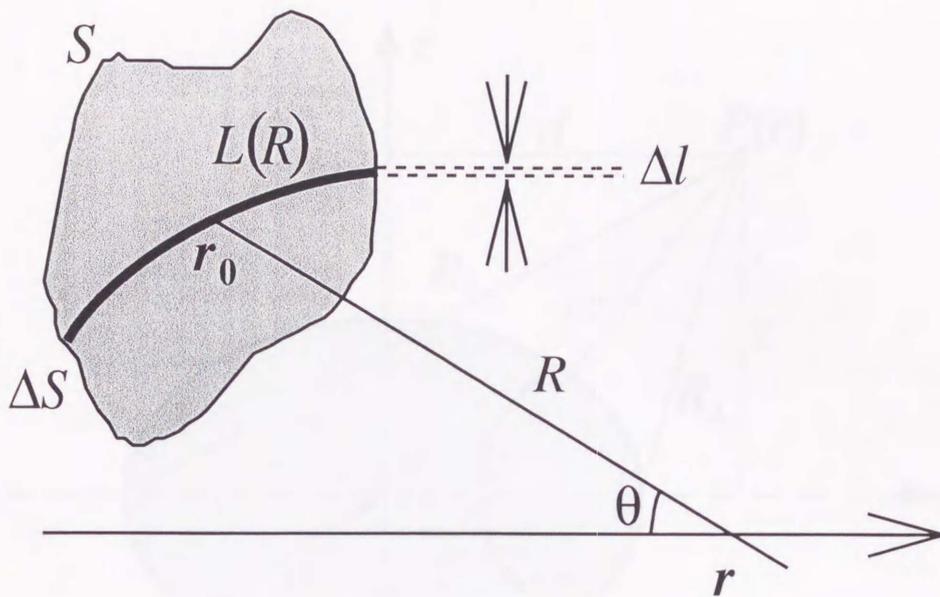


Fig. 2-2: 変数変換 (1):  $\Delta S = L(R)\Delta l$

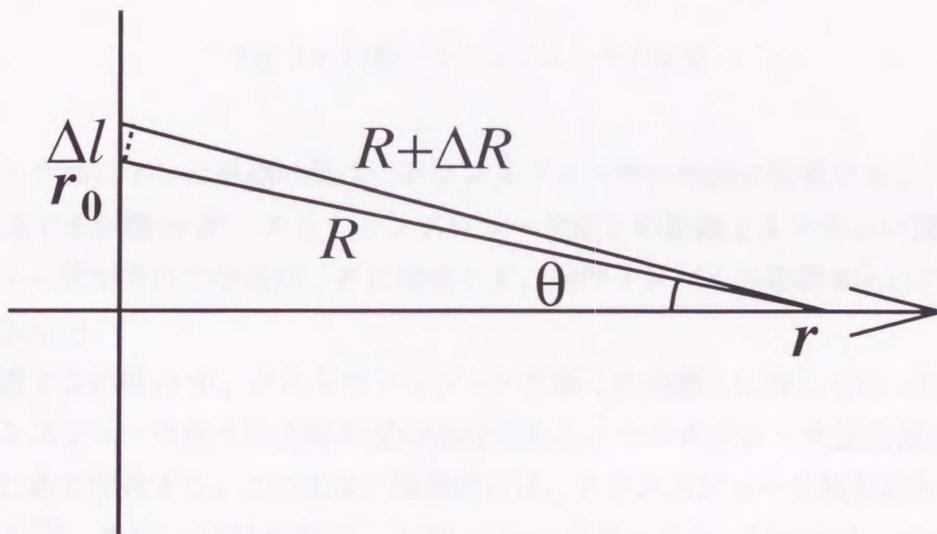


Fig. 2-3: 変数変換 (2):  $\Delta R = \Delta l \cdot \sin\theta(R)$

スジューサの外周部との間の最長距離 ( $R_1$ )、および最短距離 ( $R_2$ ) であり、次式で与えられる。

$$\begin{cases} R_1 = \sqrt{z^2 + (a+d)^2} \\ R_2 = \sqrt{z^2 + (a-d)^2} \end{cases} \quad (2.11)$$

また、音波が伝播する媒質の音速を  $c$  とする。

このとき、式 (2.10) によって求められる空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  は、観測点の音軸中心からの距離  $d$  と、トランスジューサの半径  $a$  との大小関係によって、大きく 2 種に場合分けされる。

まず、Fig. 2-5 に示すような、 $a > d$  の場合について検討を行なう。このとき、 $P$  から、ト

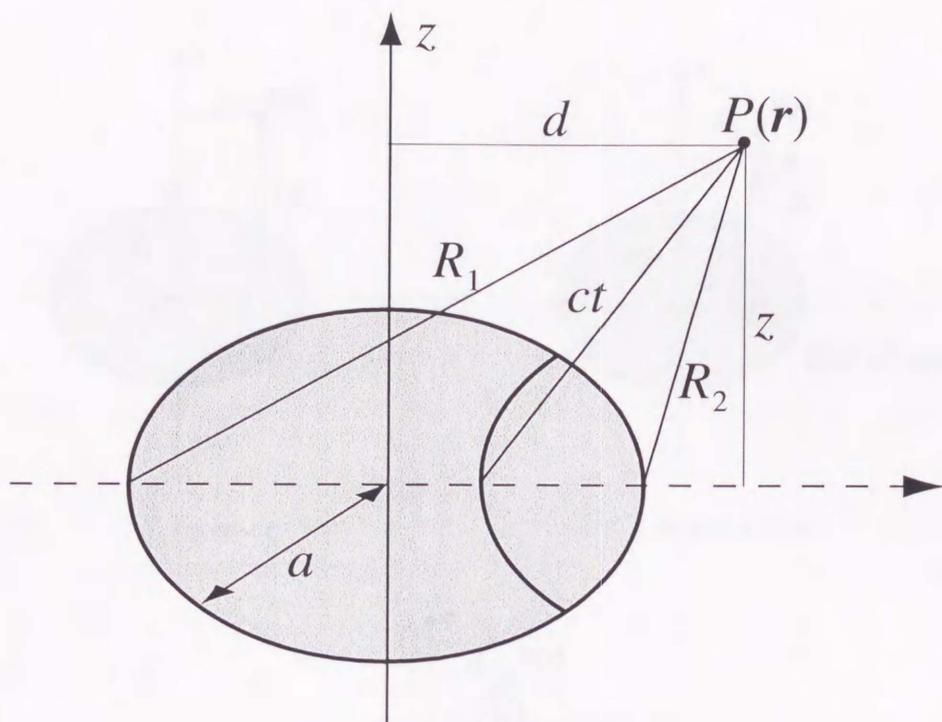


Fig. 2-4: 円盤トランスジューサの配置

ランスジューサ面に下した垂線の足は、トランスジューサの内部に位置する。

音波が伝播する距離  $ct$  が、 $P$  とトランスジューサ面との距離  $z$  より小さい間は、トランスジューサから放射された音波は、 $P$  に到達せず、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  の値は、0 となる。(Fig.2-5(a))

音波が伝播する距離  $ct$  が、 $P$  とトランスジューサ面との距離  $z$  に等しくなったときに、観測点のトランスジューサ面への垂線の足の部分であるトランスジューサ振動面からの波が、観測点にはじめて到達する。この波は、物理的には、トランスジューサ振動面からの直接波と解釈される<sup>19)</sup>。また、 $L(R)$  の値は、 $L(R) = 2\pi ct \sin\theta$  となり、 $h(\mathbf{r}, t)$  は、 $h(\mathbf{r}, t) = c$  となる。(Fig.2-5(b))

$L(R)$  は、時間の経過とともに半径を拡大し、音波の伝播距離  $ct$  が、 $P$  とトランスジューサの外周部までの最短距離  $R_2$  と等しくなると、トランスジューサの外周部に達し、外周部によって切り取られる。以降、トランスジューサの外周部から放射されていると見なせる波が観測点に到達するようになり、 $h(\mathbf{r}, t)$  の値を変動させる。この波はエッジ波と呼ばれ、物理的には、トランスジューサの外周部からの回折波と解釈される<sup>19)</sup>。 $L(R)$  は、Fig.2-5(c) の  $\alpha$ 、

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{(ct)^2 - z^2 + d^2 - a^2}{2d\sqrt{(ct)^2 - z^2}} \quad (2.12)$$

を用いて、

$$L(R) = 2 \cdot \alpha \cdot ct \sin\theta \quad (2.13)$$

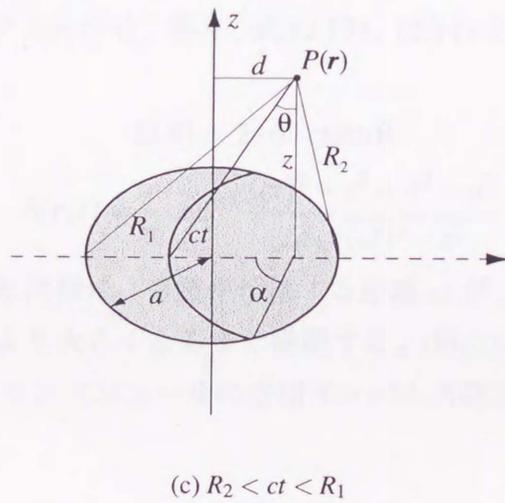
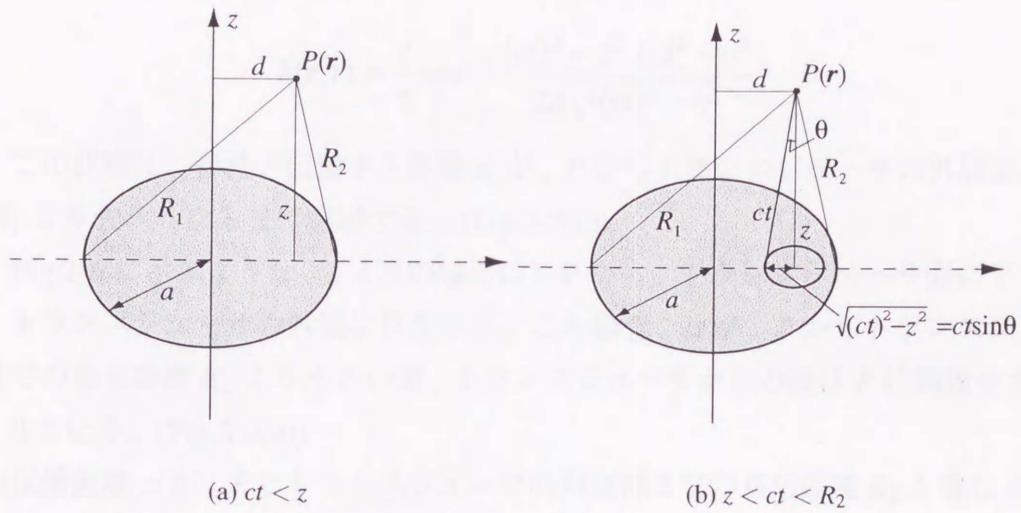


Fig. 2-5:  $L(R)$  の値の変化 ( $a > d$  の場合)

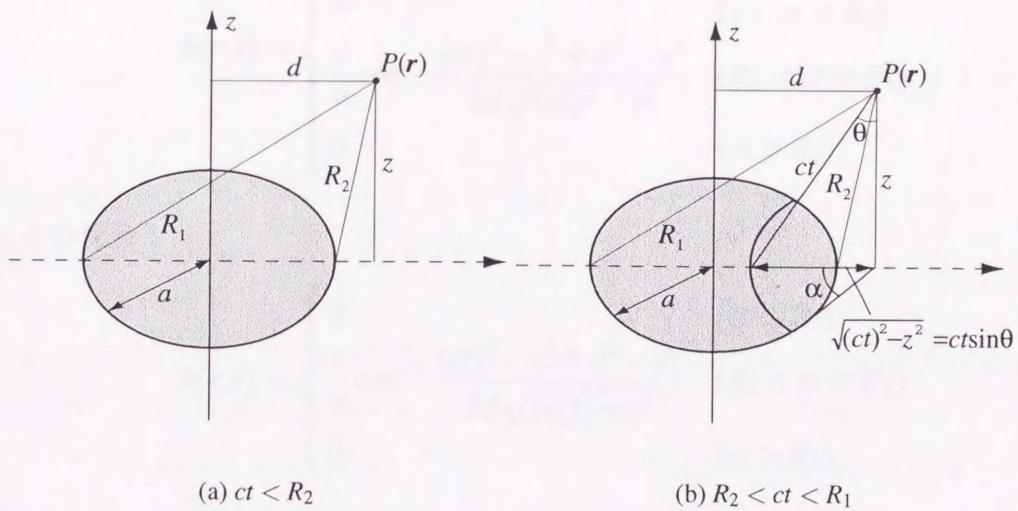


Fig. 2-6:  $L(R)$  の値の変化 ( $a < d$  の場合)

と表され、 $h(\mathbf{r}, t)$  は、 $L(R)$  を用いて、

$$h(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{\pi} \cos^{-1} \frac{(ct)^2 - z^2 + d^2 - a^2}{2d\sqrt{(ct)^2 - z^2}} \quad (2.14)$$

となる。この状態は、音波が伝播する距離  $ct$  が、 $P$  からトランスジューサの外周部までの最長距離  $R_1$  より大きくなるまで継続する。(Fig.2-5(c))

一方、Fig.2-6 に示すような、 $a < d$  の場合は、 $P$  から、トランスジューサ面に下した垂線の足は、トランスジューサの外側に位置する。この場合、 $ct$  が、 $P$  からトランスジューサの外周部までの最短距離  $R_2$  より小さい間、トランスジューサからの波は  $P$  に到達せず、 $h(\mathbf{r}, t)$  の値は、0 となる。(Fig.2-6(a))

音波の伝播距離  $ct$  が、 $P$  とトランスジューサの外周部までの最短距離  $R_2$  と等しくなると、トランスジューサからエッジ波が到達するようになり、 $L(R)$ 、 $h(\mathbf{r}, t)$  が値を持つようになる。このときの  $L(R)$  および  $h(\mathbf{r}, t)$  は、各々、式(2.13)、(2.14)と同様に、式(2.12)を用いて、以下のように表される。

$$L(R) = 2 \cdot \alpha \cdot ct \sin \theta \quad (2.15)$$

$$h(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{\pi} \cos^{-1} \frac{(ct)^2 - z^2 + d^2 - a^2}{2d\sqrt{(ct)^2 - z^2}} \quad (2.16)$$

この状態も、 $a > d$  の場合と同様に、音波が伝播する距離  $ct$  が、 $P$  からトランスジューサの外周部までの最長距離  $R_1$  より大きくなるまで継続する。(Fig.2-6(b))

以上をまとめて、円盤トランスジューサの空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  は、以下のようになる<sup>10)</sup>。

- $a > d$  の場合：

$$h(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 0 & (ct < z) \\ c & (z < ct < R_2) \\ \frac{c}{\pi} \cos^{-1} \frac{(ct)^2 - z^2 + d^2 - a^2}{2d\sqrt{(ct)^2 - z^2}} & (R_2 < ct < R_1) \\ 0 & (ct > R_1) \end{cases} \quad (2.17)$$

- $a \leq d$  の場合：

$$h(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 0 & (ct < R_2) \\ \frac{c}{\pi} \cos^{-1} \frac{(ct)^2 - z^2 + d^2 - a^2}{2d\sqrt{(ct)^2 - z^2}} & (R_2 < ct < R_1) \\ 0 & (ct > R_1) \end{cases} \quad (2.18)$$

観測点の音軸中心からの距離  $d$  が、トランスジューサの半径  $a$  より小さい、式(2.17)の場合は、トランスジューサ表面から観測点に直接到達する直接波と、トランスジューサの外周

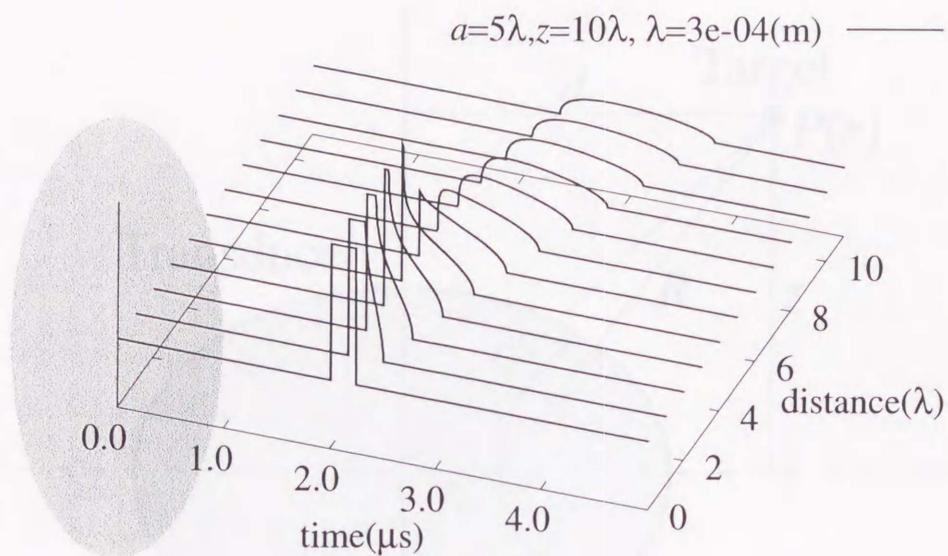


Fig. 2-7: 空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  の数値計算結果

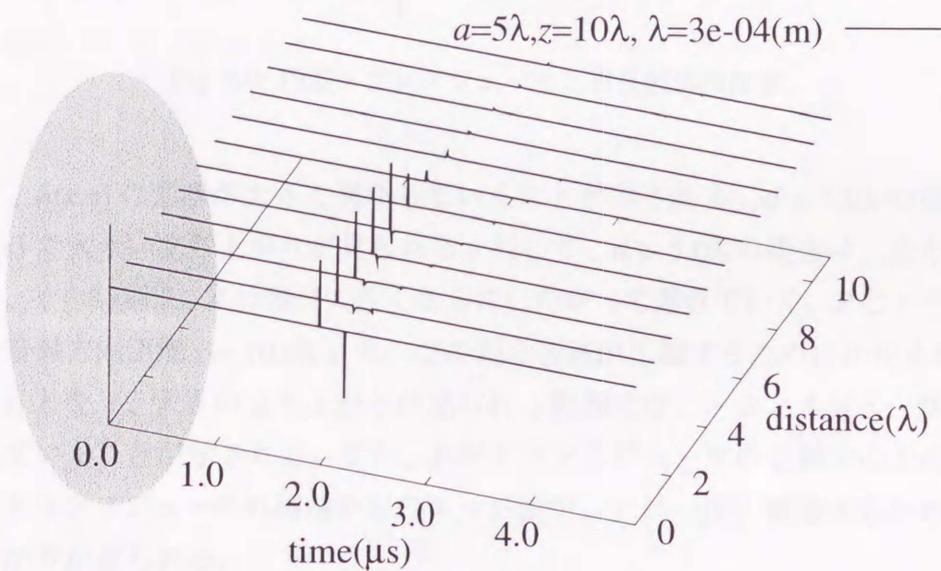


Fig. 2-8: 空間インパルス応答の時間微分  $(\partial/\partial t)h(\mathbf{r}, t)$  の数値計算結果

部からの回折波であるエッジ波の両方が、観測点  $P$  に到達し、 $d$  が  $a$  より大きい、式 (2.18) の場合は、エッジ波のみが、 $P$  に到達する。

Fig.2-7, 2-8 は、円盤トランスジューサの空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  (Fig.2-7) と、音圧の計算に用いる、空間インパルス応答の時間微分  $(\partial/\partial t)h(\mathbf{r}, t)$  (Fig.2-8) の数値計算例である。計算に用いた値は、音波の波長  $\lambda = 3.0 \times 10^{-4}(\text{m})$ 、音速  $c = 1.5 \times 10^3(\text{m/s})$ 、トランスジューサの半径  $a = 5.0\lambda$ 、観測点  $P$  の位置は、トランスジューサ面からの音軸方向距離  $z = 10.0\lambda$  とし、音軸中心からの距離  $d$  は、トランスジューサ中心を 0 とし、 $1.0\lambda$  ステップとしている。図の左側の楕円は、トランスジューサの位置を表している。Fig.2-7、Fig.2-8 より、 $d = 5.0\lambda$

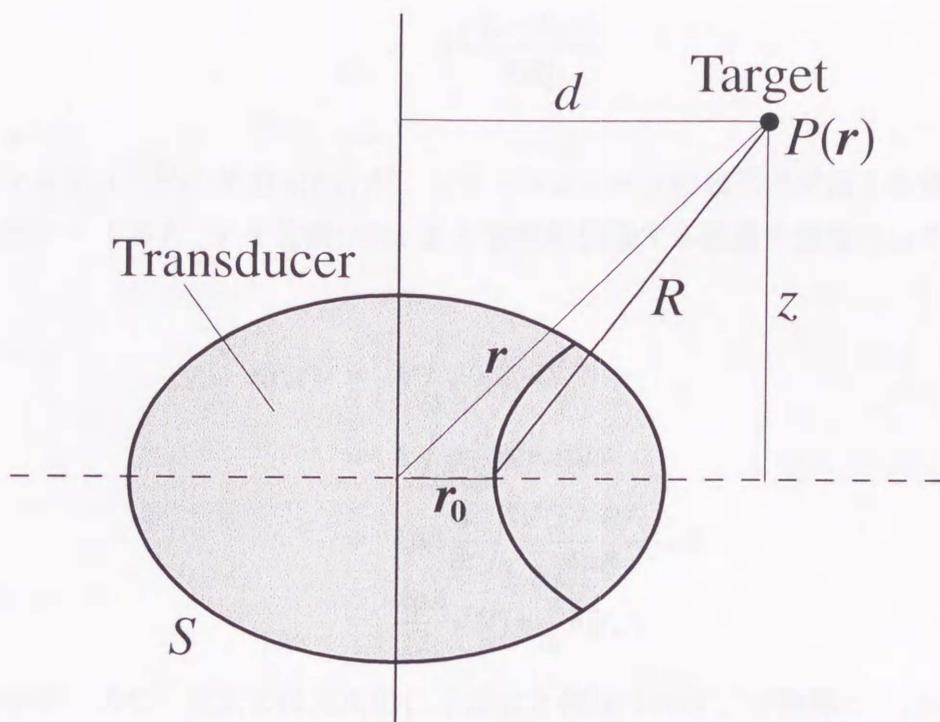


Fig. 2-9: 円盤トランスジューサと点反射体の配置

を境にして、 $h(\mathbf{r}, t)$  の形状が大きく異なっていることが示される。 $d < 5.0\lambda$  の場合は、時刻  $2.0 \times 10^{-6}$ (s) で大きい立ち上がりが見られる。対して、 $d > 5.0\lambda$  の場合は、立ち上がりは緩やかになり、その時刻は、 $d$  の値が大きくなるにしたがって遅れていく。 $P$  とトランスジューサ面からの音軸方向距離  $z = 10.0\lambda$  より、この間を音波が伝播するためにかかる最短時間が、 $2.0 \times 10^{-6}$ (s) となり、大きい立ち上がりが見られる範囲では、トランスジューサからの直接波が到達していることが示される。また、 $P$  がトランスジューサの音軸中心上の  $d = 0$  にある場合は、トランスジューサ外周部からのエッジ波が、 $P$  に一度に到達するため、非常に大きい立ち下がりが見られる。

## 2.4 点反射体による送信・受信波形

本節では、パルスエコー法を用いた超音波映像法の基礎となる、トランスジューサと点反射体による、送信・受信波形について、導出理論を述べる。

Fig.2-9 に示すような、面積  $S$  の円盤トランスジューサを速度  $v(t)$  で駆動し、 $P(\mathbf{r})$  に位置する球状の小物体で音波を反射させ、再び同一のトランスジューサで受信する場合を考える。音波の径方向の速度  $v'(t)$  に比例して反射波が得られるとすると、その速度ポテンシャルは、点物体の、反射に寄与する面積を  $A$ 、音速を  $c$  として、

$$\phi(\mathbf{r}, t) = A \frac{v'(t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|/c)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}$$

$$= A \frac{v'(t-R/c)}{4\pi R} \quad (2.19)$$

と表される。

受信トランスジューサの出力  $e(\mathbf{r}, t)$  が、トランスジューサの表面で受信する音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  の総和に比例するとすると、 $k$  を比例定数、 $\rho$  を音波が伝播する媒質の密度として、次式で表される。

$$\begin{aligned} e(\mathbf{r}, t) &= k \int_S p(\mathbf{r}, t) dS \\ &= k \int_S \rho \frac{\partial}{\partial t} \phi(\mathbf{r}, t) dS \\ &= k\rho A \frac{\partial}{\partial t} \int_S \frac{v'(t-R/c)}{4\pi R} dS \\ &= \frac{k\rho A}{2} v'(t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (2.20)$$

反射体が小さいので、反射波は局所的に平面波と仮定すれば、点物体は、速度  $v'(t)$  で駆動される音源として扱う事ができ、

$$v'(t) = -\frac{p(\mathbf{r}, t)}{\rho c} \quad (2.21)$$

と表すことができる。

以上より、出力  $e(\mathbf{r}, t)$  は、

$$\begin{aligned} e(\mathbf{r}, t) &= \frac{k\rho A}{2} v'(t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \\ &= \frac{k\rho A}{2} \left\{ -\frac{p(\mathbf{r}, t)}{\rho c} \right\} * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \\ &= \frac{k\rho A}{2} \left\{ -\frac{1}{\rho c} \cdot \rho \frac{\partial}{\partial t} \phi(\mathbf{r}, t) \right\} * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \\ &= \frac{k\rho A}{2} \left\{ -\frac{1}{c} \cdot v(t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \right\} * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \\ &= -\frac{k\rho A}{2c} v(t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

となる<sup>20)</sup>。

Fig.2-10 は、式 (2.22) のうち、 $(\partial/\partial t)h(\mathbf{r}, t) * (\partial/\partial t)h(\mathbf{r}, t)$  の部分の数値計算例である。計算に用いた値は、2.3 節における  $h(\mathbf{r}, t)$  および  $(\partial/\partial t)h(\mathbf{r}, t)$  の計算の場合と同様のものを用いており、音波の波長  $\lambda = 3.0 \times 10^{-4}(\text{m})$ 、音速  $c = 1.5 \times 10^3(\text{m/s})$ 、トランスジューサの半径  $a = 5.0\lambda$  としている。また、点反射体の位置  $P$  は、トランスジューサ面からの音軸方向距離  $z = 10.0\lambda$  とし、音軸中心からの距離  $d$  は、トランスジューサ中心を 0 として、 $1.0\lambda$  ステップとしている。図の左側の楕円は、トランスジューサの位置を表している。 $d < 5\lambda$  の範囲では、Fig.2-8 の場合と同様に、大きい立ち上がりが見られる。大きい立ちあがりが見

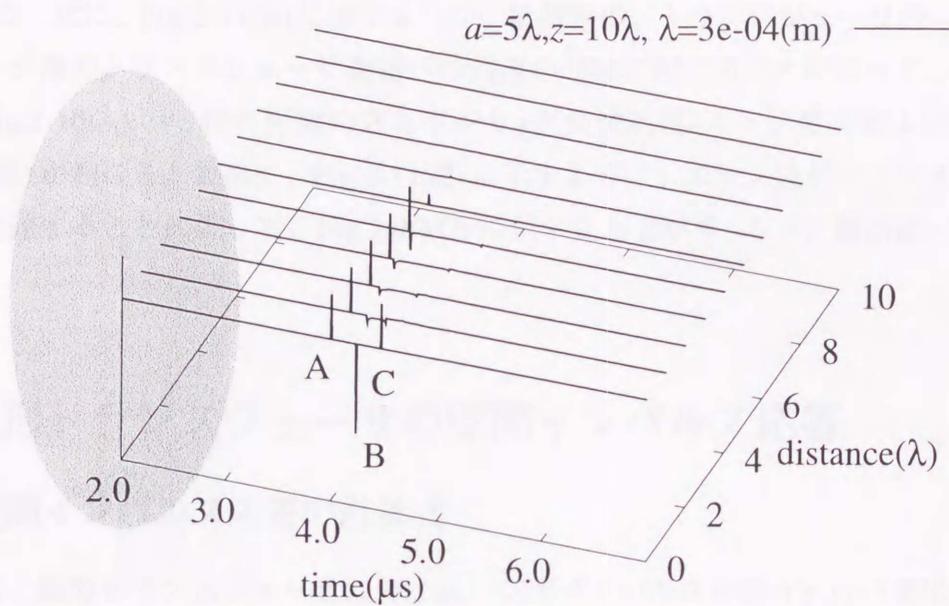


Fig. 2-10:  $(\partial/\partial t)h(r,t) * (\partial/\partial t)h(r,t)$  の数値計算結果

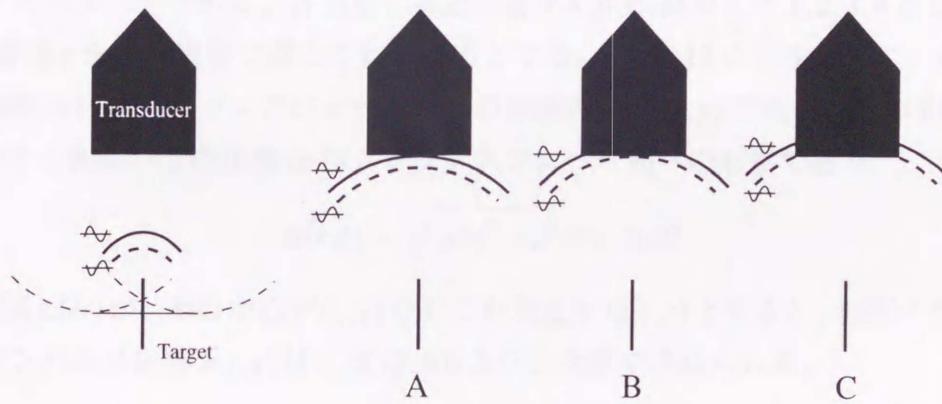


Fig. 2-11: トランスジューサによって受信される点物体からの反射波

られる時刻  $4.0 \times 10^{-6}$ (s) は、トランスジューサ面と点反射体との間の距離  $10.0\lambda$  を音波が往復するのにかかる最短時間となり、トランスジューサ表面から放射された波が点物体で反射し、再びトランスジューサ表面で受信されることを示している。また、点物体がトランスジューサの音軸中心上の  $d=0$  にある場合は、はじめの大きい立ち上がり (Fig.2-10(A)) の他に、大きい立ち下がり (Fig.2-10(B)) と立ち上がり (Fig.2-10(C)) が1個所ずつ存在する。この3個所のピークは、Fig.2-11を用いて、次のように説明される<sup>20)</sup>。Fig.2-11は、円盤トランスジューサと、中心軸上に対向して配置された点反射体を示している。図中の曲線は、トランスジューサから放射された直接波 (実線)、および直接波と逆の極性を持つエッジ波 (破線) の、点物体による反射波を表している。まず、Fig.2-11(A)に示すように、直接波がトランスジューサ表面に到達することによって、Fig.2-10(A)に示す立ち上がり (直接波送信-直接受

信)が起こる。次に、Fig.2-11(B)に示すように、直接波の、トランスジューサのエッジへの到達と、エッジ波のトランスジューサ表面への到達が同時に起こることによって、Fig.2-10(B)に示す、Fig.2-10(A)の2倍の振幅の立ち下がり(直接波送信-エッジ受信およびエッジ波送信-直接受信)が起こる。最後に、Fig.2-11(C)に示すように、エッジ波がトランスジューサのエッジに到達することによって、Fig.2-10(C)に示す立ち上がり(エッジ波送信-エッジ受信)が起こる。

## 2.5 矩形トランスジューサの空間インパルス応答

### 2.5.1 空間インパルス応答の計算式

本節では、矩形トランスジューサにおける、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  の導出法について述べる。

Fig.2-12は、 $z=0$ 平面において無限剛体バッフルに囲まれた、幅  $2a$ 、高さ  $2b$  ( $a \leq b$ ) の矩形トランスジューサである。各頂点、各辺を各々  $A, B, C, D$  および  $1, 2, 3, 4$  とし、観測空間  $z > 0$  は、音速  $c$  を持つ媒質で満たされているとする。Fig.2-12に示すように、円弧  $L(ct)$  の中心は、観測点  $P(\mathbf{r})$  のトランスジューサ面への垂線の足  $P'(x, y)$  であり、その半径  $\sigma(\mathbf{r}, t)$  は、時刻  $t$  における音波の伝播距離  $ct$  の、トランスジューサ面への射影であり、

$$\sigma(\mathbf{r}, t) = \sqrt{(ct)^2 - z^2} = ct \sin \theta \quad (2.23)$$

となる。円弧  $L(ct)$  が、その中心  $P'(x, y)$  を見こむ角度を  $\Omega(\mathbf{r}, t)$  とすると、矩形トランスジューサの空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  は、式(2.10)より、次式で求められる。

$$\begin{aligned} h(\mathbf{r}, t) &= \frac{L(ct)}{2\pi t \cdot \sin \theta(ct)} \\ &= \frac{2\pi \sigma(\mathbf{r}, t) \cdot (\Omega(\mathbf{r}, t)/2\pi)}{2\pi t \cdot \sin \theta(ct)} \\ &= \frac{c}{2\pi} \cdot \Omega(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (2.24)$$

式(2.24)より、 $h(\mathbf{r}, t)$  は  $\Omega(\mathbf{r}, t)$  を求めることによって得られる<sup>14,15)</sup>。

トランスジューサの表面速度を  $v(t)$  とすると、音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  は、式(2.6)より、

$$p(\mathbf{r}, t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} v(t) * h(\mathbf{r}, t) = \rho v(t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r}, t) \quad (2.25)$$

と表されるので、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  の時間微分  $h'(\mathbf{r}, t)$  が、大きい値をとる不連続部からの寄与が大きい。この不連続部は、直接波とエッジ波として物理的に説明される。不連続部が生じる原因は、次のように説明できる。

$P'(x, y)$  がトランスジューサ振動面上にある場合は、音波の伝播距離  $ct$  がトランスジューサ面と観測点との距離に等しくなったときに、トランスジューサから放射された波が初めて

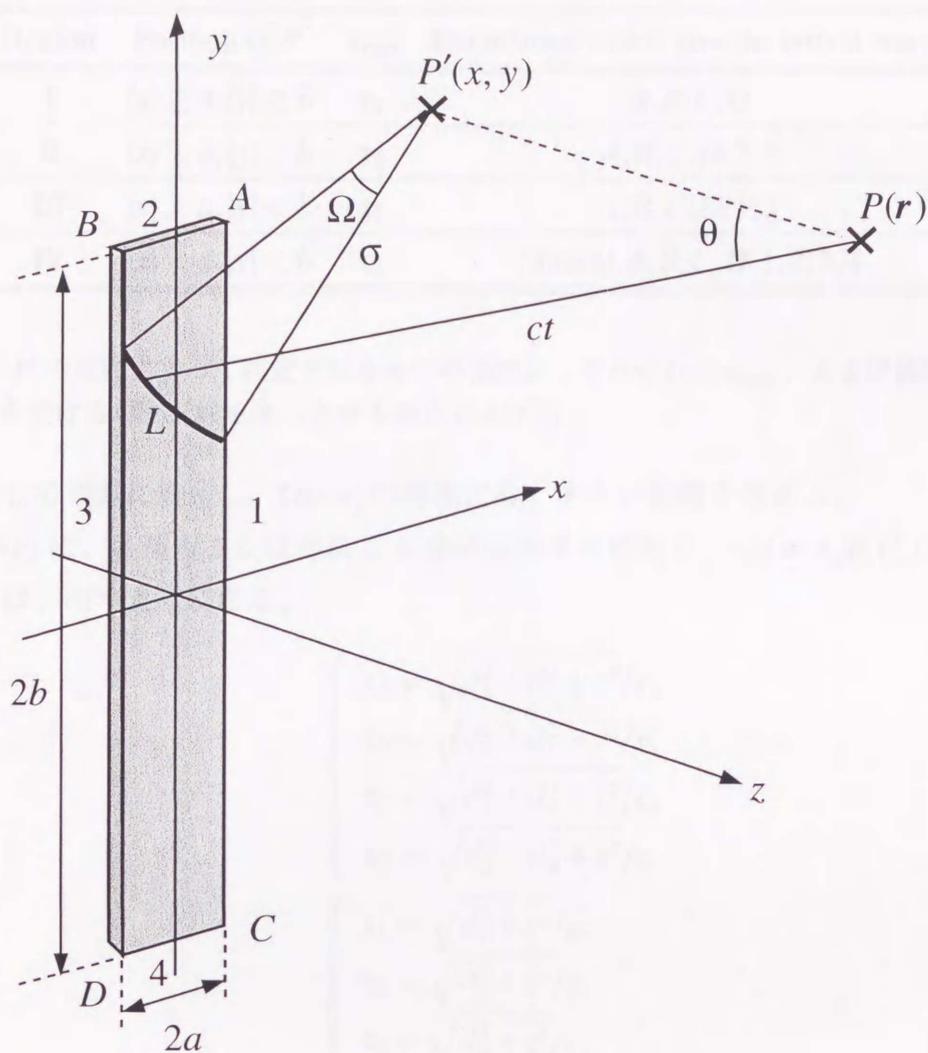


Fig. 2-12: 矩形トランスジューサの配置

観測点  $P(\mathbf{r})$  に到達し、このとき、 $\Omega(\mathbf{r}, t)$  の値は、0 から突然  $2\pi$  になる。この不連続部が、直接波として解釈される波である。

また、ある時刻  $t$  に、観測点  $P(\mathbf{r})$  に到達する波は、 $P$  を中心とし、半径が  $ct$  の球面と、トランスジューサ振動面との交線の部分から放射されると考えられ、前述のように、その交線が  $P'(x, y)$  を見こむ角度が  $\Omega(\mathbf{r}, t)$  である。 $ct$  は、 $t$  の増加に伴って大きくなり、球面も拡大するので、交線はトランスジューサ振動面を移動していく。この交線がトランスジューサの頂点を通過するときや、辺によって分割されるときに、 $\Omega(\mathbf{r}, t)$  は、急激に変動し、そのため、 $h(\mathbf{r}, t)$  に不連続部が生じる。この不連続部が、放射音場に大きく寄与するエッジ波として解釈される。

矩形トランスジューサは、4つの頂点と4つの辺を持ち、そのそれぞれから寄与の大きいエッジ波が放射される可能性がある。これらのエッジ波が到達する順序は、トランスジューサに対する観測点  $P(\mathbf{r}, t)$ 、あるいは、 $P$  のトランスジューサ面への垂線の足  $P'(x, y)$  の厳密な

Region	Position of $P'$	$\tau_{\min}$	Boundaries which give the arrival waves
I	$ x  \geq a,  y  \geq b$	$\tau_A$	$A, B, C, D$
II	$ x  < a,  y  \geq b$	$\tau_2$	$A, B, C, D, 2, 4$
III	$ x  \geq a,  y  < b$	$\tau_1$	$A, B, C, D, 1, 3$
IV	$ x  < a,  y  < b$	$\tau_0$	(direct), $A, B, C, D, 1, 2, 3, 4$

Table 2.1:  $P'$  の位置によって決定される4つの領域と、それぞれの  $\tau_{\min}$ 、および放射音場が大きく寄与を受けるエッジ波を生じさせる頂点および辺

位置に依存して複雑に変化し、 $\Omega(\mathbf{r}, t)$  の導出にも、大きい影響を与える。

観測点  $P(\mathbf{r})$  に、各頂点または辺による波が到達する時刻を、 $\tau_i (i = A, B, C, D, 1, 2, 3, 4)$  とすると、 $\tau_i$  は、次のようになる。

$$\begin{cases} \tau_A = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + z^2}/c, \\ \tau_B = \sqrt{d_2^2 + d_3^2 + z^2}/c, \\ \tau_C = \sqrt{d_1^2 + d_4^2 + z^2}/c, \\ \tau_D = \sqrt{d_3^2 + d_4^2 + z^2}/c \end{cases} \quad (2.26)$$

$$\begin{cases} \tau_1 = \sqrt{d_1^2 + z^2}/c, \\ \tau_2 = \sqrt{d_2^2 + z^2}/c, \\ \tau_3 = \sqrt{d_3^2 + z^2}/c, \\ \tau_4 = \sqrt{d_4^2 + z^2}/c \end{cases} \quad (2.27)$$

ここで、 $d_i (i = 1, 2, 3, 4)$  は、 $P'(x, y)$  と各辺 1-4 からの距離であり、 $d_1 = x - a, d_2 = y - b, d_3 = x + a, d_4 = y + b$  である。Fig.2-13 に、 $d_i$  を示す。また、 $P(\mathbf{r}, t)$  に直接波が到達する場合、その時刻を  $\tau_0$  とすると、

$$\tau_0 = \frac{z}{c} \quad (2.28)$$

となる。矩形トランスジューサの対称性より、 $P'(x, y)$  が、象限  $x \geq 0, y \geq 0$  に位置する場合のみを考慮すればよく、その場合、トランスジューサからの波が観測点  $P(\mathbf{r})$  に初めて達する時刻  $\tau_{\min}$  が、 $\tau_A, \tau_2, \tau_1, \tau_0$  のいずれになるかによって、大きく4種類に分類される。Fig.2-14 に、4つの領域を示す。また、Table 2.1 は、それぞれの領域についての  $\tau_{\min}$  を示しており、各々の領域ごとに、放射音場が大きく寄与するエッジ波を発生させる頂点と辺が変化することを示している。これらの部分からの波が観測点  $P(\mathbf{r})$  に到達する順序は、各頂点および辺と、 $P(\mathbf{r})$  との距離によって決定される。また、この4つの領域の各々について、 $\Omega(\mathbf{r}, t)$  は異なった形状を示すが、いずれの場合も、最後に観測点  $P(\mathbf{r})$  に到達するエッジ波は、頂点  $D$  からのものであり、 $\Omega(\mathbf{r}, t)$  は、区間  $[\tau_{\min}, \tau_D]$  でのみ値を持つ。

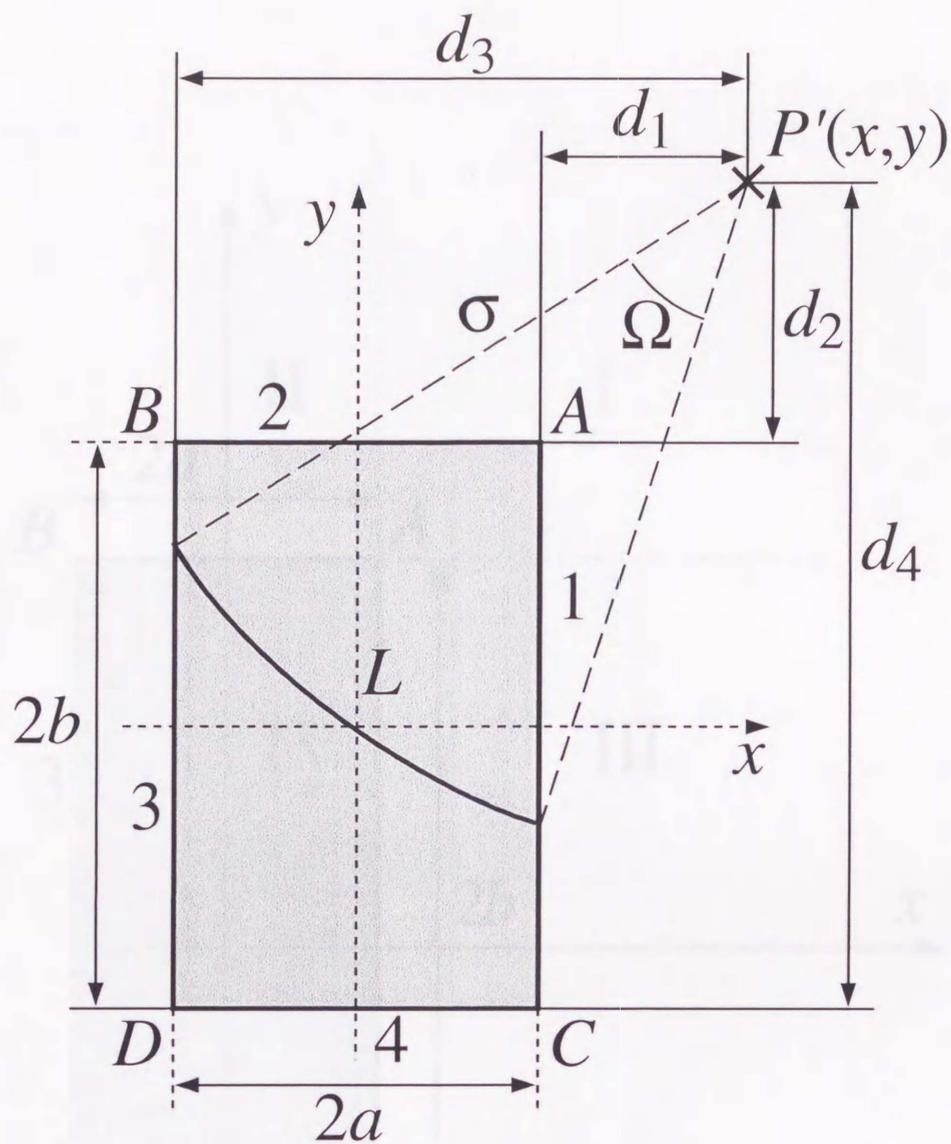


Fig. 2-13:  $P'(x,y)$  と各辺 1-4 からの距離  $d_i$  の定義

各時刻における  $d_i$  (Fig.2-13) と、 $\sigma(\mathbf{r},t)$  に関して、角度  $\alpha_i (i=1,2,3,4)$  を、

$$\alpha_i(\mathbf{r},t) = \text{sgn}(d_i) \cdot \sin^{-1} \{ \min[|d_i|/\sigma(\mathbf{r},t), 1] \} \quad (2.29)$$

と定義する。Fig.2-15 に、 $\alpha_i$  を示す。このように、 $\alpha_i$  を定義することによって、 $\Omega(\mathbf{r},t)$  は、頂点からのエッジ波が観測点  $P(\mathbf{r})$  に到達する時刻で分割される区間ごとに、 $\alpha_1 - \alpha_4$  をいくつか組み合わせた 1 つの式で表現することができるようになる<sup>14,15</sup>。Table 2.2 に、 $\alpha_i$  を用いて表現された、 $\Omega(\mathbf{r},t)$  を示す。これを用いることによって、任意の観測点  $P(\mathbf{r})$  における  $\Omega(\mathbf{r},t)$  を求め、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r},t)$  を導出することができる。

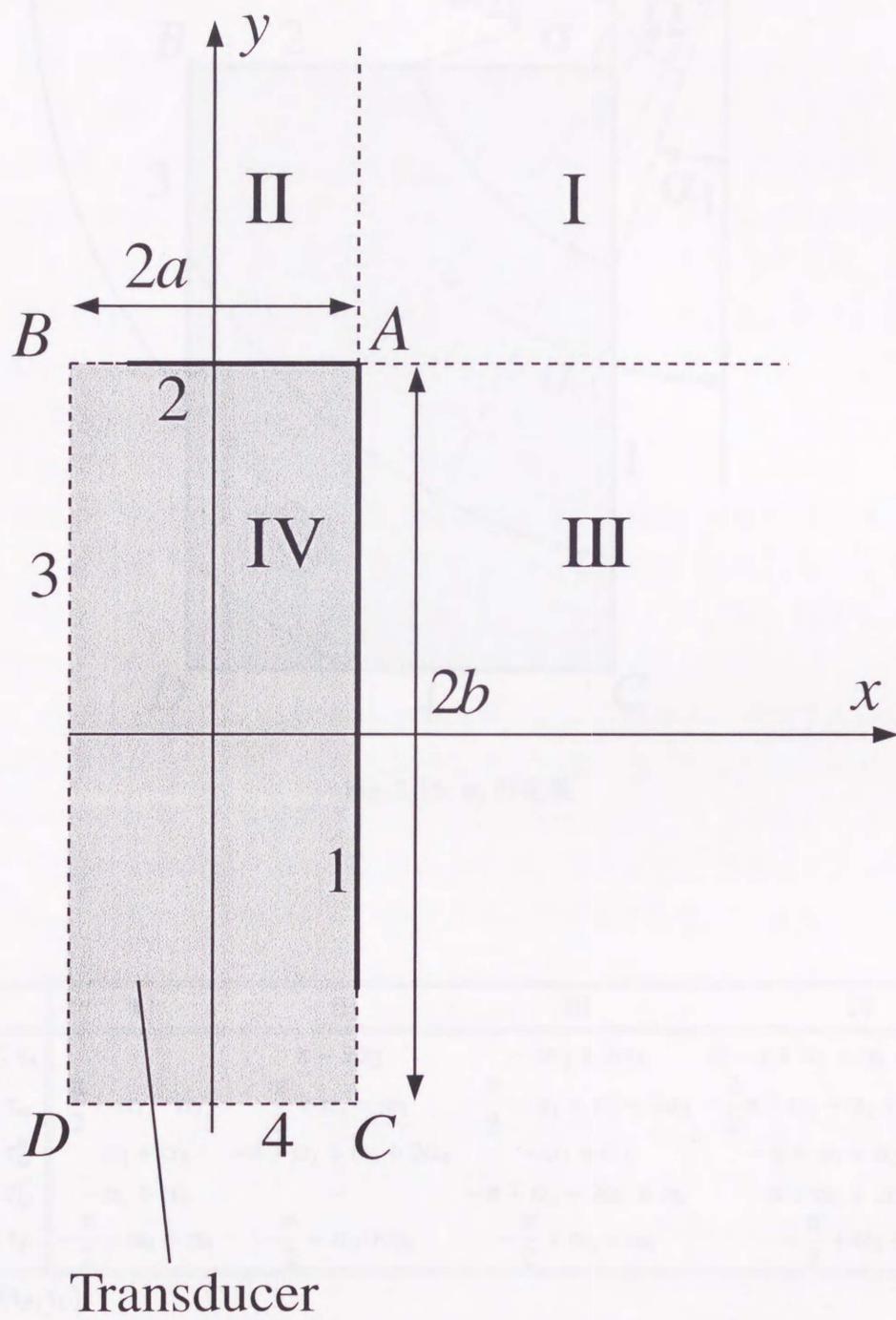


Fig. 2-14: 観測領域の4分割

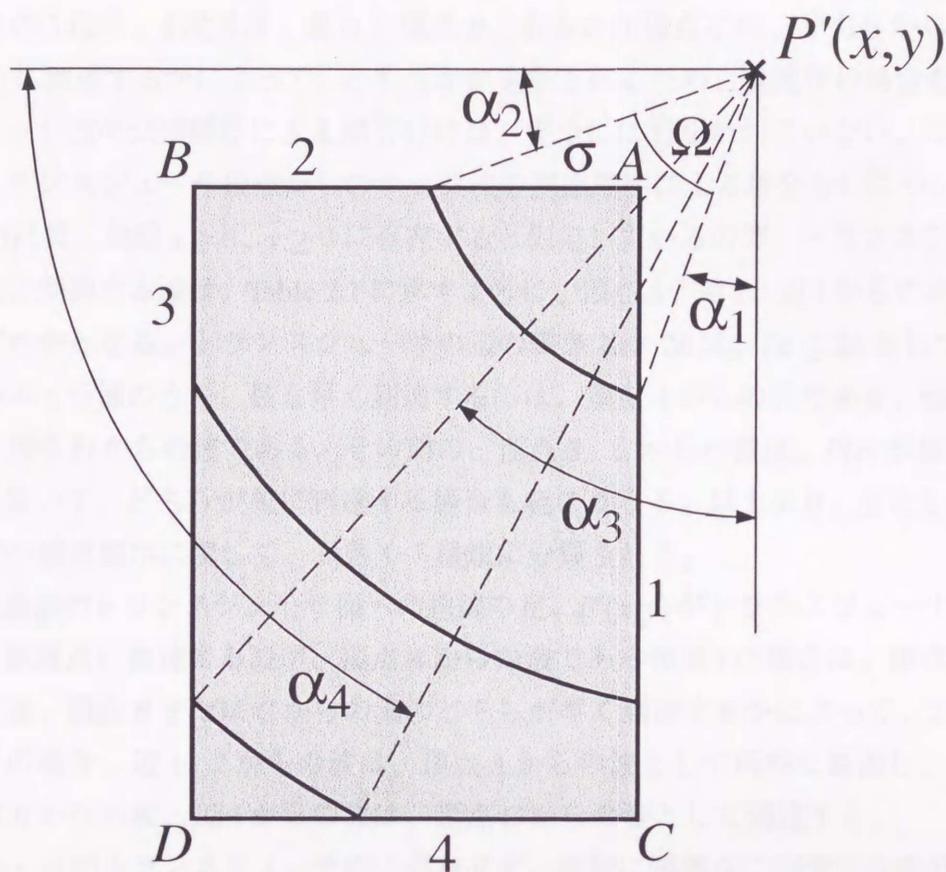


Fig. 2-15:  $\alpha_i$  の定義

$t$	I	II	III	IV
$\tau_{\min} < t \leq \tau_A$	-	$\pi - 2\alpha_2$	$-2\alpha_1 + 2\alpha_3$	$2(-\pi + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)$
$\tau_A < t \leq \tau_m$	$\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2$	$\frac{\pi}{2} + \alpha_1 - \alpha_2$	$-\frac{\pi}{2} - \alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3$	$-\frac{3}{2}\pi + \alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 + 2\alpha_4$
$\tau_m < t \leq \tau_M^B$	$-\alpha_1 + \alpha_3$	$-\pi + \alpha_1 + \alpha_3 + 2\alpha_4$	$-\alpha_1 + \alpha_3$	$-\pi + \alpha_1 + \alpha_3 + 2\alpha_4$
$\tau_m < t \leq \tau_M^C$	$-\alpha_2 + \alpha_4$	-	$-\pi + \alpha_2 + 2\alpha_3 + \alpha_4$	$-\pi + \alpha_2 + 2\alpha_3 + \alpha_4$
$\tau_M < t \leq \tau_D$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$

$$\tau_m = \min(\tau_B, \tau_C)$$

$$\tau_M = \max(\tau_B, \tau_C)$$

$$\tau_M^B : \text{For } \tau_B \leq \tau_C$$

$$\tau_M^C : \text{For } \tau_C \leq \tau_B$$

Table 2.2:  $\Omega(\mathbf{r}, t) = (2\pi/c) \cdot h(\mathbf{r}, t)$  の値

## 2.5.2 トランスジューサの頂点からのエッジ波の到達順序

Table 2.2 の 3 段目、4 段目は、各々、頂点  $B$ 、あるいは頂点  $C$  の、どちらからの波が先に観測点  $P(r)$  に到達するかによって、どちらかが選択されるため、領域 II の場合を除いて、頂点からのエッジ波の到達順序による場合分けは、完全には行なわれていない。ここでは、主として、トランスジューサ頂点からのエッジ波の到達順序による場合分けについて示す。

観測点  $P(r)$  は、象限  $x \geq 0, y \geq 0$  に存在すると仮定しているので、トランスジューサから  $P(r)$  に最初に到達する波は、Table 2.1 に示すように、頂点  $A$ 、辺 2、辺 1 からのエッジ波、直接波のいずれかとなる。トランスジューサの辺の長さ  $2a, 2b$  は、 $2a \leq 2b$  としているので、頂点からのエッジ波のうち、最も早く到達するのは、頂点  $A$  からの波であり、最も遅く到達するのは、頂点  $D$  からの波である。その間の、頂点  $B, C$  からの波は、 $P(r)$  が領域 II に存在する場合を除いて、どちらが先に到達する場合も起こりうる。以上より、主として頂点からのエッジ波の到達順序に関して、大きく 7 種類に分類される。

まず、観測点のトランスジューサ面への垂線の足、 $P'(x, y)$  がトランスジューサ内に存在せず、最初に観測点に到達する波が、頂点  $A$  からの波である領域 I の場合は、頂点  $A$  からの波が到達した後、頂点  $B$  または  $C$  からの波のどちらが早く到達するかによって、2 種類に分類される。この場合、辺 1、2 からの波は、頂点  $A$  からの波として同時に到達し、辺 3 からの波は、頂点  $B$  からの波、辺 4 からの波は、頂点  $C$  からの波として到達する。

次に、 $P'(x, y)$  がトランスジューサ内に存在せず、最初に観測点に到達する波が、辺 2 からの波である領域 II の場合は、辺 2 からの波が到達した後、頂点からのエッジ波として、最初に  $A$  からの波が到達する。トランスジューサの辺の長さに関して、 $a \leq b$  より、必ず、 $\tau_B < \tau_C$  となる。4 つの辺からの波のうち、辺 1 からの波は、頂点  $A$  からの波として同時に到達し、辺 3 からの波は、頂点  $B$  からの波として到達する。頂点からの波と、辺 4 からの波との前後関係は、 $a \leq b$  より、

$$\tau_B < \tau_4 < \tau_C \quad (2.30)$$

となる。

$P'(x, y)$  がトランスジューサ内に存在せず、最初に観測点に到達する波が、辺 1 からの波である領域 III の場合は、辺 1 からの波が到達した後、頂点からのエッジ波として、最初に  $A$  からの波が到達する。次に、頂点  $B$  または  $C$  からの波のどちらが早く到達するかによって、2 種類に分類される。4 つの辺からの波のうち、辺 2 からの波は、頂点  $A$  からの波として同時に到達し、辺 4 からの波は、頂点  $C$  からの波として到達する。頂点からの波と、辺 3 からの波のとの前後関係は、

$$\tau_3 < \tau_B \quad (2.31)$$

となる。

$P'(x, y)$  がトランスジューサ内に存在する、領域 IV の場合は、まず、直接波が到達し、頂

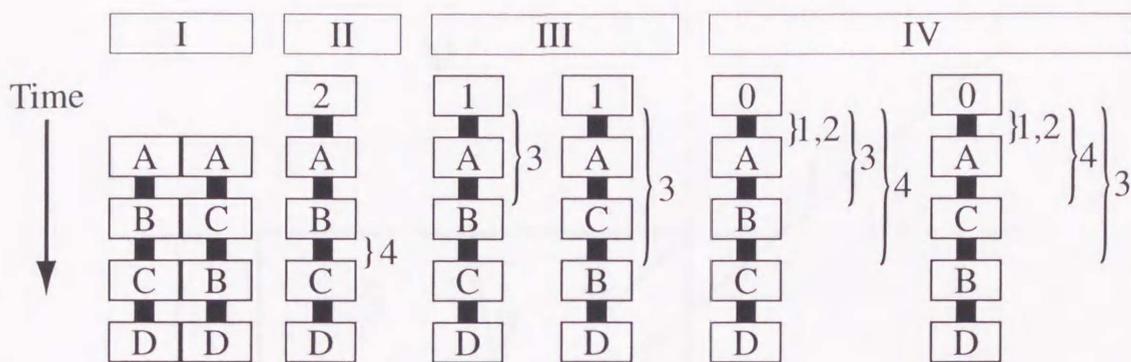


Fig. 2-16: 観測点に到達する直接波とエッジ波の順序、およびその可能性

点からのエッジ波として、最初に A からの波が到達する。次に、頂点 B または C からの波のどちらが早く到達するかによって、2 種類に分類される。4 つの辺からの波は、各頂点からの波とは別の波として到達する。頂点からの波と、辺からの波との、到達時刻の前後関係は、各々、

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_1 < \tau_A, \\ \tau_2 < \tau_A, \\ \tau_3 < \tau_B, \\ \tau_4 < \tau_C \end{array} \right. \quad (2.32)$$

となる。

以上をまとめたものが、Fig.2-16 である<sup>14,15)</sup>。図中の各々の列が、7 種類の分類を表している。0,1,2,3,4,A,B,C,D は、各々、直接波、辺からのエッジ波、頂点からのエッジ波を表しており、図の上部にあるものほど、観測点への到達時刻が早いことを表している。また、四角で囲まれた文字は、この、7 種類の分類に用いられる直接波、エッジ波を表し、各列の横に添えられた数字は、各々の番号の辺からのエッジ波が、それぞれの区間内のいずれかで到達することを表している。

### 2.5.3 エッジ波の到達順序が等しくなる領域を決定する曲線

$P'(x,y)$  と、各頂点および辺との距離の、大小関係が等しい領域では、 $P(\mathbf{r})$  への、エッジ波の到達順序も同一となる。そのような、 $P(\mathbf{r})$  の集合としての、ある領域を考え、その領域とは別に、エッジ波の到達順序が 1 個所だけ異なる領域を考えると、それら 2 つの領域の境界では、ある 2 つのエッジ波が、 $P(\mathbf{r})$  へ同時に到達することになり、そのような  $P(\mathbf{r})$  に対応する  $P'(x,y)$  は、ある 2 つのエッジからの距離が等しくなるように、トランスジューサ面上に引かれた曲線となる。

トランスジューサの対称性より、考慮すべき観測空間は象限  $x \geq 0, y \geq 0$  であるので、そ

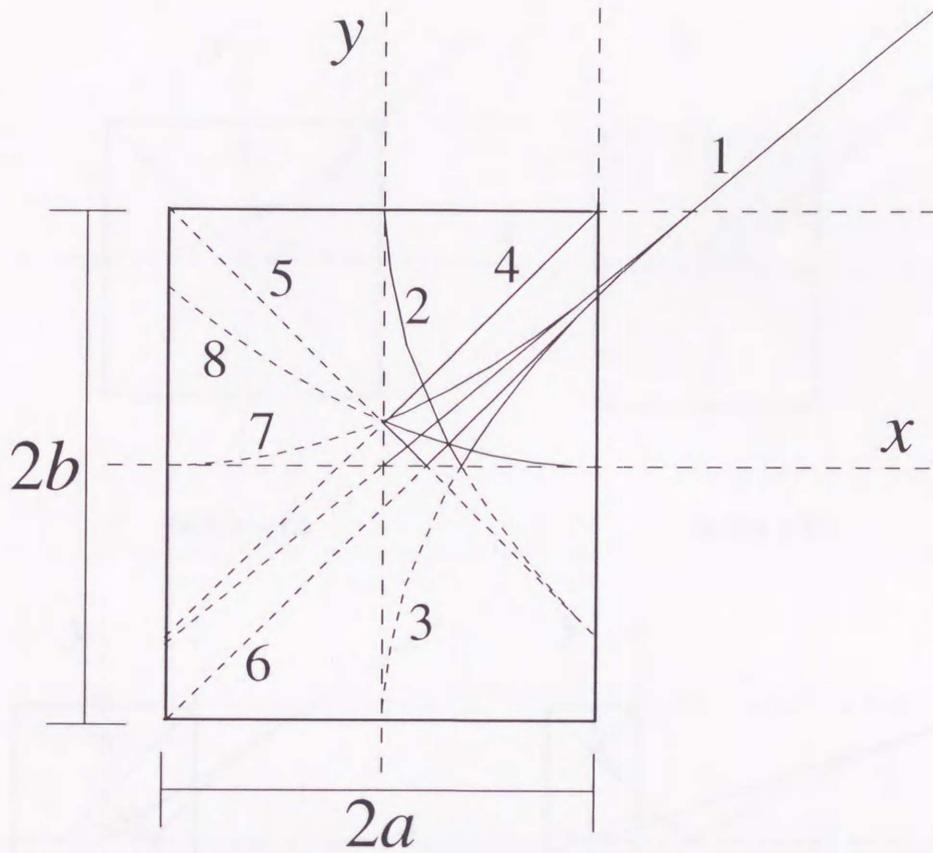


Fig. 2-17: 領域を分割する境界線としての曲線群

の空間内のトランスジューサ面に含まれる曲線は、以下に示す8本となる<sup>14)</sup>。

$$\left\{ \begin{array}{ll} \tau_B = \tau_C & y = \frac{a}{b}x \quad (1) \\ \tau_A = \tau_3 & y = b - \sqrt{4ax} \quad (2) \\ \tau_C = \tau_3 & y = -b + \sqrt{4ax} \quad (3) \\ \tau_1 = \tau_2 & y = x - a + b \quad (4) \\ \tau_2 = \tau_3 & y = -x - a + b \quad (5) \\ \tau_3 = \tau_4 & y = x + a - b \quad (6) \\ \tau_B = \tau_4 & y = \frac{(x+a)^2}{4b} \quad (7) \\ \tau_A = \tau_4 & y = \frac{(x-a)^2}{4b} \quad (8) \end{array} \right. \quad (2.33)$$

上記の曲線をトランスジューサ面上に示したものが、Fig.2-17である。これらの曲線によって示される、頂点および辺からのエッジ波が $P(\mathbf{r})$ に到達する時刻の関係のみが、 $P(\mathbf{r})$ 、あるいは $P'(x,y)$ の位置によって変化し、それ以外の頂点および辺からのエッジ波の到達時刻の前後関係は、 $P(\mathbf{r})$ あるいは $P'(x,y)$ の位置にかかわらず変化しない。

式(2.33)の8本の曲線には、トランスジューサの幅と高さのパラメータである、 $a$ と $b$ が

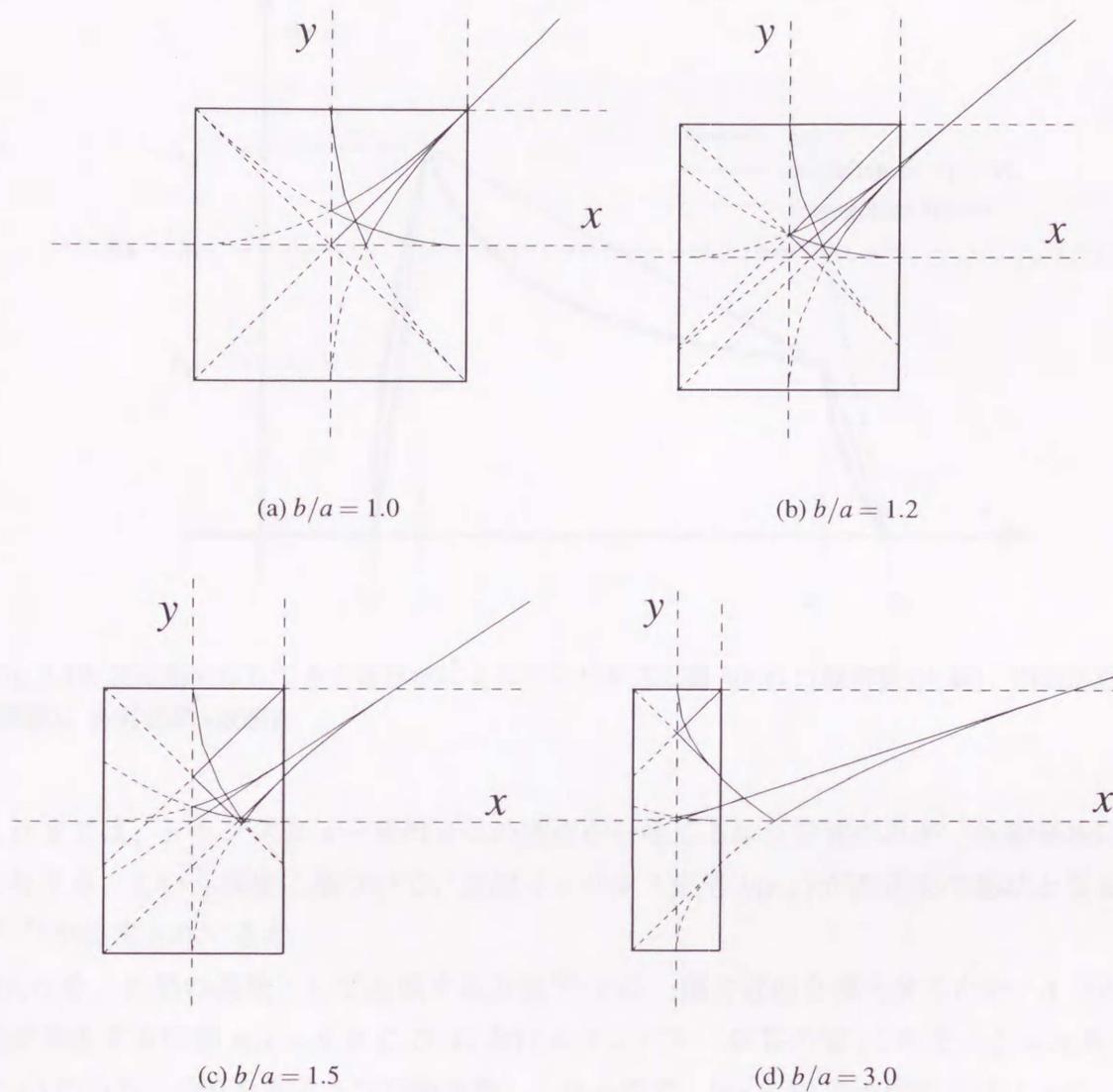


Fig. 2-18: アスペクト比の変化に伴う、領域を分割する曲線の変化

含まれているため、トランスジューサのアスペクト比  $b/a$  の値が変化すると、式(2.33)の形状は変化する。それは、同一の到達順序を持つ領域の境界が変化することを意味し、それに伴って、Fig.2-18に示すように、各領域の形状が変化する<sup>14)</sup>。

## 2.6 矩形トランスジューサの空間インパルス応答の近似法 -台形近似法・四辺形近似法-

2.5節で示したようにして、矩形トランスジューサにおける、厳密な空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  を表現することはできるが、多数のトランスジューサからなるレイからの3次元領域への音場を計算する際に、計算量の増大を抑制して、効率よく解析を行うために、近似計算法が提案されている。

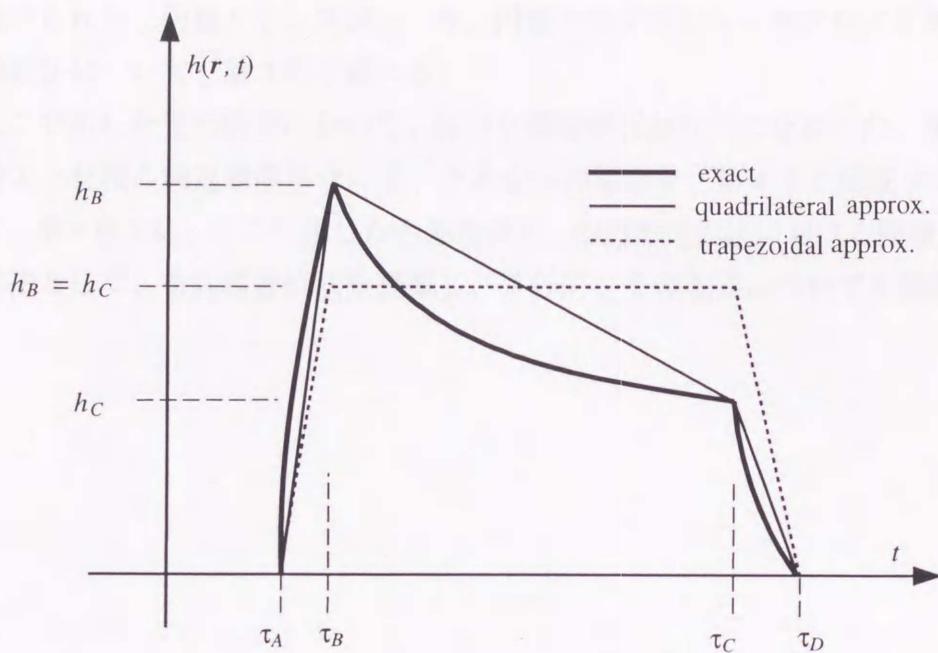


Fig. 2-19: 従来用いられてきた近似法によるインパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  : (厳密値 (太線)、四辺形近似 (細線)、台形近似 (破線))

これまでの、トランスジューサの4つの頂点から生じるエッジ波のみが、放射音場に大きく寄与する、という前提に基づいて、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  が四辺形の形状となる近似法<sup>16,17)</sup>が提案されてきた。

$h(\mathbf{r}, t)$  を、台形の関数として近似する方法<sup>16)</sup>では、遠方近似を導入するため、4つのエッジ波が発生する時刻  $\tau_i (i = A, B, C, D)$  におけるインパルス応答の値 (これを  $h_i (i = A, B, C, D)$  とする) のうち、非0を取る2つの値が等しくなるので、Fig.2-19の破線で示すように、これらの4点を直線で結ぶことによって台形を形成している。

四辺形の関数を近似に用いる方法<sup>17)</sup>は、台形関数による近似法よりも、厳密なインパルス応答関数との誤差が小さい方法として提案された。この近似法では、各々の  $[\tau_i, h_i]$  の値をそのまま使用して、Fig.2-19の細線で示されるような、四辺形の近似関数を形成している。

## 2.7 まとめ

本章では、超音波トランスジューサからの放射音場の解析の際に用いる、基本的な式を示し、その中心となる、トランスジューサの空間インパルス応答の導出法について、その一般的な場合を示した。

引き続き、これ以降の章における議論において必要となる、円盤トランスジューサの空間インパルス応答、点反射体による送信・受信波形の式、矩形トランスジューサの空間インパルス応答および台形近似・四辺形近似による近似法について、説明を行なった。



# 第3章 同一振幅駆動円環トランスジューサアレイを用いた無回折ビームの形成法

## 3.1 はじめに

本章では、先に述べた円盤トランスジューサの空間インパルス応答の導出法<sup>10)</sup>をもとに、円環トランスジューサアレイによって無回折なビームを形成する方法について述べる。

まず、その準備として、パルスエコー法による超音波映像法の基礎を確認するとともに、円環トランスジューサアレイによる解析の予備段階として、単一の円盤トランスジューサ、および円環トランスジューサによる放射音場の数値計算を行ない、超音波ビームが形成される様子を確認した結果、および、円盤トランスジューサから放射され、点物体によって反射される超音波パルスの送信・受信波形に関して、実験、および数値計算によって解析を行なった結果を示す。

引き続き、円環トランスジューサアレイを用いて、近似的に無回折なビームを形成する方法を示し、この方法の有効性について検証を行なう。この方法では、円環トランスジューサアレイの各要素は、各々、第一種0次ベッセル関数  $J_0$  に従った幅を持つ。また、隣り合う円環要素は、互いに逆位相の同一振幅で駆動される。そのため、従来示されてきた、円環トランスジューサアレイを  $J_0$  関数に従った振幅で駆動する方法<sup>5,6,9)</sup> や、円錐形トランスジューサを  $J_0$  関数の包絡線関数に従った振幅で駆動する方法<sup>7,8)</sup> と比較して、容易に構成、検討を行なうことができる。 $J_0$  関数を、同一振幅で駆動される円環によって実現する際の考え方について述べ、円環トランスジューサアレイの設計法を示したのち、連続波による放射音圧強度分布を用いて、円環要素の幅、および要素数によるビーム形状の変化について検討を行なう。また、駆動信号としてパルス波を用いた場合の時間応答波形について解析を行ない、径方向に位置を違って観測した波形の、振幅、および位相の変化について検討を行う。

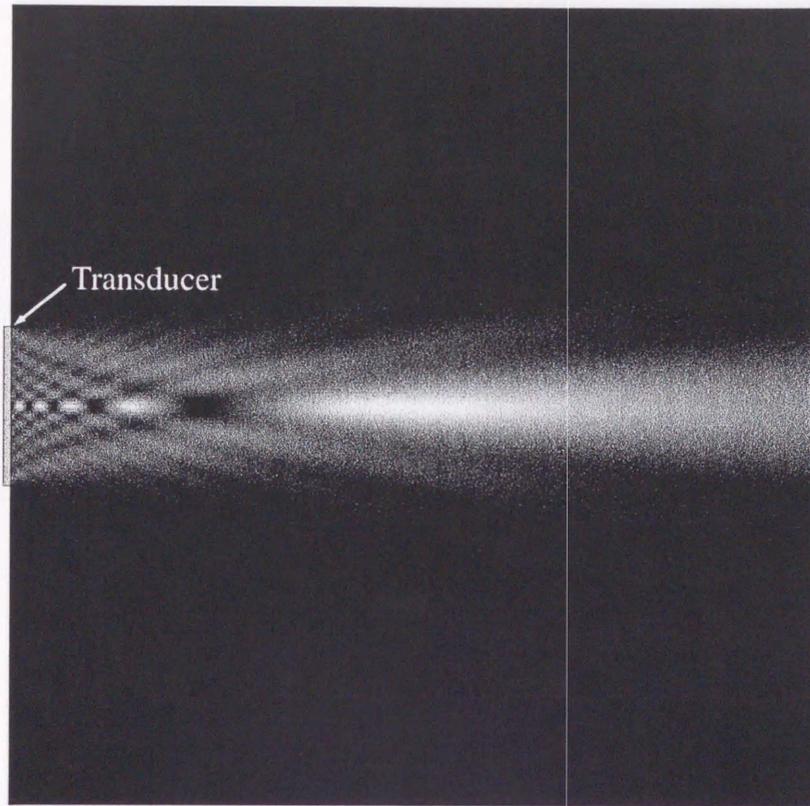


Fig. 3-1: 半径  $5\lambda$  の円盤トランスジューサによる放射音場の数値計算結果

### 3.2 円盤トランスジューサ・円環トランスジューサからの放射音場

ここでは、超音波ビームが形成される様子を確認するために、円盤トランスジューサ・円環トランスジューサからの放射音場の数値計算を行なった結果を示す。

Fig.3-1 は、円盤トランスジューサを、単一周波数の連続波で駆動した場合の、放射音場の数値計算例である。トランスジューサの半径  $a$  は、 $a=5\lambda$  としている。中心軸上に音場の極大と極小が存在し、それが横方向に交互に広がった形状となっている。トランスジューサの半径が  $n\lambda$  であるとき、中心軸上の極大の数は  $n$  となり、Fig.3-1 の場合では、5 個の極大が見られる。

Fig.3-2 は、内側の半径  $5\lambda$ 、幅  $\lambda$  の円環トランスジューサを、単一周波数の連続波で駆動した場合の放射音場の計算例である。円環トランスジューサの空間インパルス応答  $h(\mathbf{r},t)$  は、その外側の半径に等しい円盤と、内側の半径に等しい円盤の各々について、式 (2.17),(2.18) を用いて空間インパルス応答  $h(\mathbf{r},t)$  を計算し、その差を取ることで求めることができる<sup>21)</sup>。内側の半径  $m\lambda$ 、外側の半径  $n\lambda$  の円環トランスジューサの場合、中心軸上の極大の数は  $n-m$  となり、Fig.3-2 の場合は、極大の数は 1 個となる。

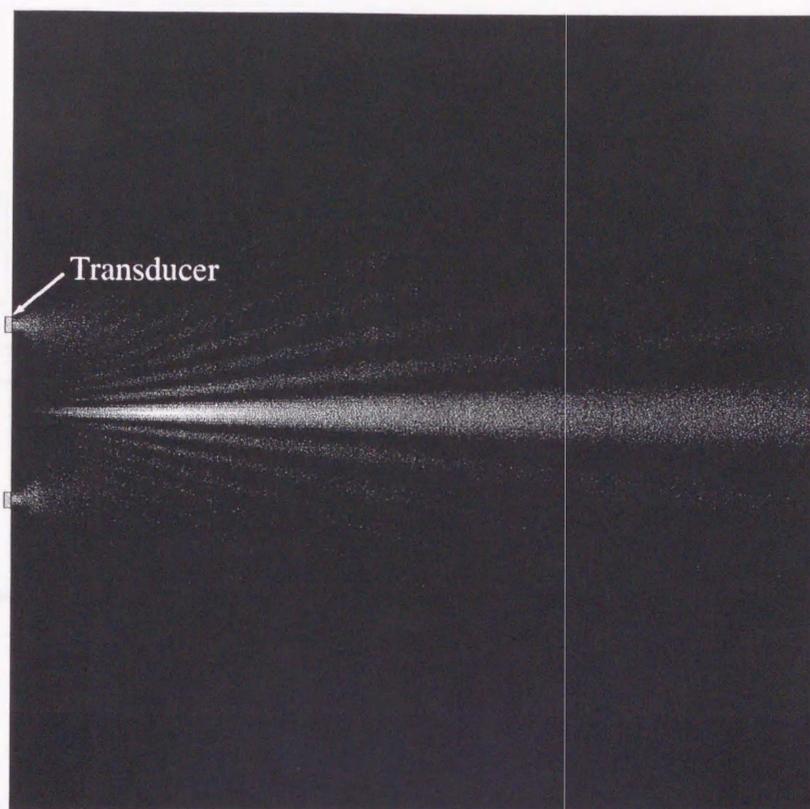


Fig. 3-2: 内側の半径  $5\lambda$ 、幅  $\lambda$  の円環トランスジューサによる放射音場の数値計算結果

### 3.3 点物体によって反射される超音波パルスの送信・受信波形

#### 3.3.1 実験

ここでは、後述する、円環トランスジューサアレイを用いた解析の予備段階として、点物体によって反射される超音波パルスの送信・受信波形について、検討を行なった結果を示す。

Fig.3-3 に、実験装置の構成を示す。水中に、直径 1 インチの円盤トランスジューサと、点反射体として用いる直径 0.75mm の針金を、中心軸が揃うように配置する。両者の距離は、23.5mm としている。パルサーレシーバー (PANAMETRICS MODEL 5052PR) によって、トランスジューサへのパルス信号の入力が行なわれ、トランスジューサで受信された反射波は、パルサーレシーバー、デジタルストレージスコープ (IWATSU DS-6121A) を経由して、パーソナルコンピュータで記録される。

実験結果を、Fig.3-4 に示す。パルサーレシーバによって、トランスジューサに入力された信号は、パルスであるのに対して、測定された反射波形は、時間的に幅をもった信号となっている。これは、トランスジューサが、入力された電気信号の通りに振動することができず、信号の入力が終了した後も暫く振動を続け、また、反射波の受信時にも同様に振動が残るためであると考えられる。

測定された波形は、3つの部分に分かれており、時間の早いものから、トランスジューサ

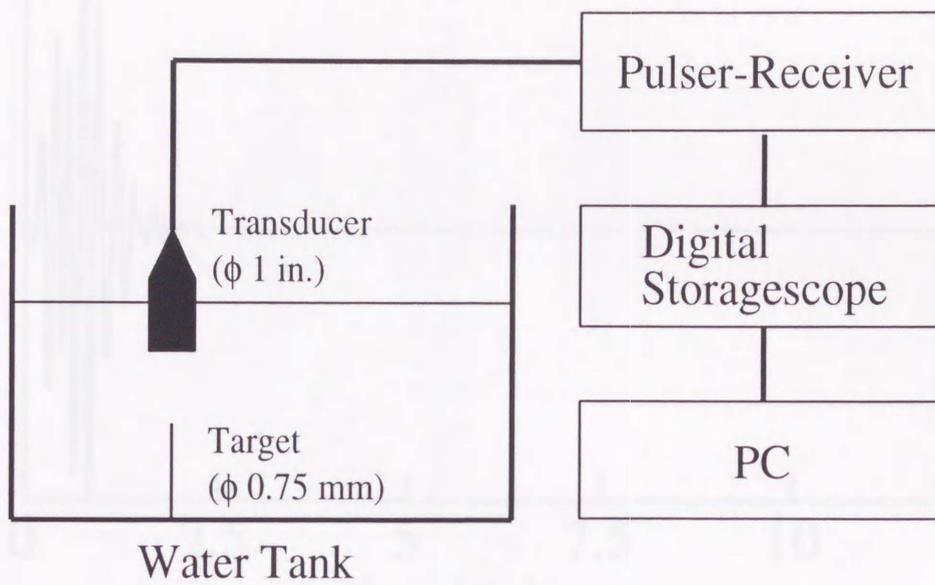


Fig. 3-3: 点物体からの反射波を測定するための実験装置の構成

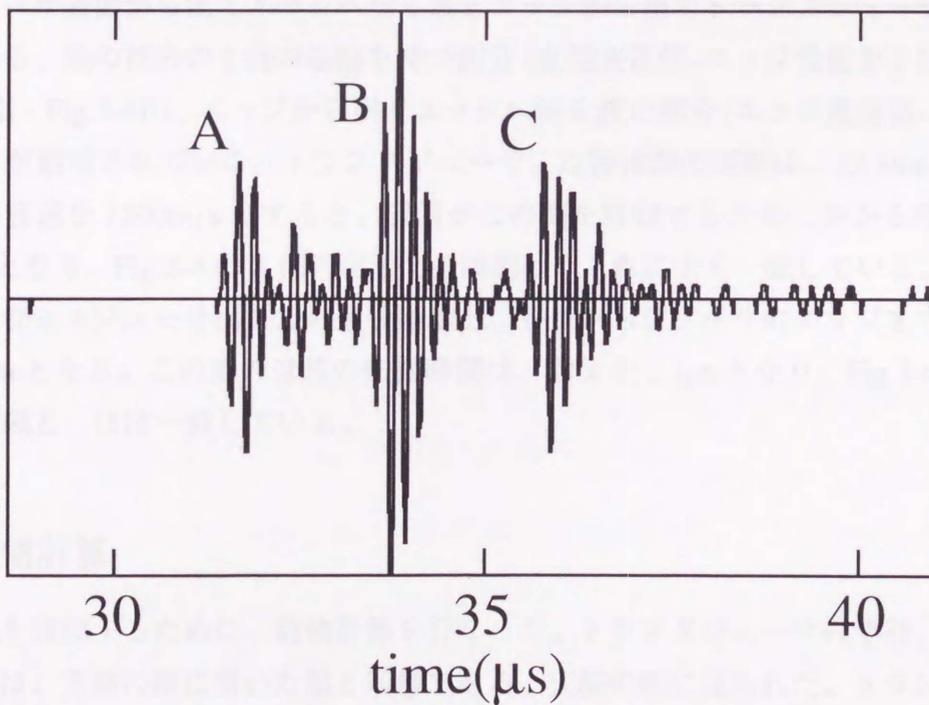


Fig. 3-4: 点物体からの反射波 (実験結果)(A. 直接波-直接波、B. 直接波-エッジ波とエッジ波-直接波、C. エッジ波-エッジ波)

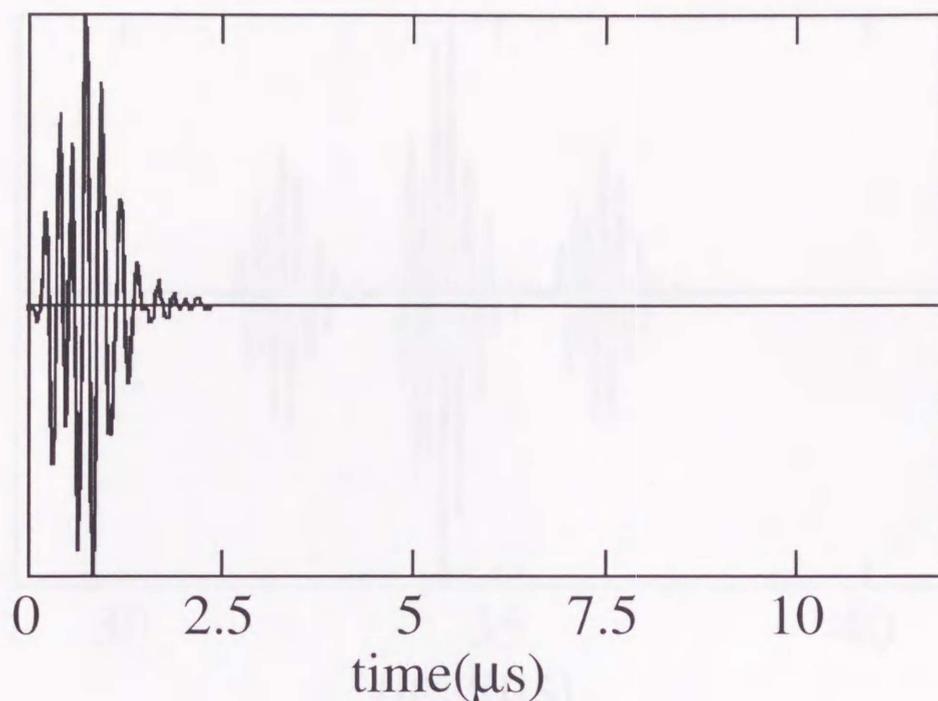


Fig. 3-5: 数値計算に使用した入力信号

表面から出てトランスジューサ表面へ戻る波の部分 (直接波送信-直接受信・Fig.3-4A)、トランスジューサ表面から出てエッジへ戻る波とエッジから出てトランスジューサ表面へ戻る波の和である、他の部分の2倍の振幅を持つ部分 (直接波送信-エッジ受信およびエッジ波送信-直接受信・Fig.3-4B)、エッジから出てエッジへ戻る波の部分 (エッジ波送信-エッジ受信・Fig.3-4C)、が観測されている。トランスジューサ、点物体間の距離は、23.5mmであり、水中における音速を 1500m/s とすると、音波がこの間を往復するためにかかる時間は、およそ  $31.34\mu\text{s}$  となり、Fig.3-4のA部の出現する時刻は、これによく一致している。また、点物体から、トランスジューサ面までの最短距離と、トランスジューサのエッジまでの距離の差は、3.21mmとなる。この間の音波の伝播時間は、およそ  $2.1\mu\text{s}$  となり、Fig.3-4の3個所のピークの間隔と、ほぼ一致している。

### 3.3.2 数値計算

実験結果を確認するために、数値計算を行なった。トランスジューサの半径、および点物体との間隔は、実験の際に用いた値と同様である。実験の際に見られた、トランスジューサの残振動を再現するために、実験装置を用いて、トランスジューサ振動面と平行に配置したアクリル板からの反射波を取り込み、数値計算の入力信号として用いている。(Fig.3-5)

数値計算の結果を、Fig.3-6に示す。ピークが3個所出現すること、そのうちの中央部分の振幅が他の部分の振幅のおよそ2倍になることにおいて、Fig.3-4の実験結果とよく一致して

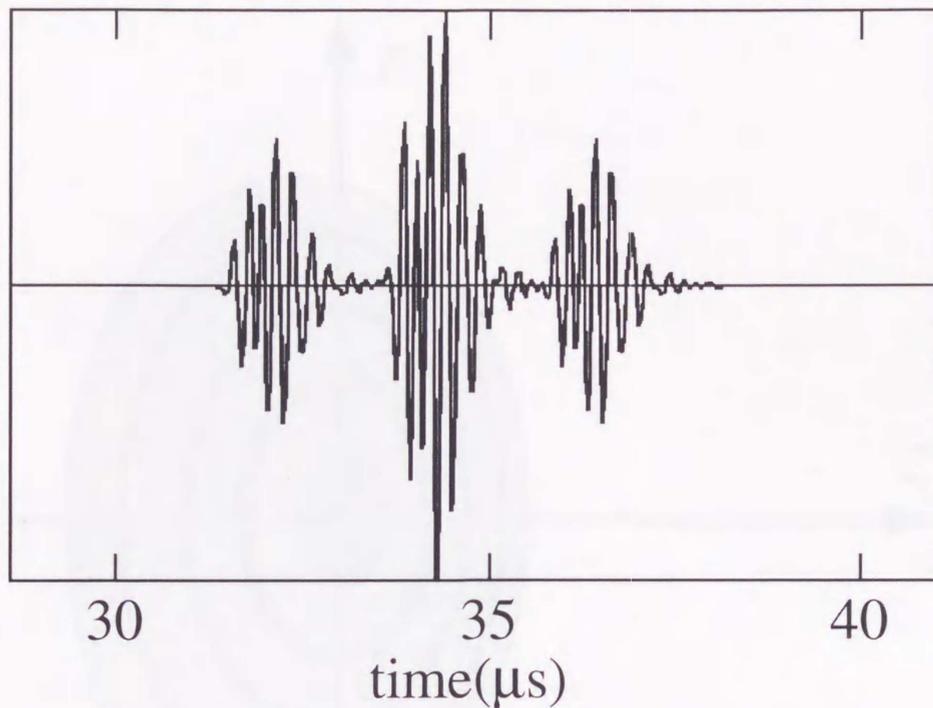


Fig. 3-6: 点物体からの反射波 (数値計算)

いる。また、各々のピークが出現する時刻、およびその間隔についても、実験結果とよく一致している。

### 3.4 同一振幅駆動円環トランスジューサレイによる無回折ビーム

#### 3.4.1 円環トランスジューサレイの設計

まず、Fig.3-7に示すような座標系を考え、音源を、 $z$ 軸に垂直な平面に配置する。ここで、 $r$ は、 $z$ 軸からの距離となっている。波動場の振幅が、次式

$$u(x, y, z, t) = \exp[i(\beta z - \omega t)] J_0(\alpha r) \quad (3.1)$$

に比例するとき、無回折になることが、Durnin<sup>3)</sup>によって示されている。ここで、 $r^2 = x^2 + y^2$ であり、 $\alpha$ 、 $\beta$ は、各々、 $r$ 軸、および $z$ 軸方向の波数である。そのため、音源を第一種0次ベッセル関数 $J_0(\alpha r)$ に比例した振幅で駆動することができれば、無回折なビームを形成することができることになる。すなわち、 $\alpha$ は、 $J_0$ 関数の圧縮率とも考えられる。

半径 $a$ の音源を、 $J_0$ 関数で重み付けされた振幅で駆動することを考える。Fig.3-8は、音軸上における、音源の空間インパルス応答である。実線で示された矢印は、音源上の点から観測点 $P(z)$ への波の伝播経路を示しており、実線矢印に対応した、破線で示された矢印は、

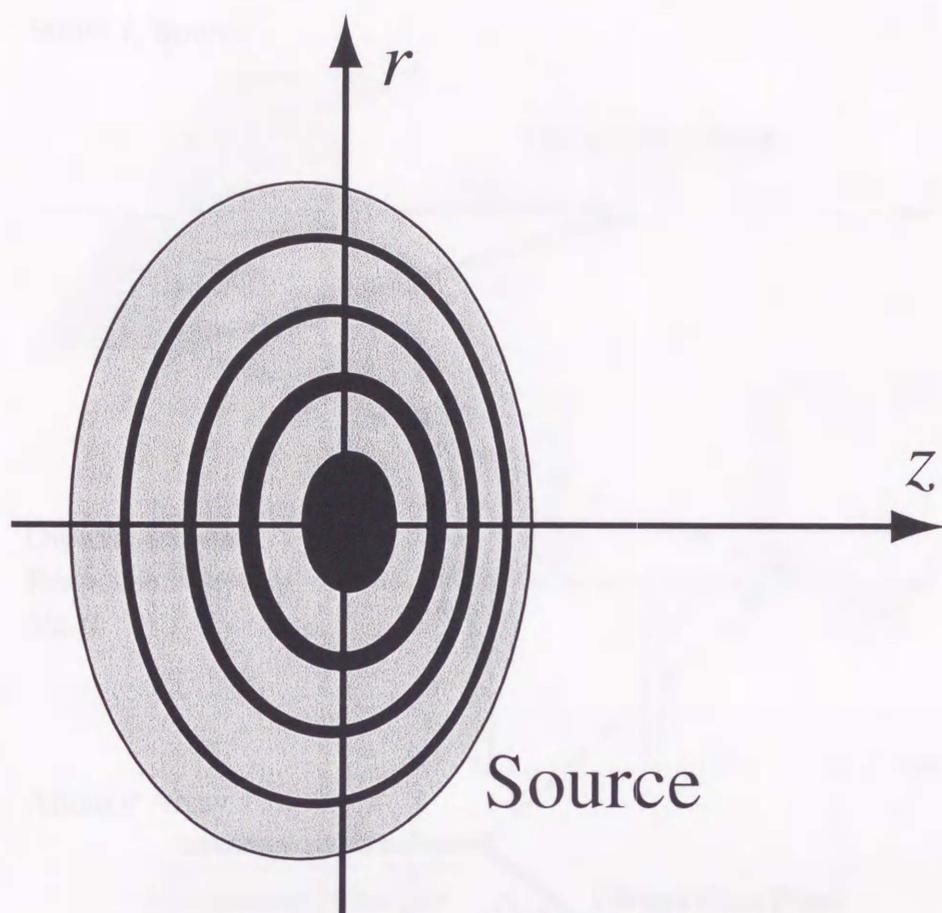


Fig. 3-7: 座標系と音源の配置

波の伝播時間を表している。Fig.3-8に示すように、音源の中央から放射された波は、観測点に最初に到達し、音源のエッジから放射された波は、観測点に最後に到達する。波の伝播速度を  $c$  とすると、到達時刻は、各々  $t = z/c$ 、 $t = \sqrt{(z^2 + a^2)}/c$  となる。

観測点を音軸上にとると、ある時刻  $t$  に観測点に到達する波は、音源面上の、音軸を中心にした円周から放射された波になる。これらの部分からの波の振幅は、全て同一の重み付けとなるため、 $J_0$  関数によって駆動された音源から放射されていると考えることができ、このような音源は、有限  $J_0$  音源と呼ばれる。円盤状の平板トランスジューサの空間インパルス応答は、2.3節で述べた形でよく知られており<sup>10)</sup>、これを用いて、 $J_0$  音源の音軸上における空間インパルス応答  $h(z,t)$  は、次式で表すことができる。

$$h(z,t) = \begin{cases} 0 & (t < z/c) \\ \rho c J_0 \left( \alpha \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) & (z/c < t < \sqrt{(z^2 + a^2)}/c) \\ 0 & (t > \sqrt{(z^2 + a^2)}/c) \end{cases} \quad (3.2)$$

ここで、 $c$  は伝播速度、 $\rho$  は伝播媒質の密度であり、 $\alpha$  は、 $0 < \alpha \leq 2\pi/\lambda$  で定義される圧縮率である。

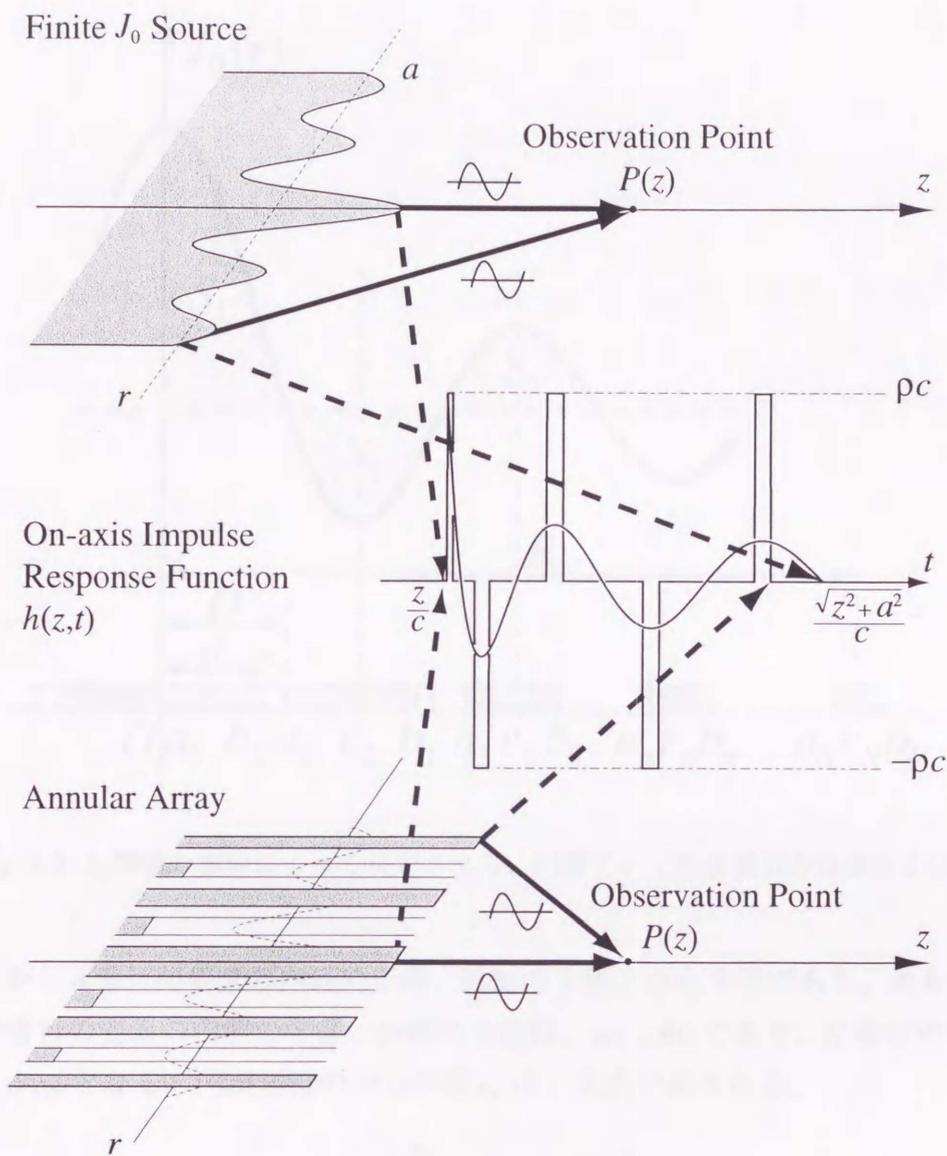


Fig. 3-8: 音軸上の距離  $z$  における、有限  $J_0$  音源と円環アレイ音源の空間インパルス応答

一方、このような  $J_0$  音源の代わりに、隣り合う要素が、互いに逆位相の同一振幅で駆動される円環トランスジューサアレイを用いることを考える。円環アレイの、音軸上における空間インパルス応答は、ステップ関数の重ね合わせで表現することができる。これを、有限  $J_0$  音源の、音軸上における空間インパルス応答に対応させることによって、有限  $J_0$  音源を円環アレイによって代替する。すなわち、アレイを構成する円環の数を、有限  $J_0$  音源の、音軸上における空間インパルス応答の極値の数と同一とし、 $J_0$  関数の極値と一致する位置に配置する。

Fig.3-9は、1個の円盤と、いくつかの円環要素で構成されるアレイである。中心の円盤要素は、 $J_0$  関数の中心の極値である、 $r=0$  に配置する。円環要素は、それぞれ、 $J_0(\alpha r)$  が極値を取る  $r$  に配置する。Fig.3-9のように、要素数  $N$  の円環アレイを考える。 $a_n$ 、 $b_n$ 、 $r_n$  は、

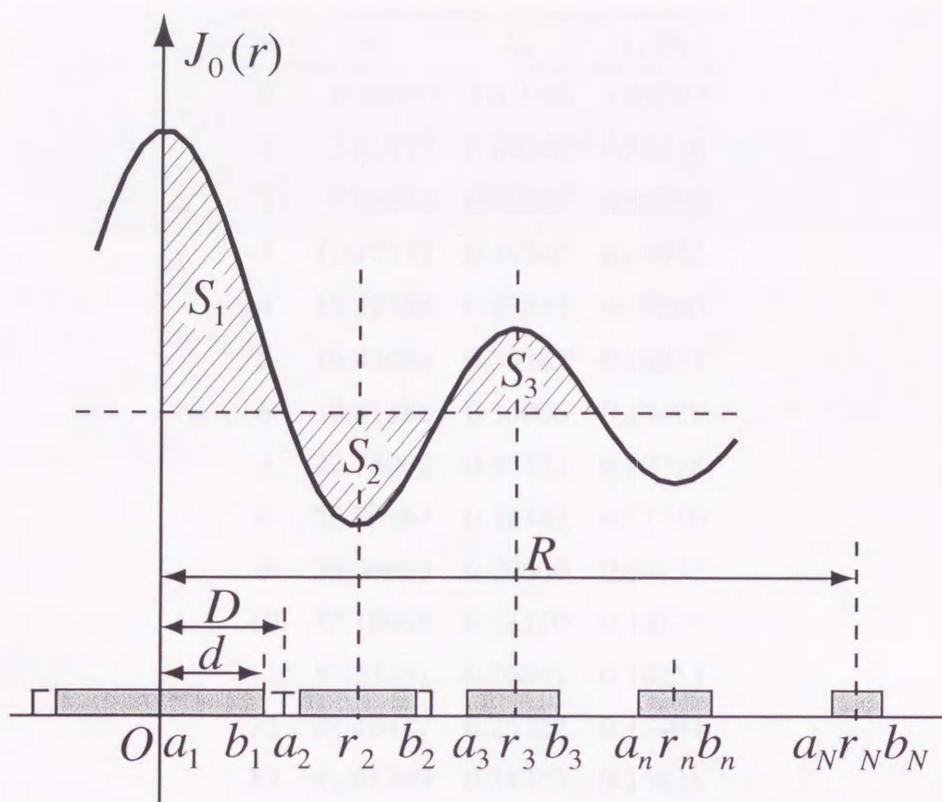


Fig. 3-9:  $J_0$  関数の極値によって決定される、円環アレイの各要素の位置および幅

各々、中心から  $n$  番目の要素の内側の半径、外側の半径、中心半径である。最も外側の要素である、 $N$  番目の要素の内側の半径、外側の半径は、 $a_N$ 、 $b_N$  であり、 $N$  番目の要素の中心半径は、 $R = r_N$  となる。円環要素の中心半径  $r_n$  は、次式で表される。

$$r_n = R \frac{x_n}{x_N} \quad (n > 2) \quad (3.3)$$

ここで、 $x_n$ 、 $x_N$  は、各々、 $n$  番目、 $N$  番目の極値  $J_0(x_n)$ 、 $J_0(x_N)$  をとる値である。各々の要素の幅は、 $J_0(r)$  と  $r$  軸によって囲まれた Fig.3-9 内の領域  $S_n$  によって決定される。Table 3.1 に、 $x_n$ 、 $S_n$  の値を示す。各々の要素の幅は、中心の円盤要素と、2 番目の円環要素が隙間無く接する状態のときに、構成しうる最大の値をとる。このような場合、中心の円盤要素の半径  $D$  は、次式で表される。

$$D = r_2 \frac{S_1}{S_1 + \frac{S_2}{2}} \quad (3.4)$$

$D$  が、円盤要素の最大半径であり、実際の半径  $d$  は、次式で与えられる。

$$d = D \times K \quad (0 < K \leq 1) \quad (3.5)$$

ここで、 $K$  は、 $J_0$  関数によって相対的にのみ決定される、各々のアレイの要素幅の絶対値を決定する係数である。通常は、 $K$  は、 $0 < K \leq 1$  の範囲で適切な値が選択され、円環アレイ

$n$	$x_n$	$S_n$	$S_n/S_1$
0	0.00000	1.47030	1.00000
1	3.83171	0.80145	0.54510
2	7.01559	0.59932	0.40762
3	10.17347	0.49905	0.33942
4	13.32369	0.43654	0.29690
5	16.47063	0.39282	0.26717
6	19.61586	0.36006	0.24489
7	22.76008	0.33432	0.22738
8	25.90367	0.31342	0.21316
9	29.04683	0.29600	0.20132
10	32.18968	0.28119	0.19125
11	35.33231	0.26841	0.18255
12	38.47477	0.25722	0.17494
13	41.61709	0.24733	0.16821
14	44.75932	0.23849	0.16221
15	47.90146	0.23054	0.15680
16	51.04354	0.22333	0.15190
17	54.18555	0.21677	0.14743
18	57.32753	0.21074	0.14333
19	60.46946	0.20520	0.13956
20	63.61136	0.20007	0.13607

Table 3.1:  $J_0(r)$  が  $n$  番目の極値をとるときの  $r$  の値  $x_n$ 、および  $J_0(r)$  と  $r$  軸によって囲まれた領域  $S_n$  の値

の各要素は、互いに隙間をもって配置される。また、 $K$  の値が変化すると、形成されるビームの形状が変化する。 $n$  番目の要素の内側の半径  $a_n$ 、外側の半径  $b_n$  は、各々次式で与えられる。

$$a_n = \begin{cases} 0 & (n=1) \\ r_n - d \frac{S_n}{2S_1} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.6)$$

$$b_n = \begin{cases} d & (n=1) \\ r_n + d \frac{S_n}{2S_1} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (3.7)$$

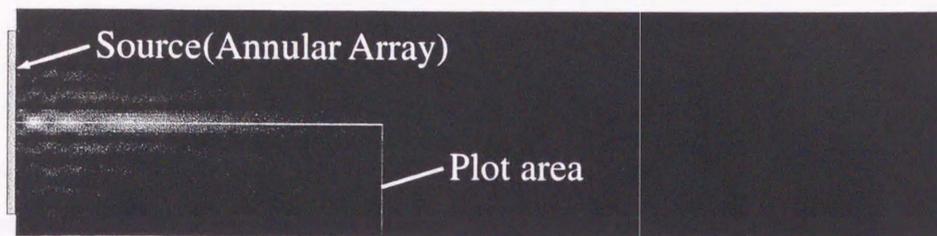


Fig. 3-10: 要素数5、半径  $5.10\lambda$ 、 $K = 0.6$ 、 $\alpha = 0.85\pi/\lambda$  の円環トランスジューサアレイによる放射音圧強度分布の数値計算結果

また、圧縮率  $\alpha$  は、次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{x_N}{r_N} \quad (3.8)$$

### 3.4.2 連続波による放射音圧強度分布

#### 数値計算

Fig.3-10は、円環トランスジューサアレイが単一周波数の連続波で駆動されている場合の放射音圧強度分布の数値計算例である。アレイの要素数は5、半径  $a$  は  $5.10\lambda$ 、式(3.5)の  $K$  は  $K = 0.6$  としており、圧縮率  $\alpha$  は、 $0.85\pi/\lambda$  となる。図中の白線による枠は、この後で示す、放射音圧強度分布の3次元表示の領域を示している。図の左端に示した、音源の半径と比較して、幅の細いビームが形成されている。

Fig.3-11は、円環アレイが、単一の周波数の連続波で駆動されている場合の、放射音圧強度分布を3次元表示したものである。Fig.3-11(a)–3-11(c)は、要素数5、各々のアレイの半径  $a$  を約  $5\lambda$  とし、式(3.5)の  $K$  を  $K = 0.2$ (Fig.3-11(a))、 $K = 0.6$ (Fig.3-11(b))、 $K = 1.0$ (Fig.3-11(c))としている。また、圧縮率  $\alpha$  は、 $0.85\pi/\lambda$  となる。各々の図の振幅は、 $K = 0.6$  の場合(Fig.3-11(b))の最大値によって正規化されている。 $K$  の値が小さい Fig.3-11(a) の場合、ビームはほとんど形成されていない。Fig.3-11(b) に示すように、 $K$  の値が大きくなると、音圧強度は強くなり、 $z$  軸周辺に幅の細いビームが形成されるようになる。 $K$  の値が  $0.6$  を越えた Fig.3-11(c) では、音圧強度はさらに強くなるが、ビームの、音源面から遠距離に位置するピークの振幅が小さくなる。

Fig.3-11(d)–3-11(f)は、半径  $a$  を約  $5\lambda$ 、 $K$  の値を  $0.6$  とし、要素数を変化させたアレイによって形成されたビームを示している。要素数は、3(Fig.3-11(d))、10(Fig.3-11(e))、15(Fig.3-11(f))であり、 $\alpha$  の値は、各々、 $0.45\pi/\lambda$ 、 $1.85\pi/\lambda$ 、 $2.85\pi/\lambda$  となる。Fig.3-11(d) のように、 $\alpha$  の値が小さい場合は、幅の広いビームが、遠くまで伝播している。Fig.3-11(e) のように、 $\alpha$  の値が大きくなると、ビームの幅は鋭くなるが、伝播距離は非常に短くなる。Fig.3-11(f) のように、 $\alpha$  の値が  $2\pi/\lambda$  を越えると、ビームは形成されなくなる。Fig.3-11 より、安定し

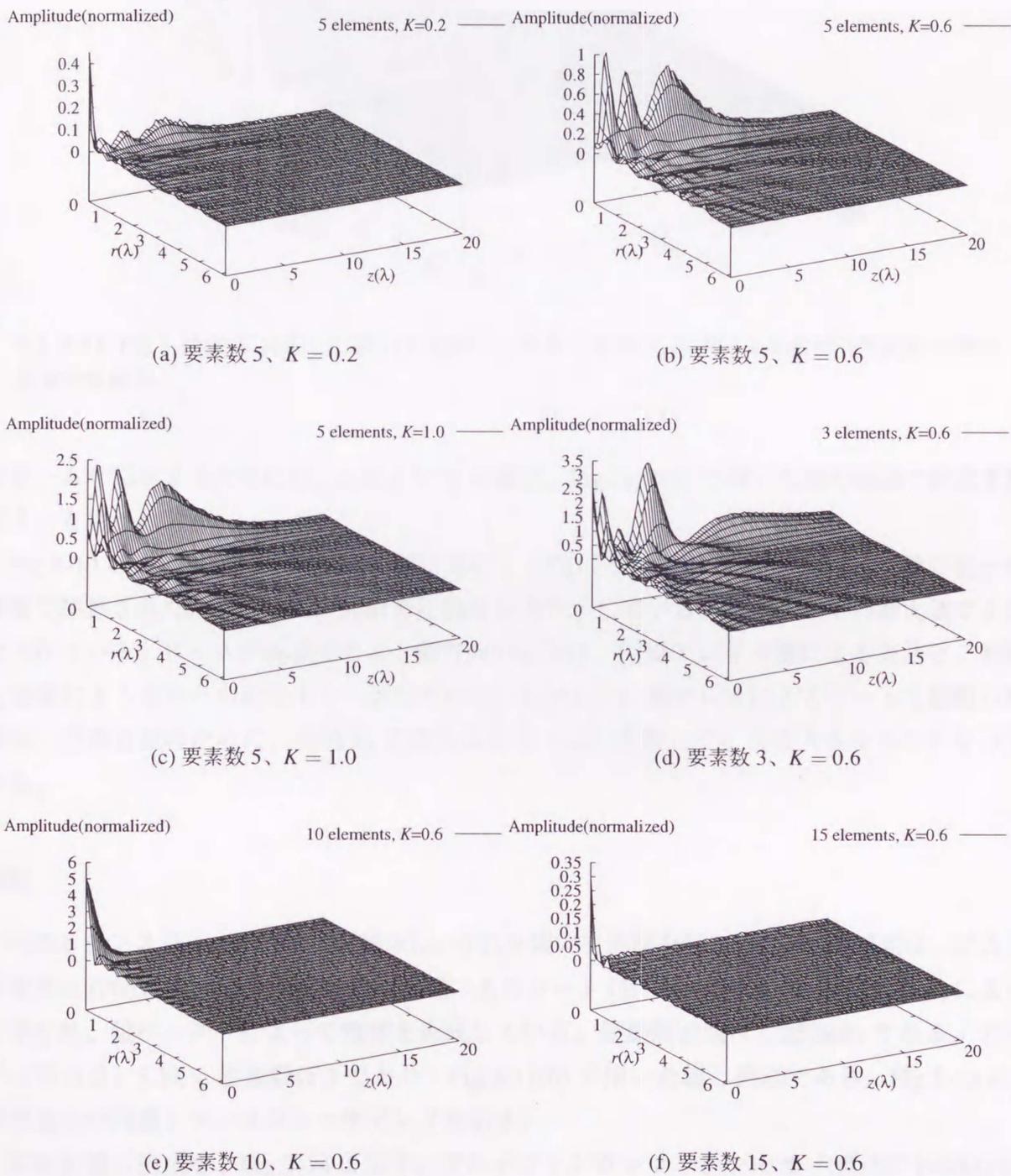


Fig. 3-11: 円環トランスジューサアレイによる放射音圧強度分布の数値計算結果：開口  $a = \text{約 } 5\lambda$

Amplitude(normalized)

Bessel ———

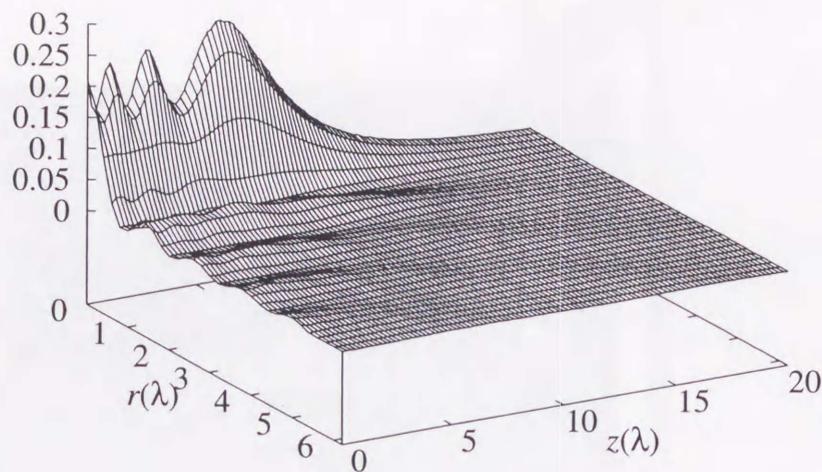


Fig. 3-12: Fig.3-11(b)に対応した開口と圧縮率 $\alpha$ をもつ有限 $J_0$ 音源による放射音圧強度分布の数値計算結果

たビームを形成するためには、 $\alpha$ および $K$ の値を、Fig.3-11(b)に用いた値の周辺で決定すればよいと思われる。

Fig.3-12は、Fig.3-11(b)における値に対応した開口と圧縮率 $\alpha$ をもつ、 $J_0$ 関数に従った振幅で駆動された円盤による、放射音圧強度分布を示している。振幅は、その最大値で正規化されている。ビームが極値をとる $z$ 軸方向の位置は、円環アレイ音源による方法と、有限 $J_0$ 音源によるものとの間でよく一致している。しかし、円環アレイによるビームの振幅の変動は、円環近似のために、有限 $J_0$ 音源によるビームと比較して、より大きなものとなっている。

## 実験

円環トランスジューサアレイを製作し、それを用いて実験を行なった。円環要素は、ゴムと圧電素材( $\text{PbTiO}_3$ )の粉末からなる、圧電ゴムのシート(日本特殊陶業(株)製PR-304)によって作られ、銀ペーストによって電極を形成している。駆動周波数は、250kHzである。アレイの開口は、 $5.1\lambda$ 、要素数は5であり、Fig.3-11(b)で用いた値と同様である。Fig.3-13に、製作途中の円環トランスジューサアレイを示す。

実験装置の構成を、Fig.3-14に示す。マルチファンクションシンセサイザ(NF 1930A)によって出力された信号は、パワーアンプ(NF 4010)によって増幅され、水槽内に設置されたトランスジューサアレイを駆動する。アレイから放射された音波は、 $x-y$ ステージに取り付けられた hidroホンで受信され、プリアンプ(NF LI-75A)、フィルタ(NF 3625)を用いてノイズをカットした後、オシロスコープ(HP 54602B)に送られ、パーソナルコンピュータに

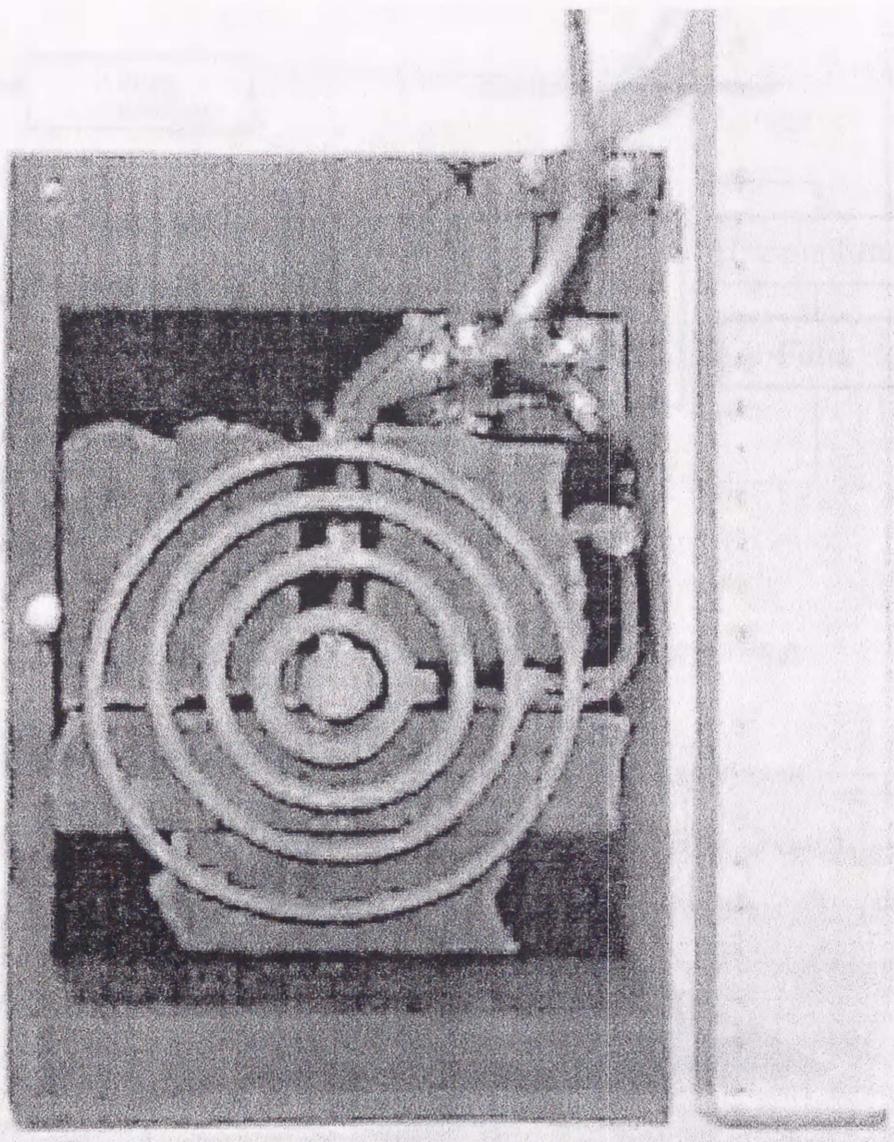


Fig. 3-13: 製作途中の円環トランスジューサアレイ

取り込まれる。駆動信号の出力、ハイドロホンの移動、受信信号の取り込みは、パーソナルコンピュータによって制御される。

Fig.3-15 に、放射音圧強度分布の実験結果を示す。振幅は、その最大値によって正規化されている。音源表面に最も近いピークは、音源とハイドロホンとの位置が近くなりすぎるため、測定することができなかったが、この実験結果は、幅の鋭いビームを形成しており、中心軸上の振幅のピークは、全般に、計算結果とよく一致している。全体として、Fig.3-15 は、Fig.3-11(b) と似た形状となっている。Fig.3-15 の実験結果と、Fig.3-11(b) の計算結果との違いは、円環トランスジューサアレイを製作する際の精度の限界によるもの、および、数値計算の際には考慮されていなかった、隣り合う要素間の相互作用によるものと考えられる。

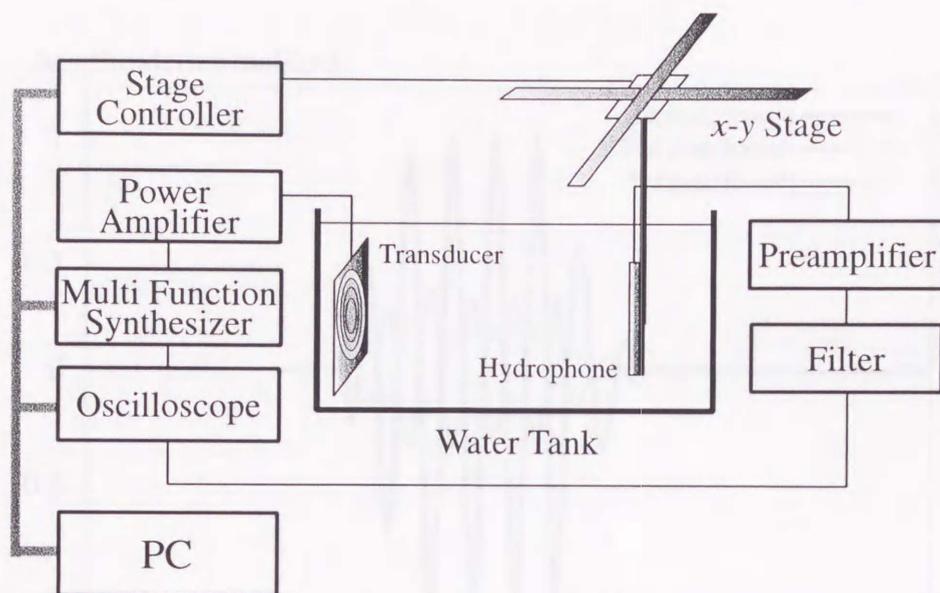


Fig. 3-14: 無回折ビームを形成するための実験装置の構成

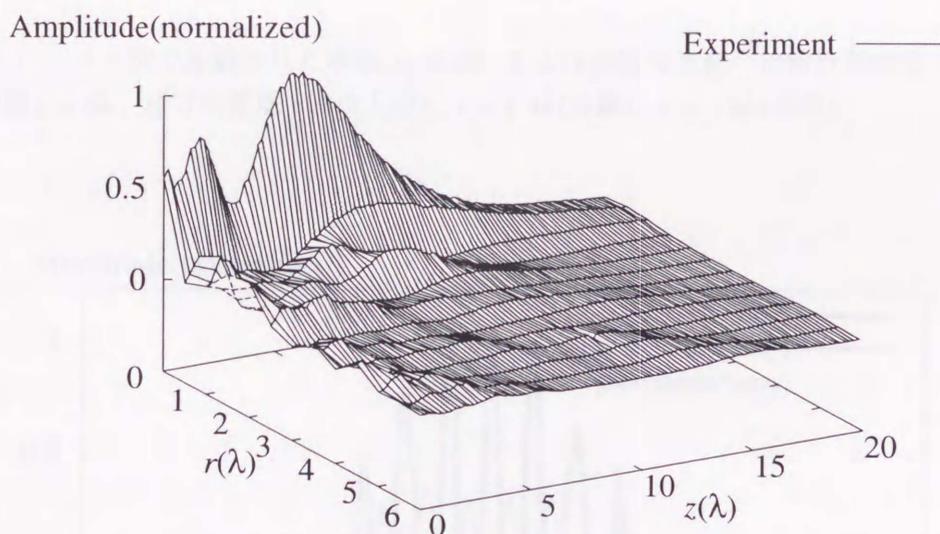


Fig. 3-15: 円環トランスジューサアレイによる放射音圧強度の実験結果：要素数5、開口  $5.1\lambda$

### 3.4.3 パルス波による時間応答波形

#### 数値計算

Fig.3-16 および Fig.3-17 は、音源がパルス波で駆動された場合の時間応答である。観測点の軸方向距離を、3.4.2 において、ビーム中心のピークが大きく出ている  $z = 6\lambda$  で固定し、径方向の距離を変化させたものを示している。入力信号は、周波数 250kHz、5 周期のバースト波を使用している。

Fig.3-16 は、開口の大きさが Fig.3-11(b) に対応した、有限  $J_0$  音源による時間応答波形であ

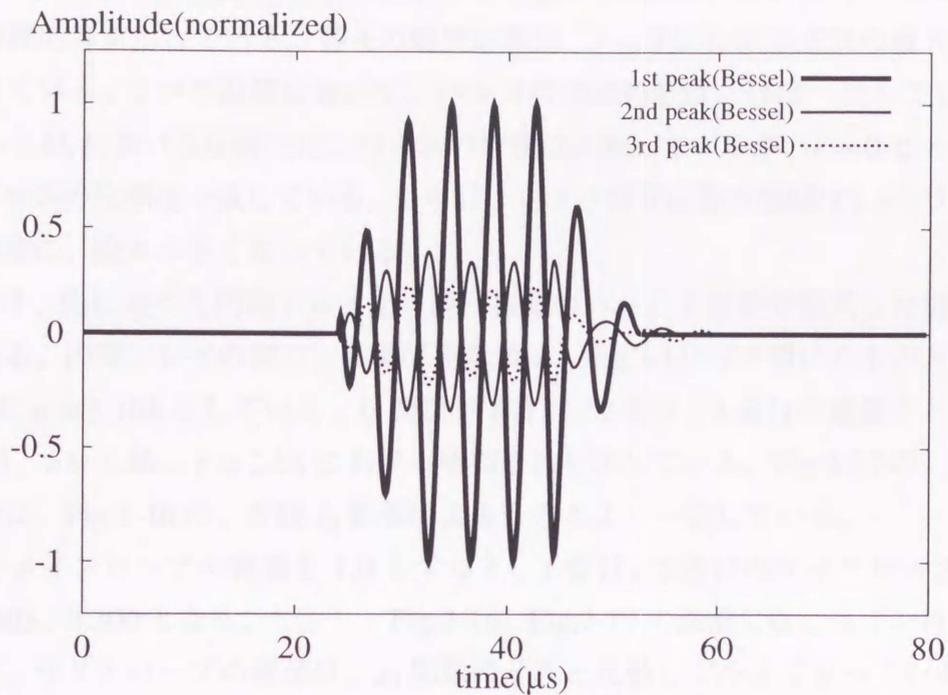


Fig. 3-16: バースト波で駆動された有限  $J_0$  音源による時間応答波形の数値計算結果：観測点の軸方向距離  $z = 6\lambda$ 、径方向距離  $r = 0$ (太線)、 $r = 1.4\lambda$ (実線)、 $r = 2.6\lambda$ (破線)

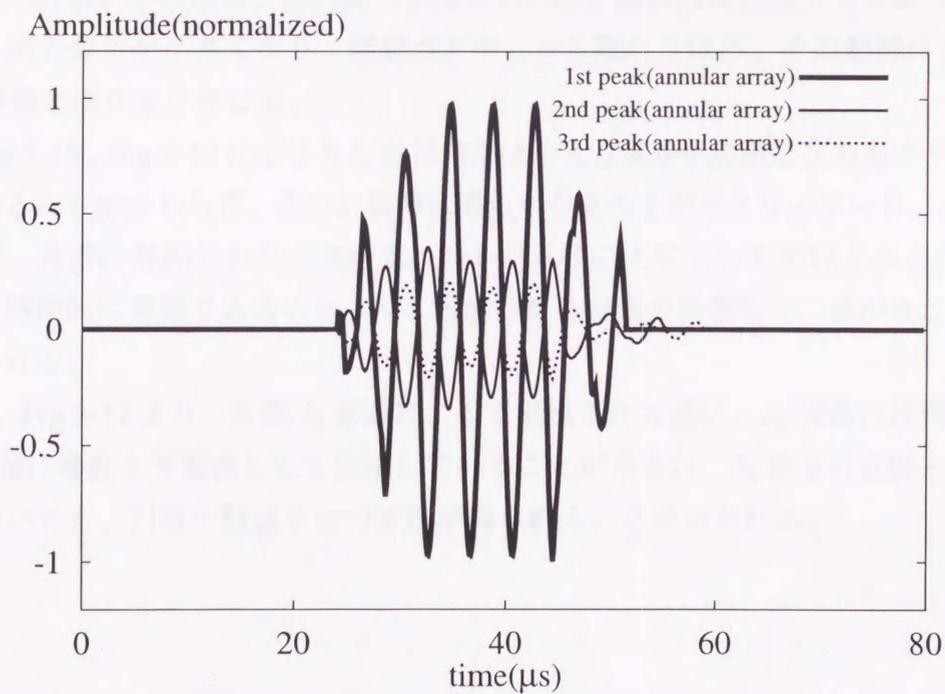


Fig. 3-17: 同一振幅のバースト波で駆動された円環アレイによる時間応答波形の数値計算結果：観測点の軸方向距離  $z = 6\lambda$ 、径方向距離  $r = 0$ (太線)、 $r = 1.4\lambda$ (実線)、 $r = 2.6\lambda$ (破線)

る。 $J_0$  関数が 1 番目、2 番目、3 番目の極値をとる値に対応した、 $r=0$ 、 $r=1.4\lambda$ 、 $r=2.6\lambda$  における時間応答を示している。各々の時間応答は、 $r=0$  における応答の最大値によって正規化されている。3つの波形において、パルスの到達時刻は、ほぼ一致している。また、 $r=0$  と  $r=1.4\lambda$  における応答では、パルスの位相は反転しているが、 $r=0$  と  $r=2.6\lambda$  においては、パルスの位相は一致している。さらに、各々の時間応答の振幅は、 $r=0$ 、 $r=1.4\lambda$ 、 $r=2.6\lambda$  の順に、段々小さくなっている。

Fig.3-17 は、先に述べた円環アレイを、同一振幅のバースト信号で駆動した場合の時間応答波形である。円環アレイの開口、および要素数は、Fig.3-11(b) で用いたものと同様の、要素数 5、開口  $a=5.10\lambda$  としている。 $J_0$  関数が 1 番目、2 番目、3 番目の極値をとる値に対応した、 $r=0$ 、 $r=1.4\lambda$ 、 $r=2.6\lambda$  における時間応答を示している。Fig.3-17 の、円環アレイによる波形は、Fig.3-16 の、有限  $J_0$  音源によるものとよく一致している。

$J_0$  関数のメインローブの極値を 1.0 とすると、1 番目、2 番目のサイドローブの極値は、各々、 $-0.403$ 、 $0.300$  となる。しかし、Fig.3-16、Fig.3-17 の波形では、メインローブの極値と比較して、サイドローブの極値は、 $J_0$  関数のそれと比較して小さくなっている。これは、鋭いビームを形成するという目的においては、よい結果を得ることができていると言える。このような結果を生じる理由は、以下のように説明できる。すなわち、Fig.3-16、Fig.3-17 で用いられた音源は、その開口は空間的に有限であり、また、バースト信号も時間的に有限である。一方、式 (3.1) で与えられる、理想的なベッセルビームは、無限開口からの連続波によって形成される。そのため、無限開口音源であれば、観測点に到達するであろう波が到達しない分、出力信号が小さくなり、観測点が中心から離れるほど、その影響が大きくなり、 $J_0$  関数の極値とのずれを生じる。

また、Fig.3-16、Fig.3-17 に示された計算結果は、入力信号が急激な立ち上がりを持つバースト波であるにもかかわらず、その包絡線は滑らかな立ち上がりとなっている。この理由は、出力波形が、音源の各部分からの波が重ね合わされることによって形成されるのに対して、入力信号が時間的に有限であることより、各部分からの波の到達時間に差が生じるためであると考えられる。

Fig.3-16、Fig.3-17 より、有限  $J_0$  音源によって形成された波は、 $J_0$  関数に比例した振幅を持った、 $z$  軸に垂直な平面波として伝播していることが示され、 $J_0$  音源の近似としての円環アレイにおいても、同様の性質を持つ波形が得られることが示される。

## 実験

3.4.2 で用いたものと同様の円環トランスジューサアレイ、および実験装置を用い、入力信号としてパルス波を用いて実験を行なった。入力信号は、周波数 250kHz、5 周期のバースト波である。観測点の軸方向距離  $z$  は、 $z=6\lambda$  で、径方向距離  $r$  は、Fig.3-16、Fig.3-17 の場合と同様に、 $r=0$ 、 $r=1.4\lambda$ 、 $r=2.6\lambda$  としている。Fig.3-18 は、時間応答波形の実験結

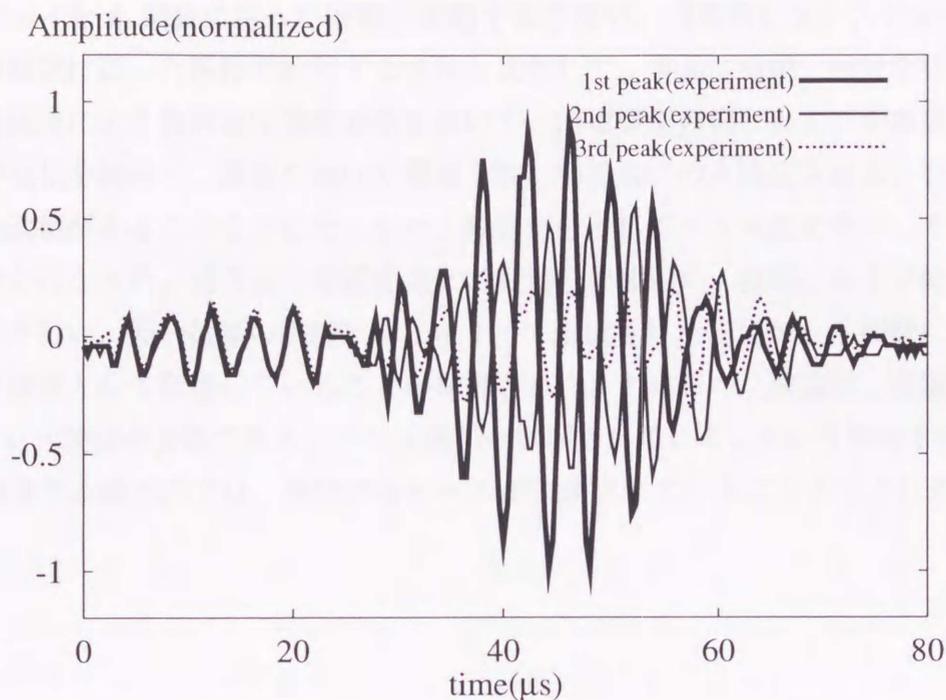


Fig. 3-18: 円環アレイによる時間応答波形の実験結果：観測点の軸方向距離  $z = 6\lambda$ 、径方向距離  $r = 0$ (太線)、 $r = 1.4\lambda$ (実線)、 $r = 2.6\lambda$ (破線)

果である。Fig.3-17の数値計算結果と比較して、出力の立ちあがりや緩やかで、持続時間が長くなっているが、これは、3.3.1の、反射波の実験結果の場合と同様に、トランスジューサが、入力された電気信号の通りに振動することができず、信号の入力が終了した後も暫く振動を続けるためであると考えられる。また、時刻0-20 $\mu$ s付近で小さい波形が見られるが、これは、完全に取り去ることのできなかつた入力信号の電氣的なリークである。その他の、波の到達時刻と振幅の変化の様子は、数値計算の結果とよく一致している。また、 $r = 0$ と $r = 1.4\lambda$ の波形において、波形の位相が反転していることが確認でき、実験結果は、Fig.3-17の数値計算の結果と同様の性質をもつことが示されている。

### 3.5 まとめ

本章では、円環トランスジューサアレイを用いて、近似的に無回折なビームを形成する方法を示した。

準備として、円盤トランスジューサ・円環トランスジューサによる放射音場の数値計算、および、点物体によって反射される超音波パルスの送信・受信波形について、実験および数値計算による検討を行ったのち、無回折ビームを形成するための円環トランスジューサアレイの設計法を示した。この方法では、第一種0次ベッセル関数  $J_0$  に従った幅を持つアレイ要素を、互いに逆位相の同一振幅で駆動する。そのため、従来示されてきた、円環トランス

ジューサアレイを  $J_0$  関数に従った振幅で駆動する方法や、円錐形トランスジューサを  $J_0$  関数の包絡線関数に従った振幅で駆動する方法と比較して、容易に構成、検討を行なうことができる。連続波による放射音圧強度分布を用いて、円環要素の幅、および要素数によるビームの形状の変化を検討し、隙間を開けて構成され、相対的にのみ決定される、要素幅および要素数の最適値があることを示した。また、駆動信号としてパルス波を用い、その時間応答波形の解析を行なった。径方向に位置を違って観測した波形の、振幅、および位相の変化について検討を行い、同一振幅の円環アレイによって形成された音場が、 $J_0$  関数に対応した振幅を持つ平面波として伝播していることが確認された。これらの、理論的、実験的な検討結果より、アレイ要素が少数である、アレイ開口が制限されている、という制約下においても、ビームが到達する範囲内では、無回折なビームが実現されていることが示された。

## 第4章 矩形トランスジューサによる放射音場の計算法

### 4.1 はじめに

本章では、まず始めに、矩形トランスジューサにおける空間インパルス応答について、従来<sup>14,15)</sup> 検証されていなかった部分について、詳細に検討を行なう。トランスジューサから放射される音圧の強度は、トランスジューサ表面から観測点に伝播する直接波と、トランスジューサ外周部からの回折波に起因するエッジ波によるものである。矩形トランスジューサは、4つの頂点と4つの辺を持ち、その各々からエッジ波を生じる可能性がある。また、それらが観測点に到達する順序は、トランスジューサのエッジと、観測点との位置関係によって、複雑に変化するため、非常に多くの種類の空間インパルス応答が存在することになる。ここでは、辺からのエッジ波の到達順序に着目し、起こりうる全ての種類の空間インパルス応答について詳細に検討を行なう。また、各エッジからの波の到達順序の等しい観測点の集合は、トランスジューサ平面上に引かれた曲線群によって囲まれた領域で示される。トランスジューサのアスペクト比の違いによって、曲線が形状を変化させるため、観測空間全体で、実際に出現しうる空間インパルス応答の種類と数も変化することを示す。数値計算、および実験を行ない、直接波、エッジ波の振る舞いについて検証を行なう。

続いて、放射音場の解析を効率よく行なうために、厳密な空間インパルス応答に対して、折れ線による近似を適用する方法を示す。この方法では、トランスジューサの各頂点又は辺からのインパルスの値を求め、その間を直線で結ぶことによって、空間インパルス応答の近似を行なう。この方法は、トランスジューサの頂点に関するエッジ波のみが放射音場に大きく寄与する場合に限らず、辺からのエッジ波の寄与が大きくなる場合にも対応できるため、近似が適用可能な観測領域に制限を設ける必要が無く、様々なアスペクト比のトランスジューサに適用が可能である。そのため、従来示されてきた、台形近似法<sup>16)</sup> や、四辺形近似法<sup>17)</sup> と比較して、より拡大した領域で、厳密な空間インパルス応答によく一致した結果を得ることができる。また、折れ線近似法の改良として、近似にともなって生じる、厳密計算との誤差を抑制するための、厳密一致点付加法、二次曲線近似法や、解析を更に高速に行なうための、高速計算法を示す。これらの近似法について、計算機を用いた数値計算によって検証を行ない、その効果を確認する。

## 4.2 矩形トランスジューサの空間インパルス応答の詳細

### 4.2.1 トランスジューサの辺からのエッジ波の到達順序

第2章 2.5節の Fig.2-16で示した、観測点に到達する直接波とエッジ波の到達順序のうち、トランスジューサからの直接波が最初に観測点に到達する、領域IVの部分では、連続して到達する直接波、あるいは頂点からの波の間に、辺からの波が複数個、観測点に到達する可能性がある。例えば、直接波と、頂点Aからの波が到達する間では、辺1,2,3,4からの波のいずれもが到達する可能性があり、このような場合の、辺からの波同士の到達順序について検討する必要がある。Fig.2-16、領域IVの左側、 $\tau_B < \tau_C$ の場合は、

$$\begin{cases} \tau_1 < \tau_3, \\ \tau_1 < \tau_4, \\ \tau_2 < \tau_4, \\ \tau_3 < \tau_4 \end{cases} \quad (4.1)$$

であり、右側、 $\tau_C < \tau_B$ の場合は、

$$\begin{cases} \tau_1 < \tau_2, \\ \tau_1 < \tau_3, \\ \tau_1 < \tau_4, \\ \tau_2 < \tau_4 \end{cases} \quad (4.2)$$

という関係がある。

式(4.1)(4.2)の関係式、および、Fig.2-16の領域I、II、IIIの頂点、および辺からのエッジ波の到達順序の条件を全て考え合わせて、直接波、およびエッジ波の到達順序を示したものは、Table 4.1のようになる。表中の数字0,1,2,3,4、およびアルファベット A,B,C,Dは、各々、直接波、辺1,2,3,4からのエッジ波、頂点A,B,C,Dからのエッジ波が観測点に到達することを示しており、到達時刻の早い順に、表の上から下へ配列されている。

頂点Aからのエッジ波が最も早く到達する、領域Iでは、頂点からのエッジ波の到達順序のまま、2種類が存在する。

辺2からのエッジ波が最も早く到達する、領域IIでは、辺2からの波の到達後に、頂点からの波と別個に到達する辺からの波は、辺4からの波のみであり、2.5節の式(2.30)より、この波は必ず頂点BとCの間で観測点に到達するので、存在する到達順序は、1種類のみである。

辺1からのエッジ波が最も早く到達する、領域IIIでは、辺1からの波の到達後に、頂点からの波と別個に到達する辺からの波は、辺3からの波のみである。この、辺3からのエッジ波と、頂点からのエッジ波の、到達順序の前後関係は、2.5節の式(2.31)で示されており、頂点からのエッジ波の到達順序が、 $\tau_B < \tau_C$ 、 $\tau_C < \tau_B$ となる場合について、各々、2種類、3種類となる。

Region	I	II	III	IV	
time ↓		2	1   1	0   0	
			3   3	1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	
				2 2 2 2 2 3 3 3 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3	
				3 3 3 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 2 2	
				4 4 4 4 3 4	
	A   A	A	A   A	A   A	
			3   3	4 3 3 4 4 3 3 4 3 3 4 4 4	
				4 4 3	
	B   C	B	B   C	B   C	
		4	3		4 4 4 4 4 3 3
C   B	C	C   B	C   B		
D   D	D	D   D	D   D		

Table 4.1: 矩形トランスジューサから観測点に到達する直接波とエッジ波の全順序

直接波が最も早く到達する、領域 IV の場合は、各々の辺からのエッジ波は、頂点からのエッジ波とは別個に到達する。到達順序の前後関係は、頂点からのエッジ波の到達順序が  $\tau_B < \tau_C$  の場合は、式 (4.1)、 $\tau_C < \tau_B$  の場合は、式 (4.2) で示した通りであり、それぞれ、13 種類 ( $\tau_B < \tau_C$  の場合)、10 種類 ( $\tau_C < \tau_B$  の場合) と、多くの場合が存在する。

以上を合計して、波の到達順序の場合分けの合計は、31 種類存在することになる。

#### 4.2.2 トランスジューサのアスペクト比による到達順序の変化

4.2.1 では、トランスジューサから観測点  $P(\mathbf{r})$  へ到達する直接波、およびエッジ波の到達順序について検討し、合計で 31 種類の異なる順序が起こり得ることを示した。その到達順序の変化は、トランスジューサが位置する  $z=0$  面上の、 $P'(x,y)$  の位置によって、 $P(\mathbf{r})$  と、各頂点および辺との距離が変化し、そのために、トランスジューサの各エッジから  $P(\mathbf{r})$  への、波の伝播時間が変化することによって起こる。逆に、 $P'(x,y)$  と、各頂点および辺との距離の、大小関係が等しい領域では、 $P(\mathbf{r})$  への、エッジ波の到達順序も同一となる。そのような、エッジ波の到達順序が等しい領域は、第 2 章 2.5.3 の Fig.2-17、式 (2.33) で示された、トランスジューサ面上に引かれた曲線によって分割される。また、この 8 本の曲線は、トランスジューサのアスペクト比  $b/a$  の変化にともなってその形を変えるため、同一の到達順序を持つ領域の境界、あるいは各領域の形状が変化する<sup>14)</sup>。ここでは、この、 $b/a$  の変化にともなう曲線の変化について、詳細に検討を行なう。

式 (2.33) の変化の特別な場合として、 $b/a$  がある特定の値を取るとき、式 (2.33) の 3 本以上の曲線が 1 点で交わる場合がある。その際、Fig.4-1 に示すように、交わる直線まで 3 本の曲線に囲まれて存在していた領域の消滅が起こり、その結果、曲線が交わる瞬間、およびそ

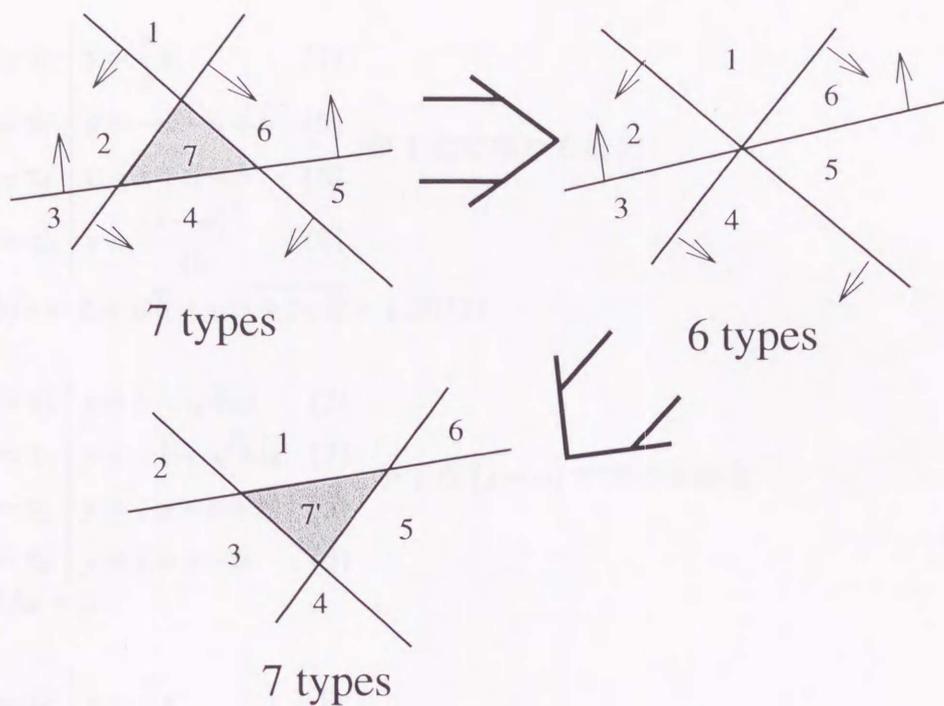


Fig. 4-1: 曲線の変化と、それに伴う領域数の変化

の前後で、存在しうる領域の数と到達順序の種類が変化する。また、交点がトランスジューサのエッジとも重なる場合は、存在しうる領域の種類と数は、さらに大幅に変化する。

以下に、3本以上の曲線が1点で交わる、アスペクト比  $b/a$  の特定の値を、 $b/a$  の値の小さいものから順に挙げる。

$$i) \left\{ \begin{array}{l} \tau_A = \tau_3 \quad y = b - \sqrt{4ax} \quad (2) \\ \tau_1 = \tau_2 \quad y = x - a + b \quad (4) \text{ が 1 点で交わる場合} \\ \tau_B = \tau_4 \quad y = \frac{(x+a)^2}{4b} \quad (7) \end{array} \right.$$

$$\dots\dots b/a = -1 - \sqrt{6} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = 1.13165\dots$$

$$ii) \left\{ \begin{array}{l} \tau_1 = \tau_2 \quad y = x - a + b \quad (4) \\ \tau_2 = \tau_3 \quad y = -x - a + b \quad (5) \\ \tau_B = \tau_4 \quad y = \frac{(x+a)^2}{4b} \quad (7) \text{ が 1 点 } (x=0) \text{ で交わる場合} \\ \tau_A = \tau_4 \quad y = \frac{(x-a)^2}{4b} \quad (8) \end{array} \right.$$

$$\dots\dots b/a = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} = 1.20711\dots$$

$$\text{iii) } \left\{ \begin{array}{l|l} \tau_B = \tau_C & y = \frac{a}{b}x \quad (1) \\ \tau_2 = \tau_3 & y = -x - a + b \quad (5) \\ \tau_3 = \tau_4 & y = x + a - b \quad (6) \\ \tau_A = \tau_4 & y = \frac{(x-a)^2}{4b} \quad (8) \end{array} \right. \text{が 1 点で交わる場合}$$

$$\dots\dots b/a = 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = 1.30323\dots$$

$$\text{iv) } \left\{ \begin{array}{l|l} \tau_A = \tau_3 & y = b - \sqrt{4ax} \quad (2) \\ \tau_C = \tau_3 & y = -b + \sqrt{4ax} \quad (3) \\ \tau_2 = \tau_3 & y = -x - a + b \quad (5) \\ \tau_3 = \tau_4 & y = x + a - b \quad (6) \end{array} \right. \text{が 1 点 } (x=a) \text{ で交わる場合}$$

$$\dots\dots b/a = 2$$

$$\text{v) } \left\{ \begin{array}{l|l} \tau_B = \tau_C & y = \frac{a}{b}x \quad (1) \\ \tau_A = \tau_3 & y = b - \sqrt{4ax} \quad (2) \\ \tau_2 = \tau_3 & y = -x - a + b \quad (5) \\ \tau_B = \tau_4 & y = \frac{(x+a)^2}{4b} \quad (7) \end{array} \right. \text{が 1 点 } (x=a) \text{ で交わる場合}$$

$$\dots\dots b/a = 1 + \sqrt{2} = 2.41421\dots$$

トランスジューサのアスペクト比  $b/a$  が、上記の値を取るとき、頂点および辺からの波の到達順序について、同一となる領域の種類と数が増える。それはつまり、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  が、その領域の種類と数だけ異なったものとなる、ということである。

Table 4.2 は、トランスジューサが各々、アスペクト比  $b/a$  を取る場合、観測空間内にどのような領域を、合わせてどれだけ持つかを示している。Table 4.2 の上部は、Table 4.1 で示した、31 種類の波の到達順序であり、各々の  $b/a$  に対して、実際に起こりうる到達順序を ○ 印で示している。最も多いもので、31 種類中 25 種類の、異なった到達順序を観測空間内に含み、少ない場合でも、31 種類中 14 種類の異なった到達順序が現れることになる。

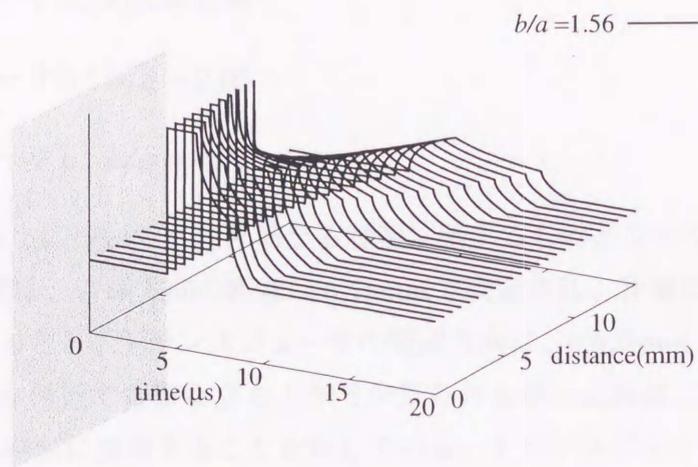
### 4.2.3 数値計算

ここでは、これまで示した結果をふまえ、各々の観測点における直接波およびエッジ波の振る舞いを確認するために行なった、数値計算の結果を示す。

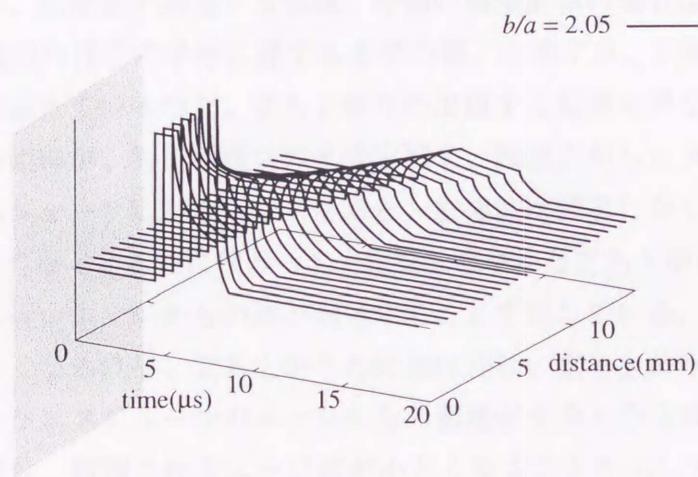
Fig.4-2 は、矩形トランスジューサの空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  の数値計算結果である。計算には、長辺  $2b$  の長さが 20mm で、アスペクト比  $b/a$  の異なる 3 種類のトランスジューサを設定した。各々、

Region	time ↓	I		II		III		IV																																	
				2	1	1	0						0																												
					3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
					3	3	2	2	2	3	3	3	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3			
					3	3	2	2	2	3	3	3									3	3	4	4	4												2	2			
				A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A			
							3	3	4	3	3	4	4	3	3	4	3	3	4	3	3	4	3	3	4	3	3	4	3	3	4	3	3	4	3	3	4	3	3		
				B	C	B	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	
						4	3			4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
				C	B	C	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C	B	C
				D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D		
$b/a = 1$	14	○	○	○		○							○	○	○	○	○	○	○																						
$1 < b/a < -1 - \sqrt{6} + \sqrt{5} + 2\sqrt{6}$	25	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$b/a = -1 - \sqrt{6} + \sqrt{5} + 2\sqrt{6}$	24	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
$-1 - \sqrt{6} + \sqrt{5} + 2\sqrt{6} < b/a < \frac{1+\sqrt{2}}{2}$	25	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
$b/a = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$	23	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$\frac{1+\sqrt{2}}{2} < b/a < 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + 2\sqrt{6}$	25	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$b/a = 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + 2\sqrt{6}$	24	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + 2\sqrt{6} < b/a < 2$	25	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$b/a = 2$	19	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$2 < b/a < 1 + \sqrt{2}$	20	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$b/a = 1 + \sqrt{2}$	16	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	
$1 + \sqrt{2} < b/a$	17	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	

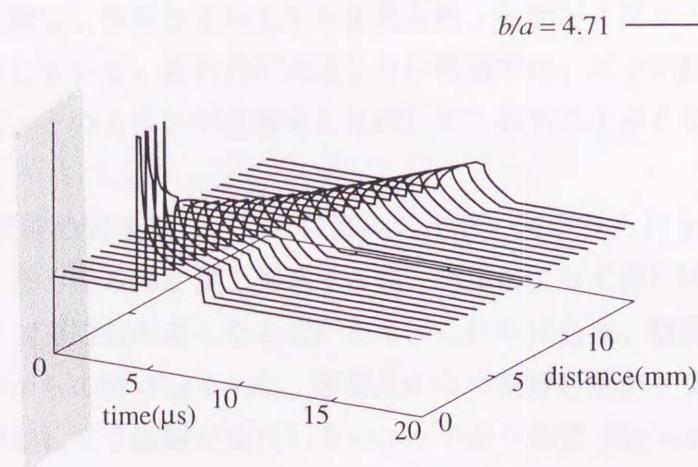
Table 4.2: 矩形トランスジューサから観測点に到達する直接波とエッジ波の全順序、およびアスペクト比に依存して変化する、出現しうる到達順序の変化



(a)  $b/a = 1.56$



(b)  $b/a = 2.05$



(c)  $b/a = 4.71$

Fig. 4-2: 矩形トランスジューサの空間インパルス応答  $h(r,t)$  の数値計算結果

- トランスジューサ a :  $b/a = 1.56$
- トランスジューサ b :  $b/a = 2.05$
- トランスジューサ c :  $b/a = 4.71$

としており、Table 4.2について、各々異なる種類に属するものとなっている。

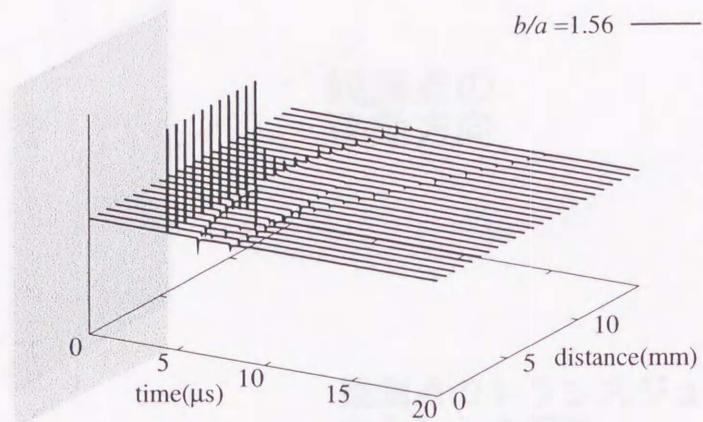
観測点  $P(\mathbf{r})$  の位置は、音軸方向の距離は 6.75mm で固定され、音軸と垂直な方向は、トランスジューサ中心を 0 とし、トランスジューサの短辺方向に、0.625mm ステップとしている。

Fig.4-2 より、 $4.5\mu\text{s}$  付近で垂直な立ち上がりが見られるが、これは、トランスジューサからの直接波が、この時刻に到達することを示している。トランスジューサと観測点  $P(\mathbf{r})$  との距離を 6.75mm としているので、水中での音速を 1500m/s とすれば、この  $4.5\mu\text{s}$  という値は、妥当であると言える。

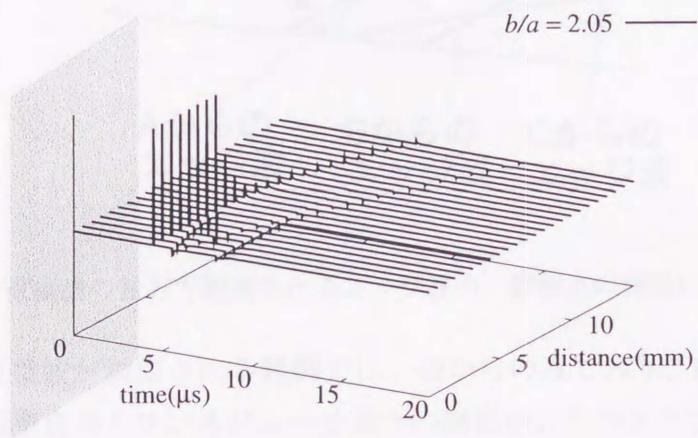
この立ち上がりは、直接波が到達する領域、今回の数値計算の場合は、トランスジューサ中心からの距離が短辺の長さの半分に達するまでの間、出現する。3種類のトランスジューサは、短辺の長さを違えているので、立ち上がりの出現する範囲も異なっている。トランスジューサ中心からの距離が、短辺の長さの半분을越え、観測点からトランスジューサに下した垂線が、トランスジューサにかからなくなると、直接波は到達しなくなるので、急激な立ち上がりも起こらなくなる。それに代わって、比較的緩やかな立ち上がりが起こっているが、これは観測点に最も近いエッジからの波が到達することを示している。トランスジューサ中心からの距離が大きくなるほど、立ち上がりの時刻は遅れ、立ち上がりそのものも緩やかになるが、これは、トランスジューサのエッジからの距離が大きくなるほど、観測点へのエッジ波の到達時刻は遅れ、観測されるエッジ波が小さくなることを示している。

Fig.4-3 は、矩形トランスジューサの空間インパルス応答の時間微分  $(\partial/\partial t)h(\mathbf{r}, t)$  の数値計算結果である。この場合も、 $4.5\mu\text{s}$  付近、トランスジューサ中心からの距離が短辺の長さの半분을越えるまでの間は、急激な立ち上がりが見られ、トランスジューサからの直接波が到達していることを表している。直接波が到達しない領域では、エッジ波が観測されるが、やはり時間遅れが生じ、その大きさが直接波と比較して、非常に小さくなっている様子が見られる。

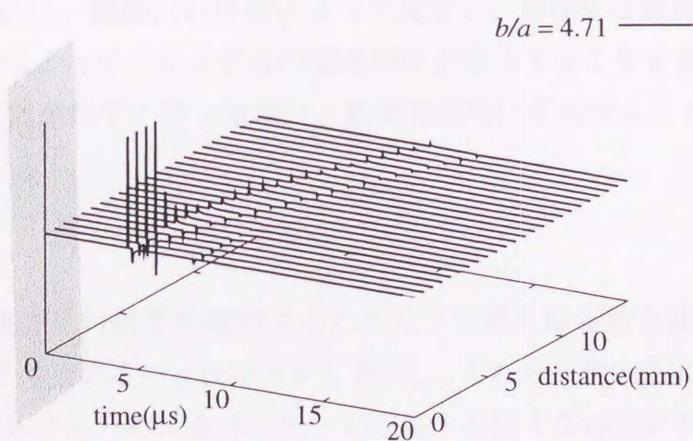
Fig.4-3 では、直接波の到達後に、さらに振幅の小さい波が見られる。トランスジューサ中心からの距離が大きくなるほど早く到達する波、距離によらず同じ時刻に到達する波、距離が大きくなるほど到達時刻の遅くなる波がある。これらは各々、観測点の移動に伴って観測点に近づくエッジからの波 (Fig.4-4 A)、観測点からの垂線の足がトランスジューサ内にある間は、観測点が移動しても距離が変化しないエッジからの波 (Fig.4-4 B)、観測点の移動に伴って観測点から遠ざかるエッジからの波 (Fig.4-4 C) である。Fig.4-4 の A の波は、観測点のトランスジューサ中心からの距離がトランスジューサの短辺の長さの半분을越えると、前述の、直接波が到達しない領域で最初に観測される、観測点から最も近いエッジからの波と



(a)  $b/a = 1.56$



(b)  $b/a = 2.05$



(c)  $b/a = 4.71$

Fig. 4-3: 矩形トランスジューサの空間インパルス応答の時間微分  $(\partial/\partial t)h(\mathbf{r},t)$  の数値計算結果

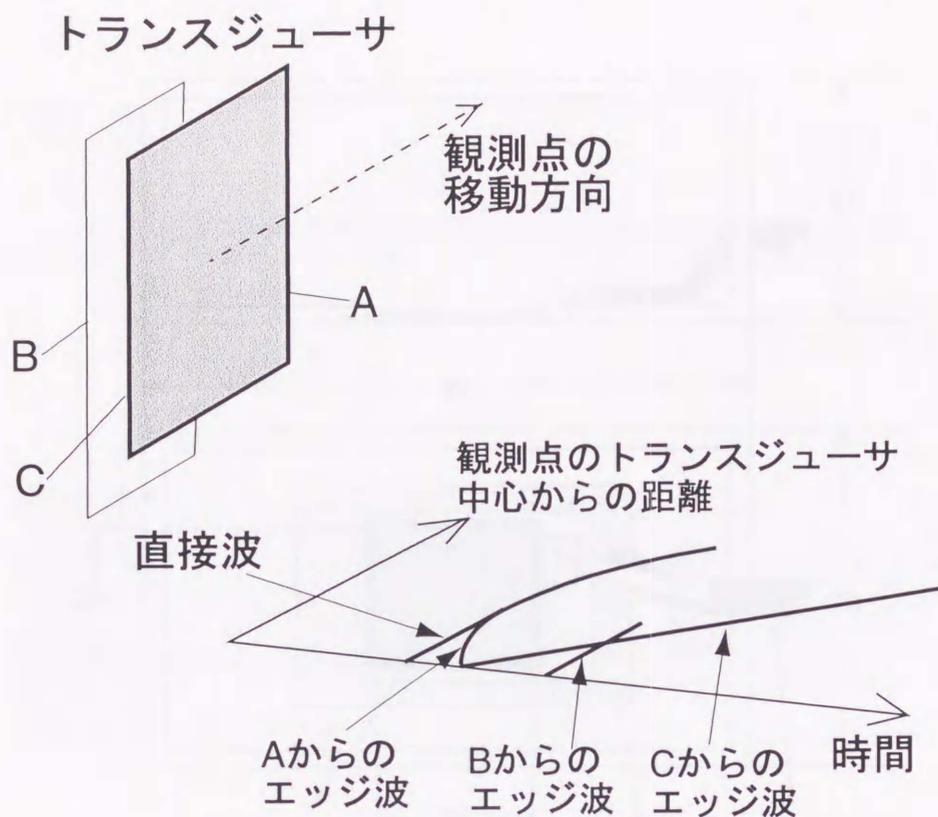


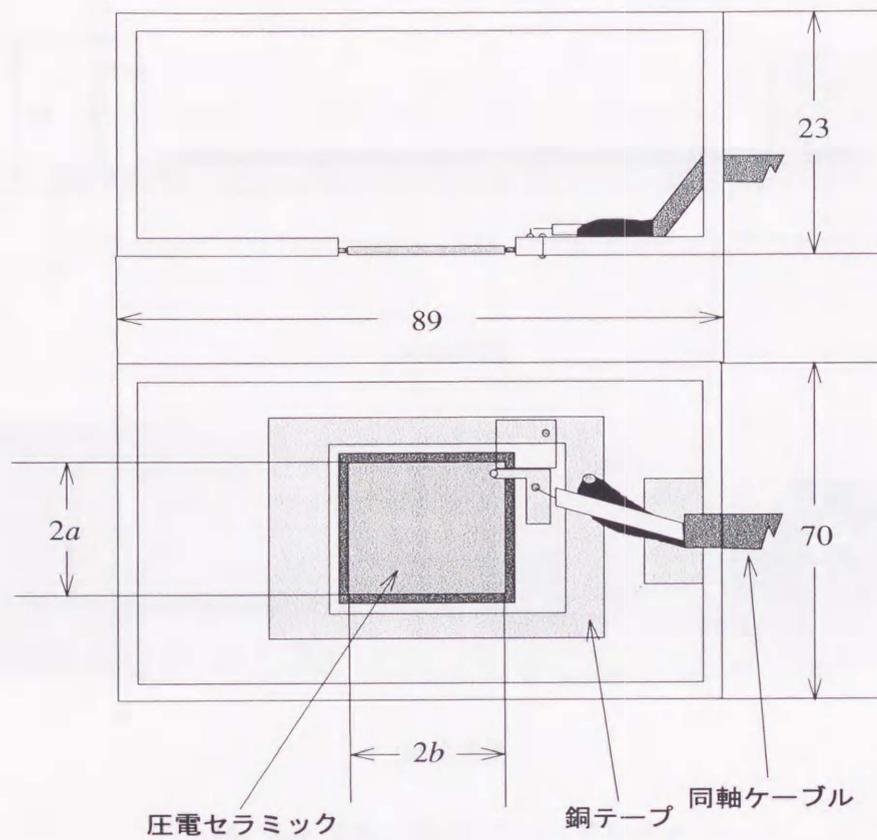
Fig. 4-4: 直接波の後方で観測されるエッジ波の、観測点の移動による変化

なる。Bの波は、直接波が観測される範囲では、辺からの波であり、Fig.4-3でも確認することができるが、観測点のトランスジューサ面への射影が、トランスジューサを外れると、観測点に最も近い頂点からの波となり、振幅が非常に小さくなる。また、観測点がトランスジューサから離れるにつれて、到達時刻に遅れが生じる。

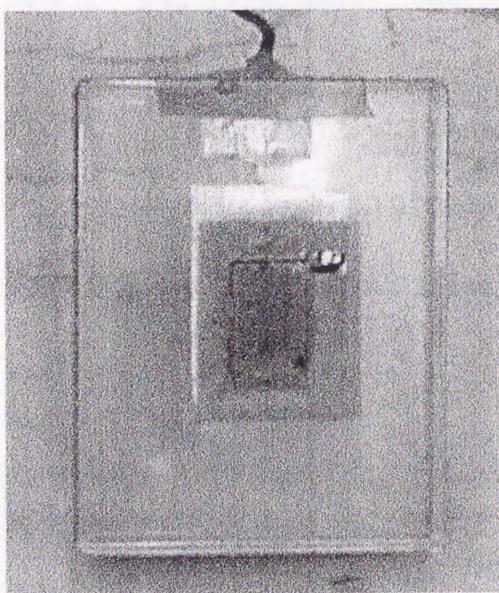
Fig.4-4のA、B、Cは、観測点の位置によって交差し、時間的な前後関係が変化する。これは、観測点の位置によって、エッジ波の到達順序が変化することを表し、4.2.1で示した、異なったエッジ波の到達順序を持つ領域が、観測空間内に存在することを表している。

#### 4.2.4 実験

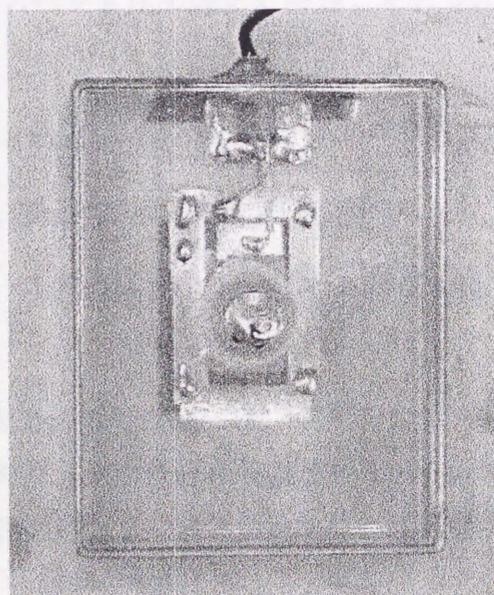
4.2.3で示した数値計算の結果を確認するために、実際に超音波を放射する矩形トランスジューサと、超音波を受信するハイドロホンを製作し、それらを用いて実験を行なった。Fig.4-5、4-6は、実験に使用するために製作した、超音波を送信する矩形トランスジューサと、超音波を受信するハイドロホンである。トランスジューサ本体には、厚み方向に分極された圧電セラミック板(TDK製102A材、厚さ0.65mm)を使用した。所望の寸法に切断後、アルミニウムを真空蒸着して電極を形成し、プラスチック製ケースに組み込んだ後、銅テープを用いて配線を行なった。Fig.4-7に、トランスジューサを組み立てた後、水中で測定した周波



(a) 設計図

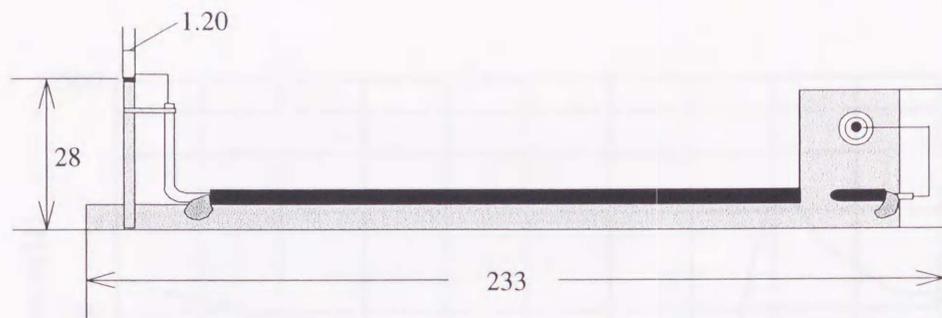


(b) 完成品 (表面)

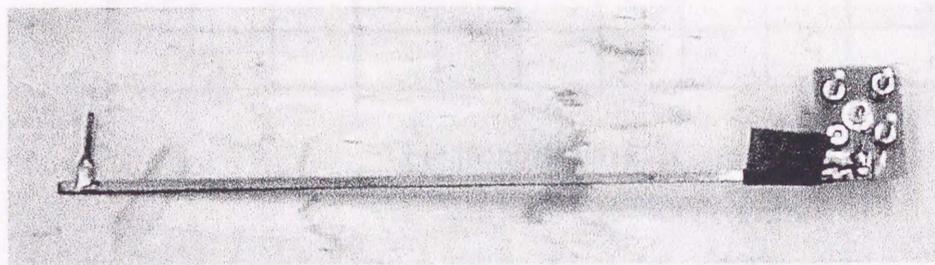


(c) 完成品 (裏面)

Fig. 4-5: 実験に使用した矩形トランスジューサ



(a) 設計図



(b) 完成品

Fig. 4-6: 実験に使用したハイドロホン

数-インピーダンス特性を示す。

トランスジューサは3種類製作し、各々アスペクト比を違えてある。その寸法は、実測値で、

- トランスジューサ a: 短辺 (2a) 12.90mm、長辺 (2b) 20.10mm、アスペクト比 (b/a) 1.56
- トランスジューサ b: 短辺 (2a) 9.70mm、長辺 (2b) 19.90mm、アスペクト比 (b/a) 2.05
- トランスジューサ c: 短辺 (2a) 4.25mm、長辺 (2b) 20.00mm、アスペクト比 (b/a) 4.71

となっている。

ハイドロホン先端に取り付けられている、超音波の受信部には、トランスジューサに使用したものと同一の圧電セラミックを使用しており、その直径は実測値で 1.20mm である。

実験装置全体の構成図を Fig.4-8 に示す。水槽内にトランスジューサとハイドロホンを対向して設置し、ハイドロホン側は、x,y,z の各方向に移動が可能となっている。トランスジューサを駆動する信号は、ファンクションジェネレータ (HEWLETT PACKARD 33120A) で生成し、ハイドロホンで受信された信号は、まずデジタルストレージスコープ (IWATSU DS-6121A) に送られ、そこからパーソナルコンピュータに送られて記録される。

Fig.4-9 に、実験結果を示す。トランスジューサに対する観測点の位置は、音軸方向は 6.75mm

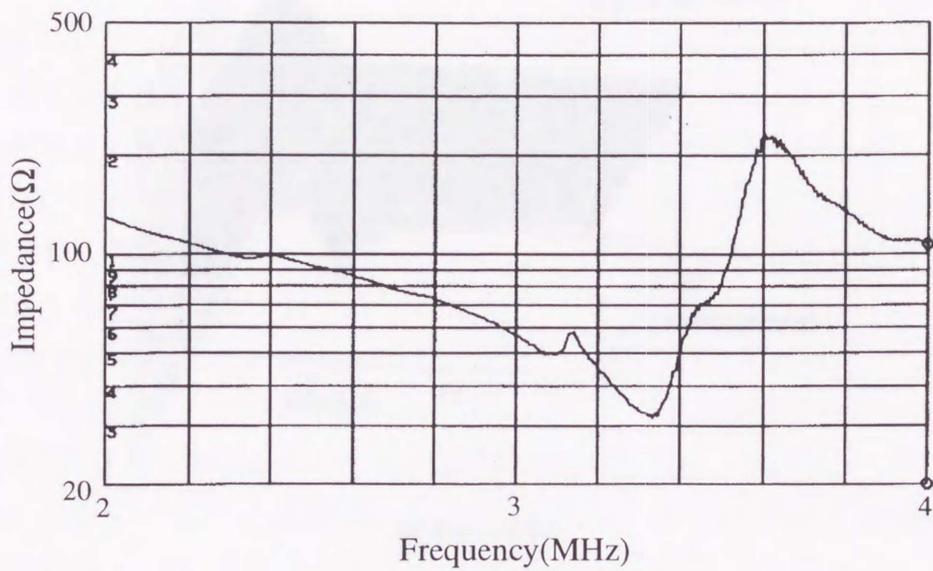


Fig. 4-7: トランスジューサの周波数-インピーダンス特性 (水中)

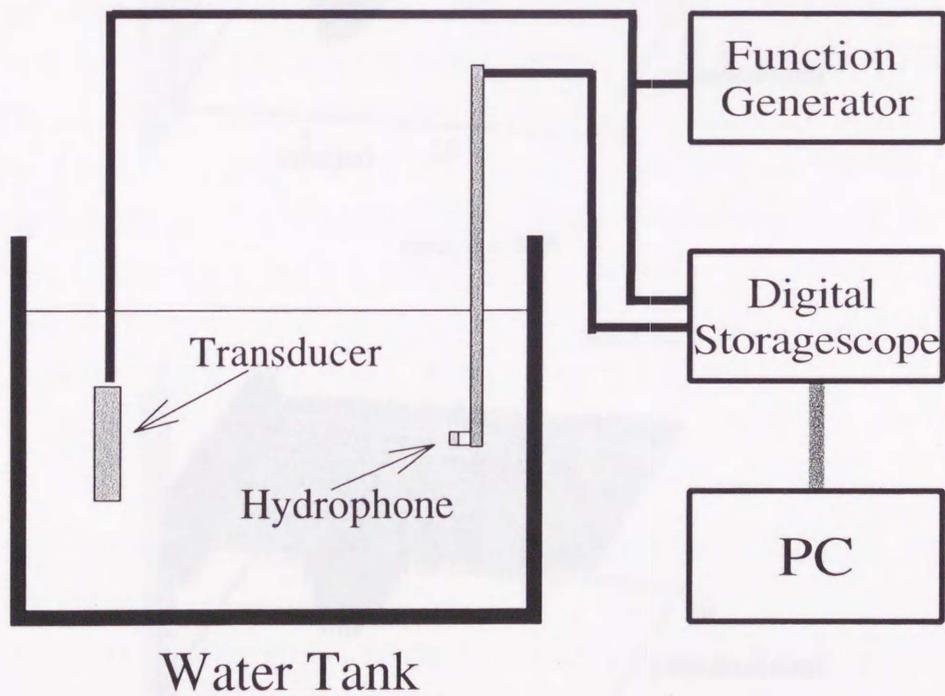
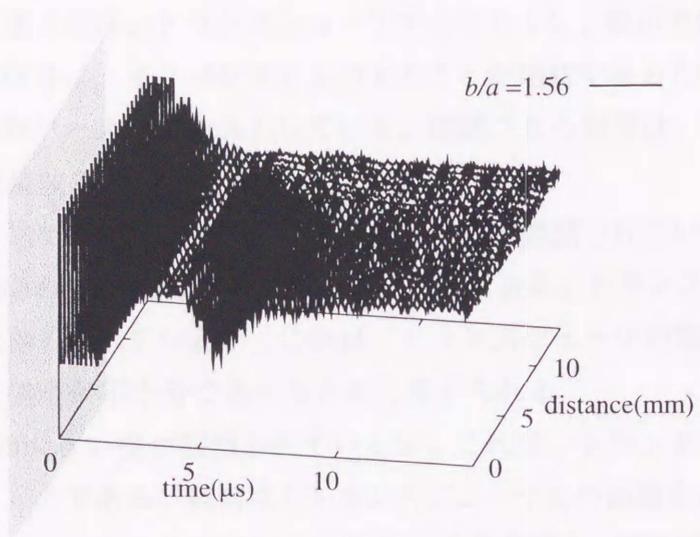
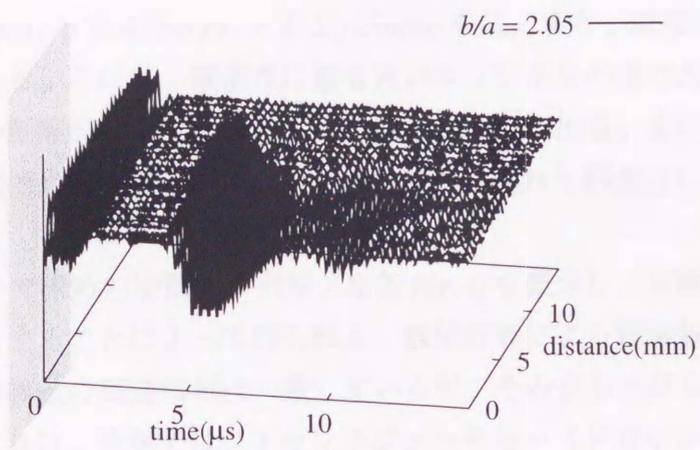


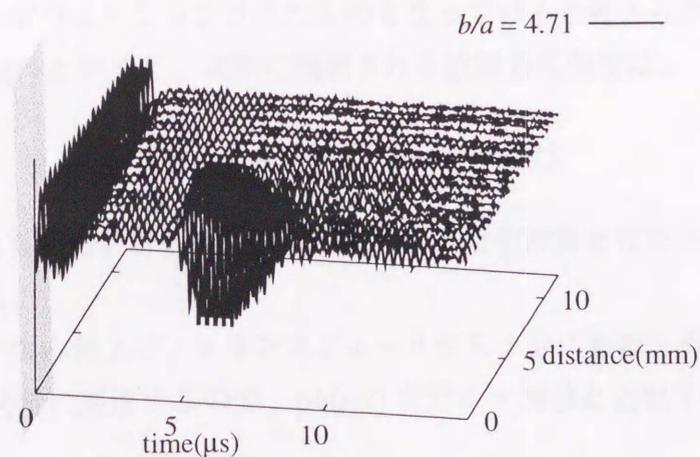
Fig. 4-8: 矩形トランスジューサからの放射音圧を測定するための実験装置の構成



(a)  $b/a = 1.56$



(b)  $b/a = 2.05$



(c)  $b/a = 4.71$

Fig. 4-9: 実験結果

で固定し、音軸と垂直方向は、トランスジューサ中心を0とし、短辺方向に0.625mmステップとしている。入力信号は、インパルスを入力することが困難であるため、周波数3.4MHz、波数4、電圧 $5V_{p-p}$ のバースト波を入力している。観測される信号は、各トランスジューサとも、後で述べる直接波で、最大約 $10mV_{p-p}$ である。

実験結果を詳しく見ていくと、まず、時刻0付近で波が観測されているが、これは、トランスジューサに入力された駆動信号の電氣的なリークである。トランスジューサaでは、このリークが非常に大きくなっているが、これは、トランスジューサの製作時に施した、リークを軽減するための処理が不十分であったためと考えられる。

$4.5\mu s$ 付近で振幅の大きい波が観測されているが、これは、トランスジューサ面からの直接波が到達しているものである。観測点とトランスジューサとの距離を6.75mmとしており、水中での音速をおよそ1500m/sとすると、直接波の到達時刻は、理論値と一致している。観測点のトランスジューサ面への射影が、トランスジューサ上にある間は、振幅の大きい波が観測されているが、観測点とトランスジューサ中心との距離がトランスジューサの短辺の長さの半分(aで6.45mm、bで4.85mm、cで2.125mm)を越えると、直接波は到達しなくなり、振幅が急に小さくなる。これは、観測点に最も近いエッジからの波であり、観測点とトランスジューサ中心との距離が大きくなるにつれて時刻の遅れが出る。また、直接波の後方にも振幅の小さい波が観測されており、これは、直接波から遅れて観測点に到達するエッジ波であると考えられる。

Fig.4-10は、4.2.3で求めた空間インパルス応答 $h(\mathbf{r},t)$ を微分し、実験で用いた入力信号とコンボリューションすることによって得られる、数値計算による理論値を示している。実験結果と比較して、直接波の到達時刻は一致しているが、その立ち上がりは急で、持続時間が短くなっている。これは、実験では、トランスジューサとハイドロホンに使用した圧電セラミックの材質的な特性により、駆動信号の送信、受信後も振動が継続するため、実際に観測される信号は、駆動信号と空間インパルス応答の時間微分のコンボリューションの上に、その振動がさらにコンボリューションされたものとなっていると考えられる。つまり、材質的特性による振動を $d(t)$ とすると、実際に観測される放射音圧強度は、

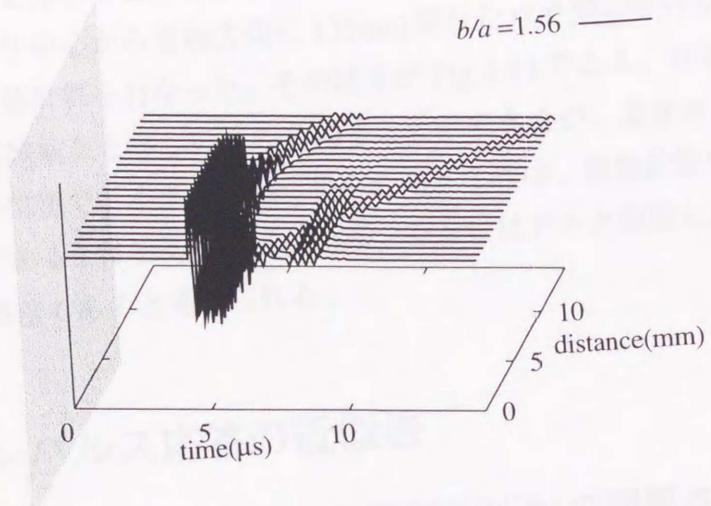
$$p(\mathbf{r},t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r},t) * v(t) * d(t) \quad (4.3)$$

となっていると考えられる。材質的な特性を考慮した数値計算を行なうためには、 $v(t) * d(t)$ を求める必要がある。

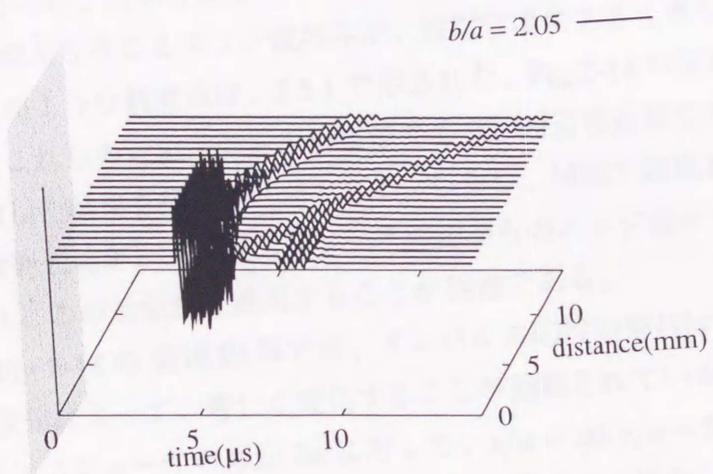
トランスジューサ中心軸上で、トランスジューサから十分に距離を置いた所では、直接波とエッジ波がほぼ同時に到達するので、 $\rho h(\mathbf{r},t)$ をデルタ関数と近似することができる。すると、

$$p(\mathbf{r},t) = \frac{\partial}{\partial t} v(t) * d(t) \quad (4.4)$$

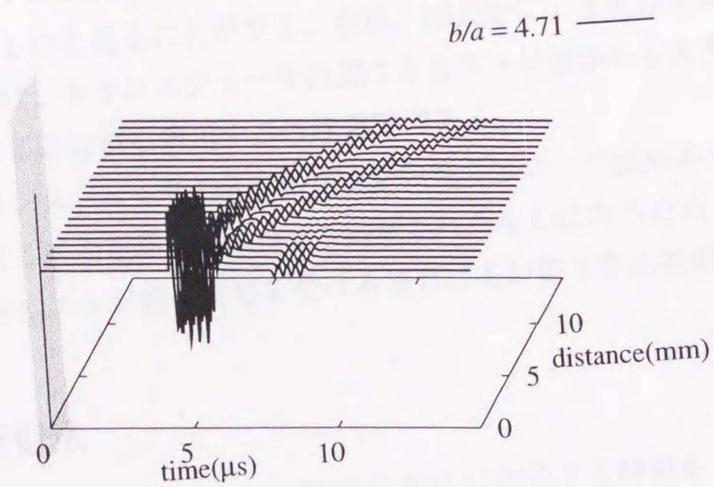
となり、これから求めた $v(t) * d(t)$ を入力信号として式(4.3)を数値計算すれば、材質による



(a)  $b/a = 1.56$



(b)  $b/a = 2.05$



(c)  $b/a = 4.71$

Fig. 4-10: 数值計算の結果  
65

特性を考慮した結果を得ることができる。今回は、3種類のトランスジューサの各々について、トランスジューサ中心から音軸方向に135mm離れた点で測定を行ない、そこで得られた結果を使用して数値計算を行なった。その結果がFig.4-11である。直接波の形状、および持続時間は、ほぼ実験結果と等しいものを得ることができたが、直接波の到達する前後の、本来波の到達しない位置で、小さい振幅が見られる。これは、数値計算のための信号を得た距離が十分遠距離であるとは言えず、 $ph(r,t)$ を、完全にはデルタ関数と近似し切れなかったことによる、計算誤差であると考えられる。

### 4.3 空間インパルス応答の近似法

#### 4.3.1 従来の近似法(台形近似法・四辺形近似法)の問題点

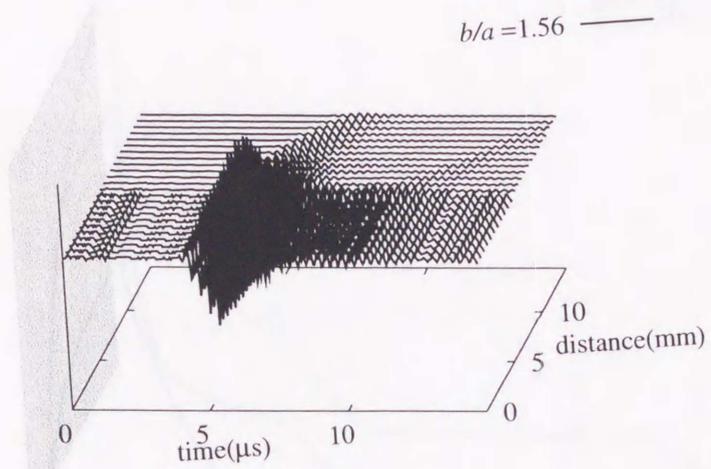
第2章2.6節で示された、台形近似法<sup>16)</sup>や、四辺形近似法<sup>17)</sup>は、適用する際に、トランスジューサの4つの頂点から生じるエッジ波のみが、放射音場に大きく寄与するということが前提としている。そのような観測点は、2.5.1で示された、Fig.2-14の領域Iに存在する場合であり、このとき、これらの近似法の適用が可能であり、四辺形近似法では、厳密なインパルス応答によく一致した結果を得ることができる。しかし、同図で領域II、III、IVに観測点がある場合には、放射音場が、トランスジューサの辺からのエッジ波についても大きく寄与を受けると考えられ、この近似法を適用することが困難である。

また、たとえばFig.2-14の領域III等では、インパルス応答の形状は、トランスジューサのアスペクト比の変化によって、著しく変化することが指摘されている<sup>14)</sup>。Fig.4-12は、観測点 $P(r)$ を、トランスジューサの短辺 $2a$ に対して、 $x/a=20, y/a=5, z/a=20$ に固定し、トランスジューサのアスペクト比 $b/a$ を、5, 10, 20と変化させた場合における $h(r,t)$ の形状の変化を示したものである。 $b/a=5$ については、寄与の大きいエッジ波は、トランスジューサの頂点のみによるものと見ることができ、台形、四辺形による近似を適用することができるが、その他の場合は、トランスジューサの辺によるエッジ波からも大きく寄与を受けており、台形、四辺形による近似を適用するのは困難である。

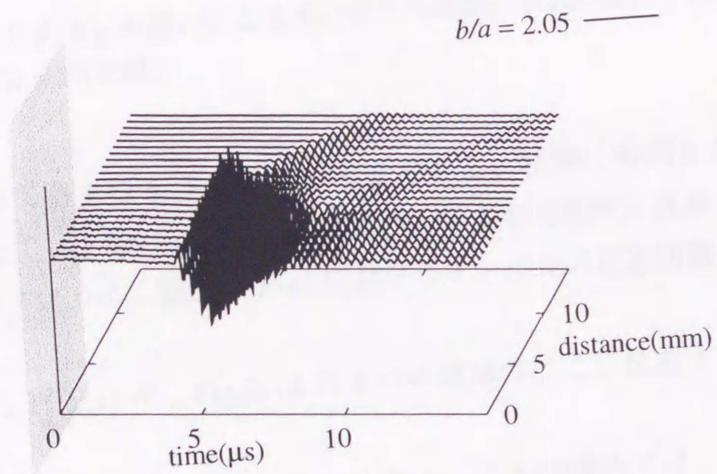
このように、トランスジューサの4つの頂点から生じるエッジ波のみが、放射音場に大きく寄与するとみなせる観測空間は、きわめて制限されたものになるため、放射音場がトランスジューサの辺からのエッジ波の寄与を受けられる場合にも対応できる近似法が必要である。

#### 4.3.2 折れ線近似法

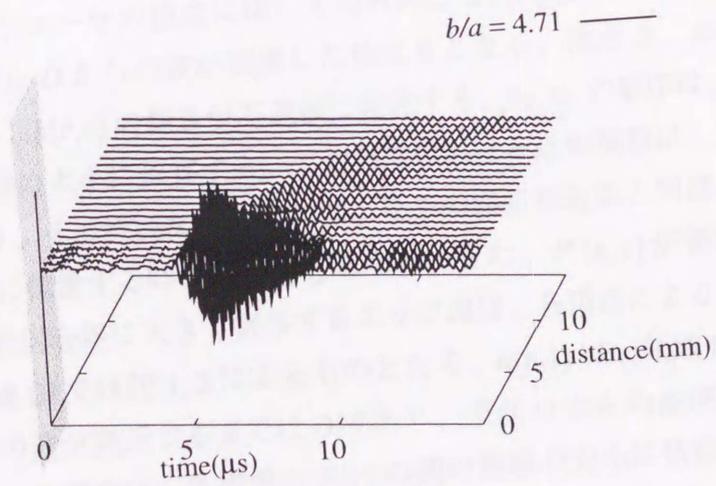
各頂点または辺 $i$ からのインパルスが観測点 $P(r)$ に到達する時刻を $\tau_i$ 、時刻 $\tau_i$ におけるインパルス応答の値を $h_i$ とする。 $P(r)$ が既知であれば、各境界について、 $\tau_i$ を求めること



(a)  $b/a = 1.56$



(b)  $b/a = 2.05$



(c)  $b/a = 4.71$

Fig. 4-11: トランスジューサの材質的な特性を考慮した数値計算の結果

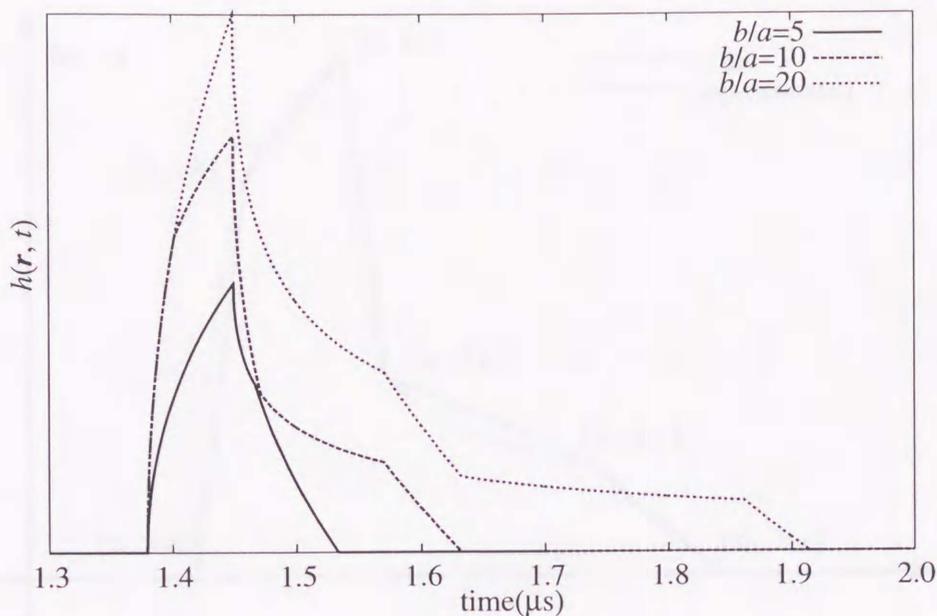


Fig. 4-12: アスペクト比  $b/a$  の違いによるインパルス応答の形状の変化の例： $(b/a = 5$ (太線)、 $b/a = 10$ (細線)、 $b/a = 20$ (破線))

ができ、それによって各々の  $h_i$  を求めることができる。横軸に時刻をとり、縦軸にインパルス応答の値を取って、上記の  $[\tau_i, h_i]$  の組を並べ、各点を時刻順に直線で結ぶと、この折れ線は、Fig.4-13に示すように、観測点  $P(\mathbf{r})$  におけるインパルス応答関数  $h(\mathbf{r}, t)$  の近似関数となる。

この近似関数は、 $P'(x, y)$  が、Fig.2-14 の4つの領域のどこに位置するかで、形状が変化する。

$P'(x, y)$  が領域Iに位置する時、 $\tau_{\min} = \tau_A$  となる。この領域内では、放射音場が大きく寄与を受けるエッジ波は、トランスジューサの4つの頂点によるもののみであり、 $h'(\mathbf{r}, t)$  の不連続性は、トランスジューサの頂点に関してのみ起こる。 $h(\mathbf{r}, t)$  は、頂点Aからの波が到達するまで、および頂点Dからの波が到達した後は0となる。頂点B、およびCから、波が  $P(\mathbf{r})$  に到達する時に、 $h(\mathbf{r}, t)$  の傾きが不連続に変化する。 $\tau_B, \tau_C$  の順序は、頂点B、およびCと、 $P(\mathbf{r})$  の間の距離の大小に依存する。この領域における近似関数は、上述の4つの  $[\tau_i, h_i]$  を結んだ形状となり、その特別な場合として、従来の四辺形近似と同様の形状になる。

$P'(x, y)$  が領域IIに位置する時、 $\tau_{\min} = \tau_2$  となる。また、 $P'(x, y)$  が領域IIIに位置する時、 $\tau_{\min} = \tau_1$  となる。放射音場に大きく寄与するエッジ波は、各頂点によるものに加えて、領域IIでは辺2,4、領域IIIでは辺1,3によるものとなる。 $h(\mathbf{r}, t)$  は、領域IIでは辺2、領域IIIでは辺1から最初の波が到達するまでは0であり、頂点Dからの波が到達した後は0となる。各エッジ波の到達順序は、各境界と  $P(\mathbf{r})$  の間の距離の大小に依存する。この領域における近似関数は、上述の6つの  $[\tau_i, h_i]$  を結んだ形状となり、領域IIでは  $[\tau_2, h_2], [\tau_D, h_D]$ 、領域IIIでは  $[\tau_1, h_1], [\tau_D, h_D]$  を結ぶ線を底面とする多角形となる。

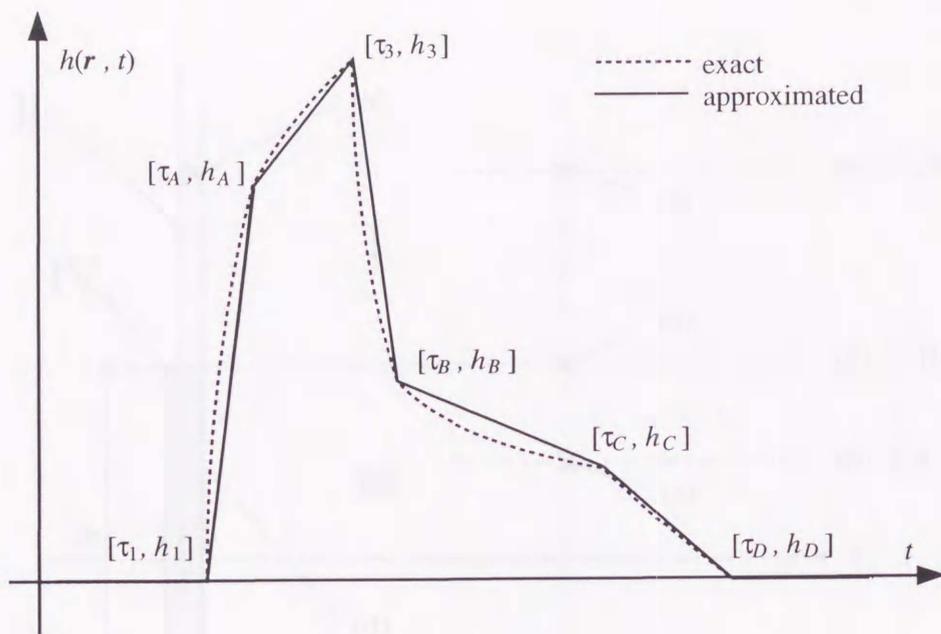


Fig. 4-13: トランスジューサの辺からのエッジ波の寄与を考慮した、折れ線近似法による近似関数

$P'(x,y)$  が領域 IV に位置する時は、直接波が最初に到達し、 $\tau_{\min} = \tau_0$  となる。この領域では、全ての頂点および辺からのエッジ波が、放射音場に大きく寄与する。直接波のほかに、 $h(r,t)$  の傾きを不連続に変化させる境界は、頂点および辺の全てとなる。他の領域と同様に、各エッジ波の到達順序は、各境界と  $P(r)$  の間の距離の大小に依存する。直接波が到達する時刻  $\tau_0$  において、 $h(r,t)$  の値が 0 から  $c$  に変化し、頂点  $D$  からの波が最後に到達した後は、 $h(r,t)$  は 0 となる。そのため、この領域における近似関数は、 $[\tau_0, 0]$ ,  $[\tau_0, c]$  の 2 点、およびその他の 8 個の  $[\tau_i, h_i]$  の組を直線で結んだ形状となり、 $[\tau_0, 0]$ ,  $[\tau_D, h_D]$  を結ぶ線を底面とする多角形となる。

このように、今回示す近似法においては、近似関数を形成するために、頂点に関するインパルス応答の値に加えて、辺における値を考慮しているため、 $P'(x,y)$  を置く領域に制限を加える必要がなくなる。また、トランスジューサのアスペクト比の変化に伴う、インパルス応答の形状の変化にも対応して近似関数を形成することが出来るので、従来の、台形、四辺形による近似に含まれていた問題や制限の多くが取り除かれる。

#### 時間波形の数値計算

折れ線近似法を用いて、時間波形の数値計算を行い、厳密に計算された時間波形、および従来の台形近似法<sup>16)</sup>による計算結果<sup>17)</sup>と比較し、この近似法の有効性を検証する。計算に用いるトランスジューサは、四辺形近似による計算<sup>17)</sup>で使用されたものと、同様のものとする。Fig.4-14 に示すように、幅  $2a$  を  $1/2$  波長とし、幅と高さの比、 $b/a$  を 10 に設定している。このようなサイズのトランスジューサは、一般の 2 次元アレイに対して、ビーム制御

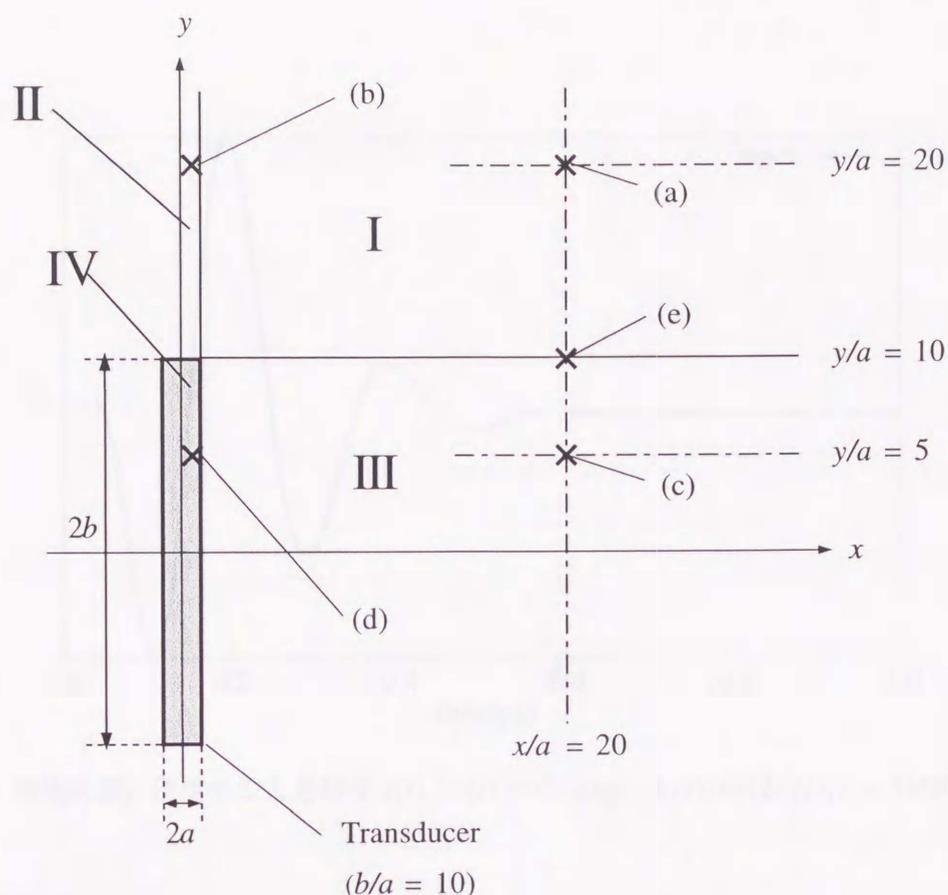


Fig. 4-14: 数値計算に用いたトランスジューサおよび観測点の配置 : (a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$ 、(b) 領域 II :  $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$ 、(c) 領域 III :  $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$ 、(d) 領域 IV :  $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$ 、(e) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$

の自由度を制限することによって要素数を減らした 2 次元アレイの要素として用いられており、また、従来の近似法を適用することが困難な領域を多く含んでいる。計算に用いる入力信号  $v(t)$  として、これまでに示された厳密解析法<sup>14)</sup> や四辺形近似法で<sup>17)</sup> 用いられてきた

$$v(t) = Ct^3 \exp(-kft) \cos(2\pi ft) \quad (4.5)$$

を、比較のためここでも使用する。ここで、 $f$  の値は、 $5\text{MHz}$ <sup>17)</sup> とし、また、 $k$  の値は、 $-3\text{dB}$  帯域幅がおおよそ 50% となる、 $3.83$ <sup>14,17)</sup> としている。また、 $C$  は、振幅を正規化するための係数である。Fig.4-15 に、 $v(t)$  の波形を示す。観測点として設定した点の位置関係を、併せて Fig.4-14 に示す。

近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  は、微分不連続点を除けば変化が直線的になるので、サンプリング間隔を広くとることができる<sup>17)</sup>。近似法では、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  を用いた場合に対して、サンプリング間隔を 4 倍として計算を行った。その結果、時間波形の計算に要した時間は、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  を用いた場合の平均は、10 分 55 秒であり、近似法を用いて計算した場合の平均は、39 秒であった。したがって、近似を用いた計算に要した時間は、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  を用いた場合のおよ

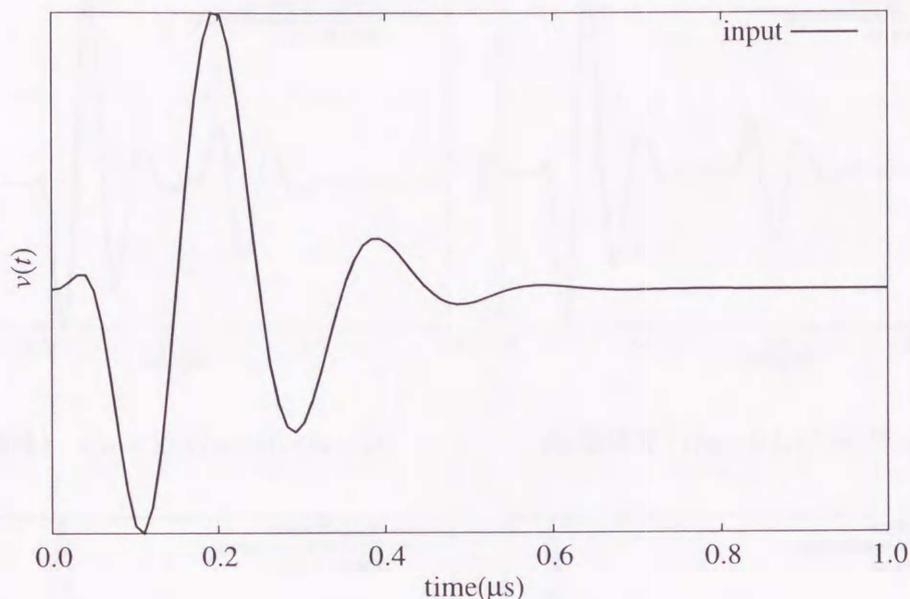


Fig. 4-15: 数値計算に使用する入力信号  $v(t)$ :  $v(t) = Ct^3 \exp(-kft) \cos(2\pi ft)$ ,  $f = 5\text{MHz}$ ,  $k = 3.83$

そ  $(1/4)^2$  に短縮された。

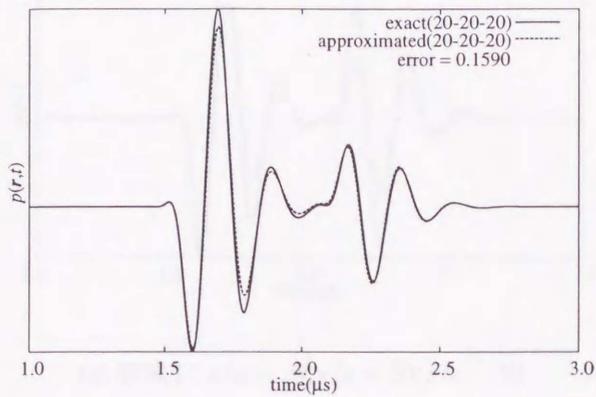
Fig.4-16 は、入力信号  $v(t)$  に対する、放射音圧の時間波形の図である。各々の図において、実線で示される波形が、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  を用いて計算されたものであり、破線で表される波形が、近似を用いて導出した  $h(\mathbf{r}, t)$  によるものである。

Fig.4-16(a) は、 $P'$  が領域 I に存在する場合（すなわち、観測点  $x/a = 20$ 、 $y/a = 20$ 、 $z/a = 20$ ）における時間波形である。観測点がこの領域にある場合の近似計算の方法は、従来から示されている、四辺形近似<sup>17)</sup>と同様になる。厳密計算の結果と比較して、近似計算の結果は全般に一致しているが、ピークの大きさに若干の誤差が見られる。

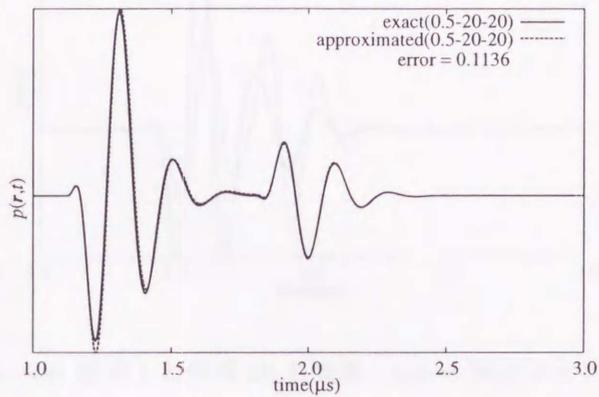
Fig.4-16(b) は、 $P'$  が領域 II に存在する、観測点  $x/a = 0.5$ 、 $y/a = 20$ 、 $z/a = 20$  における時間波形であり、Fig.4-16(c) は、 $P'$  が領域 III に存在する場合で、観測点を  $x/a = 20$ 、 $y/a = 5$ 、 $z/a = 20$  とした波形である。これらの 2 つの観測点における近似計算の結果は、厳密に計算した結果によい一致を示している。

Fig.4-16(d) は、 $P'$  が、トランスジューサ面上の、領域 IV に存在する場合である。観測点の位置は、 $x/a = 0.5$ 、 $y/a = 5$ 、 $z/a = 20$  である。厳密計算と近似計算との間で、波形のピークのたつ時間的な位置は一致しているが、各々のピークの大きさの誤差が目立つ結果となっている。

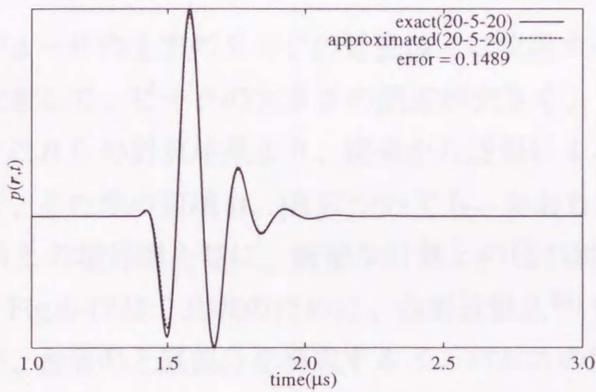
Fig.4-16(e) は、 $P'$  が、領域 I と領域 III との境界線上に存在する場合の結果である。観測点の位置は、 $x/a = 20$ 、 $y/a = 10$ 、 $z/a = 20$  であり、観測点の  $y$  軸方向の位置は、トランス



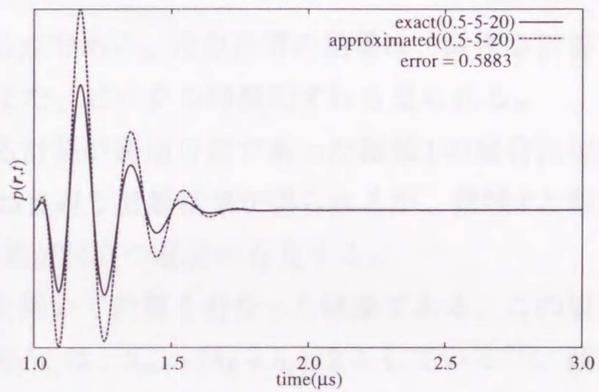
(a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$



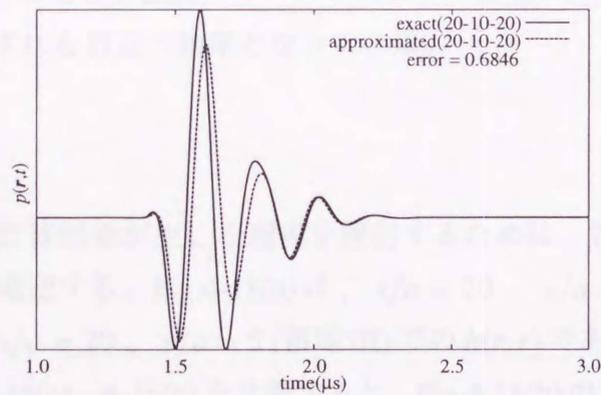
(b) 領域 II :  $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$



(c) 領域 III :  $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$

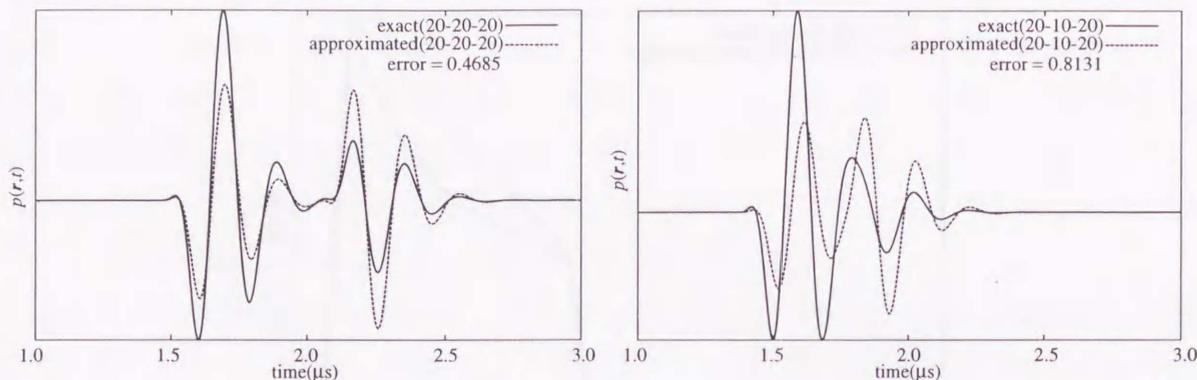


(d) 領域 IV :  $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$



(e) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$

Fig. 4-16: 音圧  $p(r,t)$  の時間波形の計算結果：厳密計算 (実線)、折れ線近似法による近似計算 (破線)



(a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$

(b) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$

Fig. 4-17: 音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  の時間波形の計算結果：厳密計算 (実線)、台形近似法による近似計算 (破線)

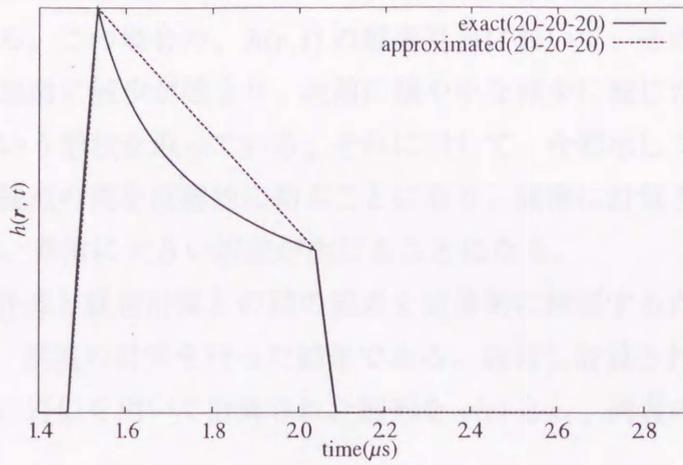
ジューサの上方のエッジの延長線上に位置する点である。近似計算の結果は、厳密な計算と比較して、ピークの大さの誤差が大きく、また、ピークの時間的ずれも見られる。

これらの計算結果より、従来から近似による計算が適用可能であった領域 I の場合に加えて、その他の領域 II、III についても、おおむね良好な計算結果が得られるが、領域 I と領域 III との境界線上等に、厳密な計算との間の誤差が目立つ部分が存在する。

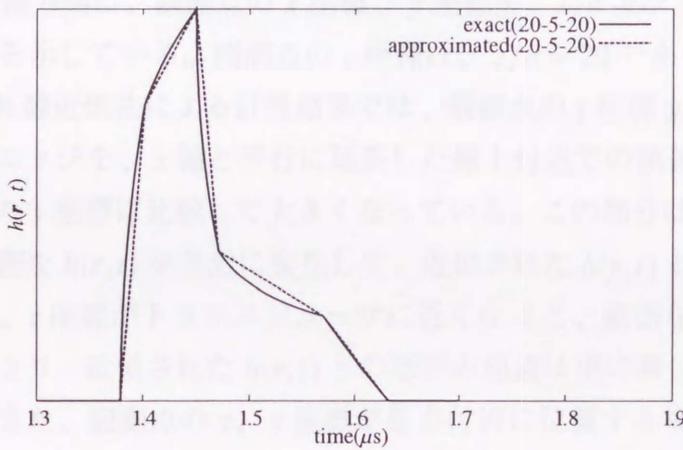
Fig.4-17 は、比較のために、台形近似法<sup>16)</sup>を用いて計算を行なった結果である。この場合の、台形の上底部分を構成するインパルスの値  $h_m$  は、 $h_m = (h_b + h_c)/2$  としている<sup>17)</sup>。観測点の位置は、Fig.4-17(a) は、Fig.4-16(a) と同じ、 $x/a = 20$ 、 $y/a = 20$ 、 $z/a = 20$  (領域 I) であり、Fig.4-17(b) は、Fig.4-16(e) と同じ、 $x/a = 20$ 、 $y/a = 10$ 、 $z/a = 20$  (領域 I と III の境界) である。Fig.4-17(a)、(b) ともに、振幅のピークの大さに誤差が目立ち、さらに、4-17(b) では、ピークの時間的なずれも目立つ結果となっている。

### 近似による計算誤差

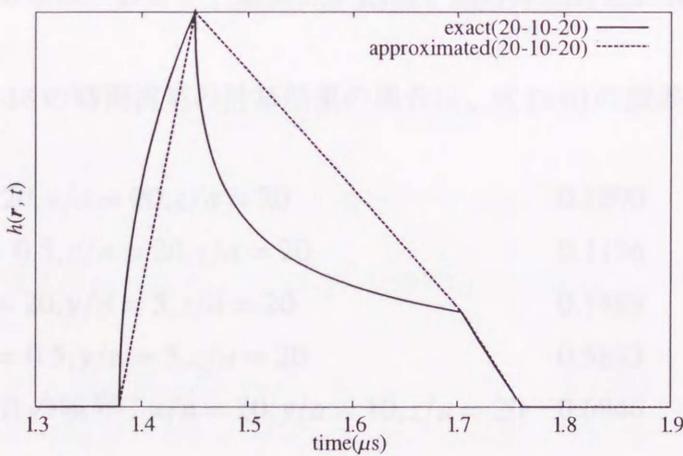
前述の、時間波形の計算誤差が生じる理由を検討するために、領域 I と領域 III、2 つの領域における  $h(\mathbf{r}, t)$  を確認する。Fig.4-18(a) は、 $x/a = 20$ 、 $y/a = 20$  (領域 I) の  $h(\mathbf{r}, t)$  であり、Fig.4-18(b) は、 $x/a = 20$ 、 $y/a = 5$  (領域 III) での  $h(\mathbf{r}, t)$  である。両方の図において、 $z/a = 20$  である。Fig.4-18(a)、4-18(b) を比較すると、Fig.4-18(b) の方が、厳密に計算された  $h(\mathbf{r}, t)$  に近似計算の  $h(\mathbf{r}, t)$  が近くなっている。Fig.4-18(b) においては、微分不連続点の形成にトランスジューサの辺が関係してくる為、 $h(\mathbf{r}, t)$  の微分不連続点の数が多くなる。近似関数は、厳密に計算された関数の微分不連続点を直線で結んだ形状となるので、微分不連続点の数が増えると、厳密な関数に一致する点が増え、その結果、 $h(\mathbf{r}, t)$  の近似関数の形状が、厳密に計算されたものに近くなるためと考えることができる。



(a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$



(b) 領域 III:  $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$



(c) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$

Fig. 4-18: 空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  : 厳密計算 (実線)、折れ線近似法による近似計算 (破線)

Fig.4-18(c)は、観測点の座標が  $x/a = 20$ 、 $y/a = 10$ 、 $z/a = 20$  (領域 I と領域 III の境界) の場合の  $h(\mathbf{r}, t)$  である。この場合の、 $h(\mathbf{r}, t)$  の厳密計算において、その値の減少が始まる部分では、最初非常に急激に減少が始まり、次第に緩やかな減少に転じた後に、次の微分不連続点に到達する、という形状を取っている。それに対して、今回示している近似法では、この2か所の微分不連続点の間を直線的に結ぶことになり、厳密に計算された  $h(\mathbf{r}, t)$  と、近似による関数との間に、非常に大きい誤差が生じることになる。

Fig.4-19は、近似計算と厳密計算との間の誤差を定量的に検証するため、観測点の  $x$  及び  $y$  の値を変化させて、誤差の計算を行った結果である。厳密に計算された  $h(\mathbf{r}, t)$  による時間波形を  $f(t)$ 、 $h(\mathbf{r}, t)$  に近似を用いて計算された波形を  $g(t)$  とし、両者の誤差を以下の形で計算した<sup>17)</sup>。

$$\text{error} = \frac{\sqrt{\int (g(t) - f(t))^2 dt}}{\sqrt{\int (f(t))^2 dt}} \quad (4.6)$$

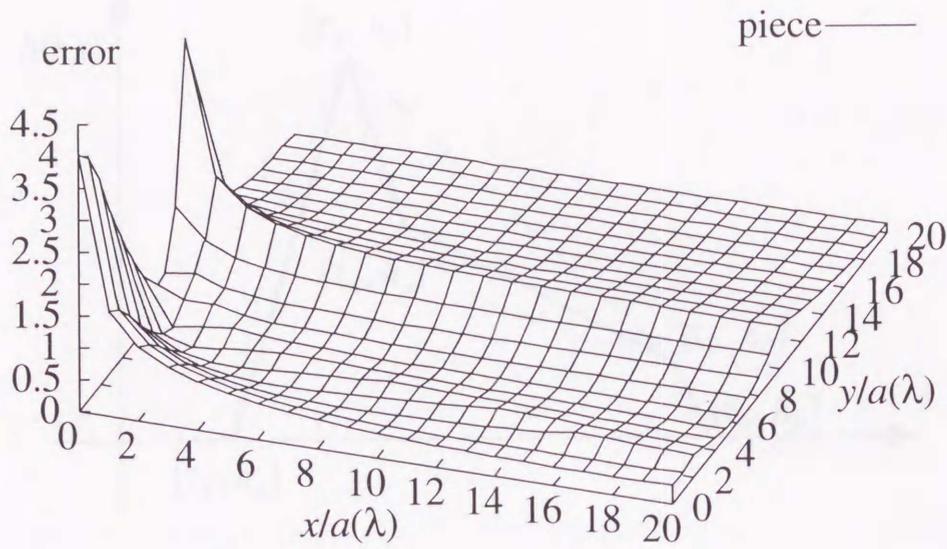
図の  $x$  軸方向及び  $y$  軸方向に、観測点の  $x$  座標、 $y$  座標を、 $x/a$  及び  $y/a$  の形で取り、 $z$  軸方向は誤差の大きさを示している。観測点の  $z$  座標は、 $z/a = 20$  である。

Fig.4-19(a)の、折れ線近似法による計算結果では、観測点の  $y$  座標  $y/a = 10$  付近の、トランスジューサ上方のエッジを、 $x$  軸と平行に延長した線上付近での誤差が、観測点の  $x$  座標に関わらず、その他の  $y$  座標に比較して大きくなっている。この部分は、前の Fig.4-18(c)で示されたように、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  が急激に変化して、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  との間で、形状が大きく異なる部分である。 $x$  座標がトランスジューサに近くなると、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  が急激に減少する傾向が更に強くなり、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  との形状の相違は更に激しくなるので、誤差も大きくなっていく。また、観測点の  $x$ 、 $y$  座標が原点付近に位置する場合にも、誤差が大きくなる傾向が見られる。それ以外の部分では、厳密計算と近似計算との間の誤差は小さく、結局、誤差の大きい領域の部分は、観測点  $y/a$  が、トランスジューサの上部の縁と、その延長線上付近に位置する領域、および、観測点が観測平面の原点付近に位置する領域に制限される。

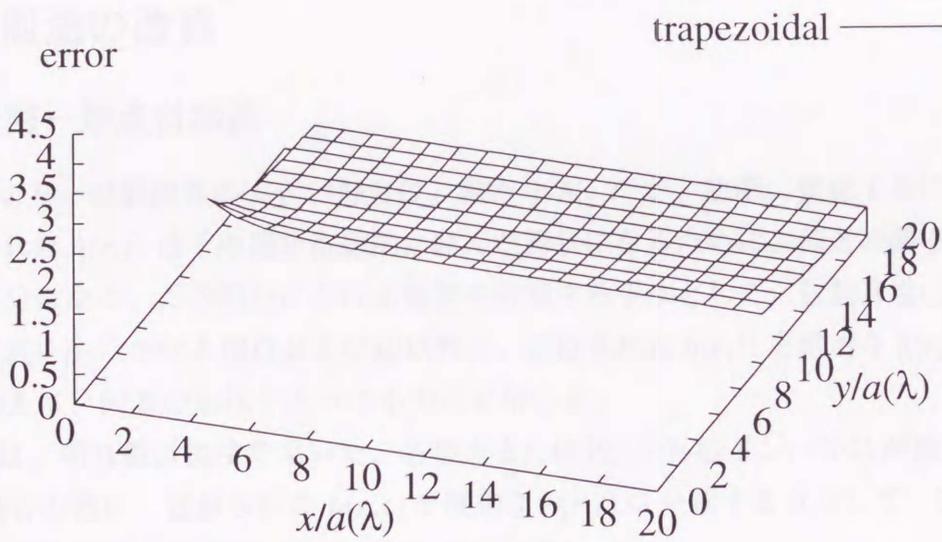
先に示した、Fig.4-16の時間波形の計算結果の場合は、式(4.6)の誤差は、次のようになる。

(a) 領域 I : $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$	0.1590
(b) 領域 II : $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$	0.1136
(c) 領域 III : $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$	0.1489
(d) 領域 IV : $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$	0.5883
(e) 領域 I と領域 III の境界 : $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$	0.6846

Fig.4-19(b)は、Fig.4-19(a)と同様の誤差の計算を、台形近似法<sup>16)</sup>について、適用が可能な範囲で行なったものである。台形の上底の値、 $h_m$  の取り方は、Fig.4-17の場合と同様に、 $h_m = (h_b + h_c)/2$  としている<sup>17)</sup>。適用が可能な範囲の全般にわたって、Fig.4-19(a)と比較し



(a) 折れ線近似法による計算結果



(b) 台形近似法による計算結果

Fig. 4-19: 近似計算と厳密計算との間の誤差

て大きい誤差をとる様子が見られる。Fig.4-17の時間波形の誤差は、次のようになる。

- (a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$                       0.4685
- (b) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$     0.8131

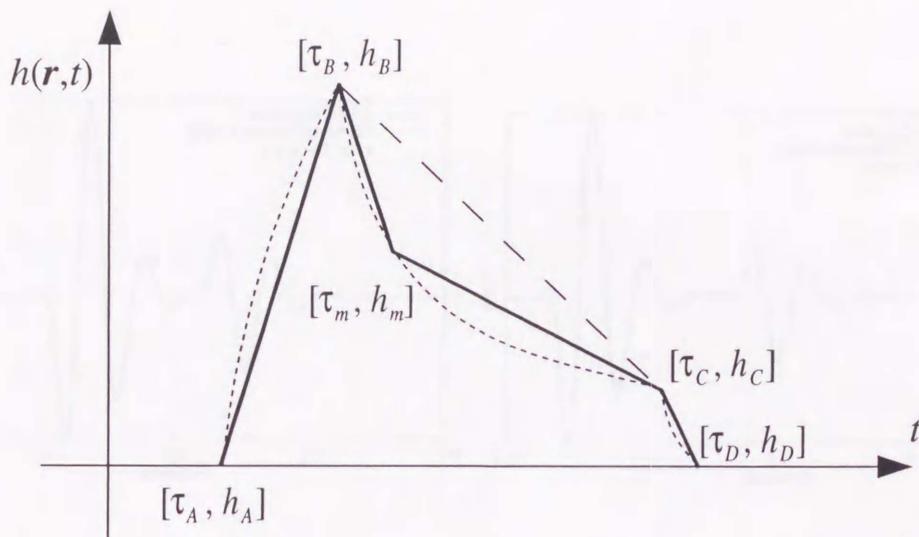


Fig. 4-20: 厳密一致点付加法を用いた  $h(\mathbf{r}, t)$  の近似

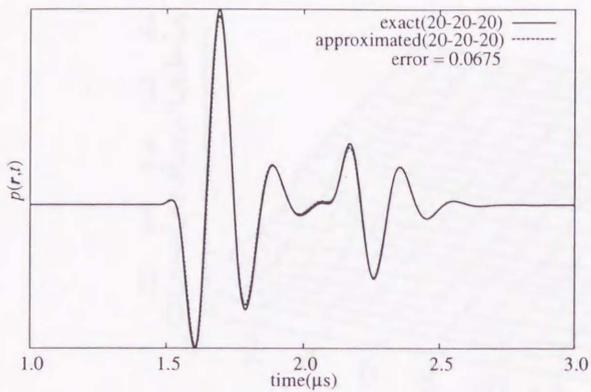
## 4.4 近似法の改良

### 4.4.1 厳密一致点付加法

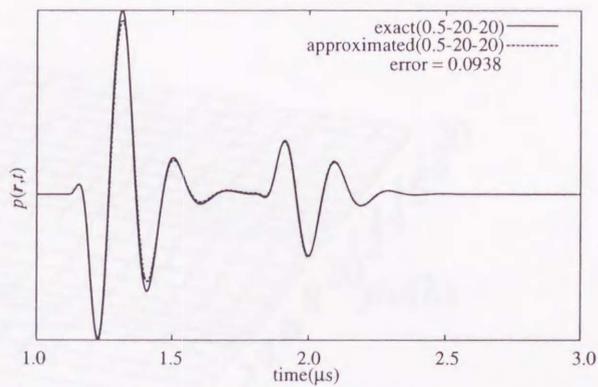
Fig.4-19 より、計算誤差の大きい部分は、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  が、急激に変化するにもかかわらず、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  はその間を直線的に結んだ形状になるために、両者間で形状が大きく異なる部分になる。この部分における誤差を軽減する手法として、放射音場に大きく寄与するエッジ波を生じさせる頂点および辺以外に、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  を厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  に一致させる点を加えて、両者の形状を近づける方法を用いる。

Fig.4-20 は、折れ線近似法で用いた、各頂点または辺  $i$  からのインパルスが観測点  $P(\mathbf{r})$  に到達する場合の他に、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  が厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  に一致する点として、 $[\tau_m, h_m]$  を加え、それらの間を結んで近似を行なったものである。

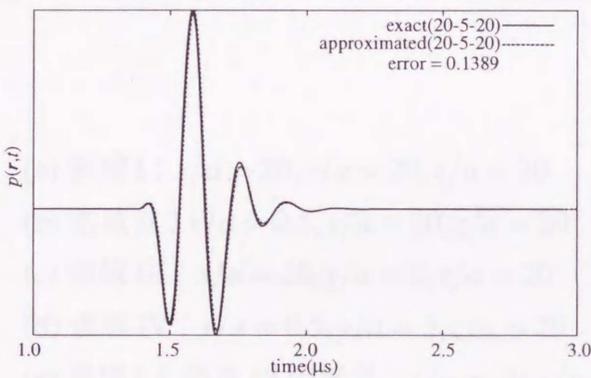
この、厳密一致点付加法を用いて、音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  の時間波形を数値計算した結果を、Fig.4-21 に示す。Fig.4-21(a)–(e) の観測点の位置は、各々、Fig.4-16(a)–(e) と同様であり、その他のパラメータも、Fig.4-16 と同様のものを使用している。近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  を厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  と一致させる点は、Fig.4-21(d) では 2 点、その他は 1 点追加している。全般に、厳密計算と近似計算との間の誤差は軽減されており、特に、Fig.4-16(d)、(e) で見られた、ピークの大きさの違いや、時間的なずれが、Fig.4-21(d)、(e) では、それぞれ小さくなっている様子が見られる。式(4.6)による計算誤差は、各々、次のようになる。



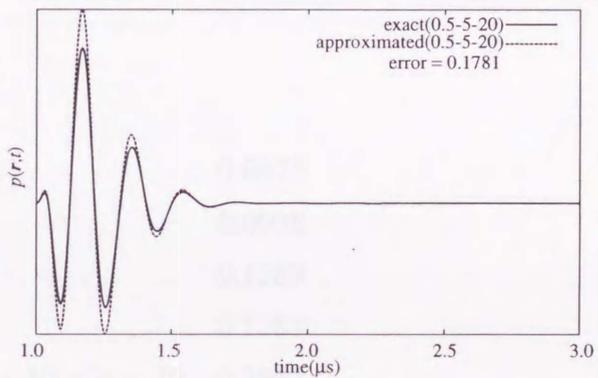
(a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$



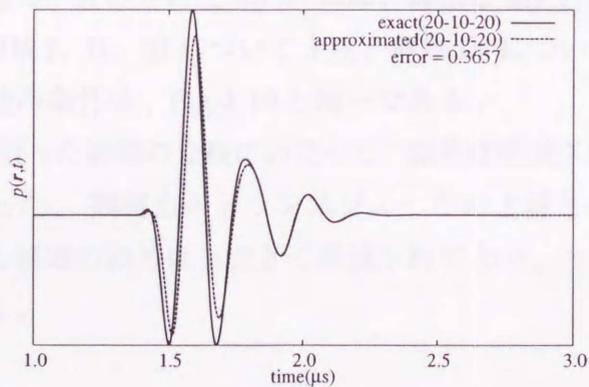
(b) 領域 II :  $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$



(c) 領域 III :  $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$



(d) 領域 IV :  $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$



(e) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$

Fig. 4-21: 厳密一致点付加法による、音圧  $p(r,t)$  の時間波形の計算結果：厳密計算 (実線)、近似計算 (破線)

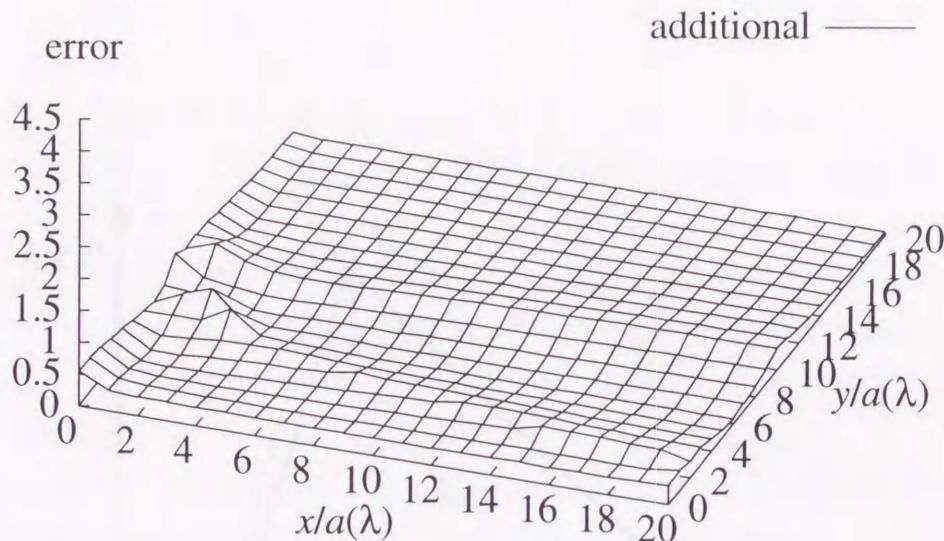


Fig. 4-22: 厳密計算と近似計算との間の誤差 (厳密一致点付加法) : 近似値 (実線) および厳密値 (破線)

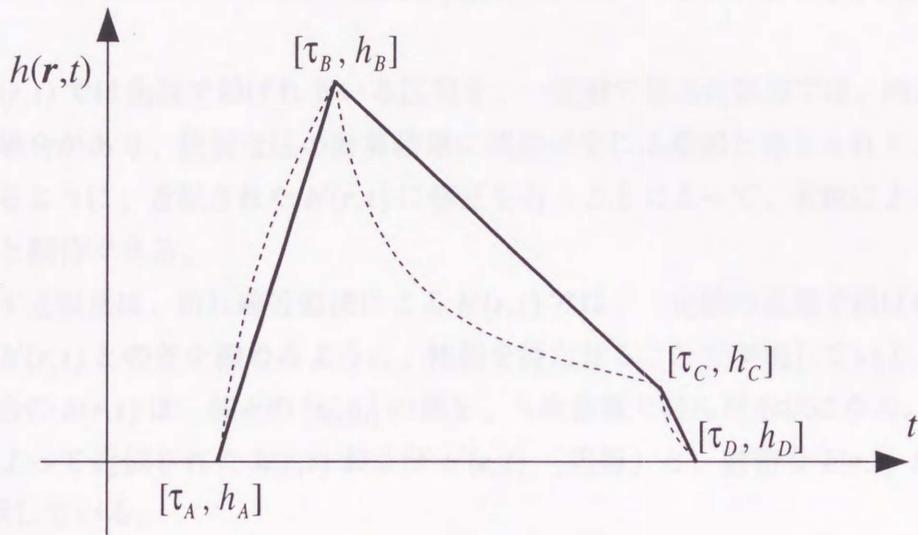
(a) 領域 I : $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$	0.0675
(b) 領域 II : $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$	0.0938
(c) 領域 III : $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$	0.1389
(d) 領域 IV : $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$	0.1781
(e) 領域 I と領域 III の境界 : $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$	0.3657

Fig.4-22 は、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  について、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  と一致させる点を追加して、誤差の計算を行った結果である。近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  には、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  が急激に変化する部分にあわせて、Fig.2-14 の領域 I、II、III について 1 点、領域 IV については 2 点の、一致する点を追加している。その他の条件は、Fig.4-19 と同一である。

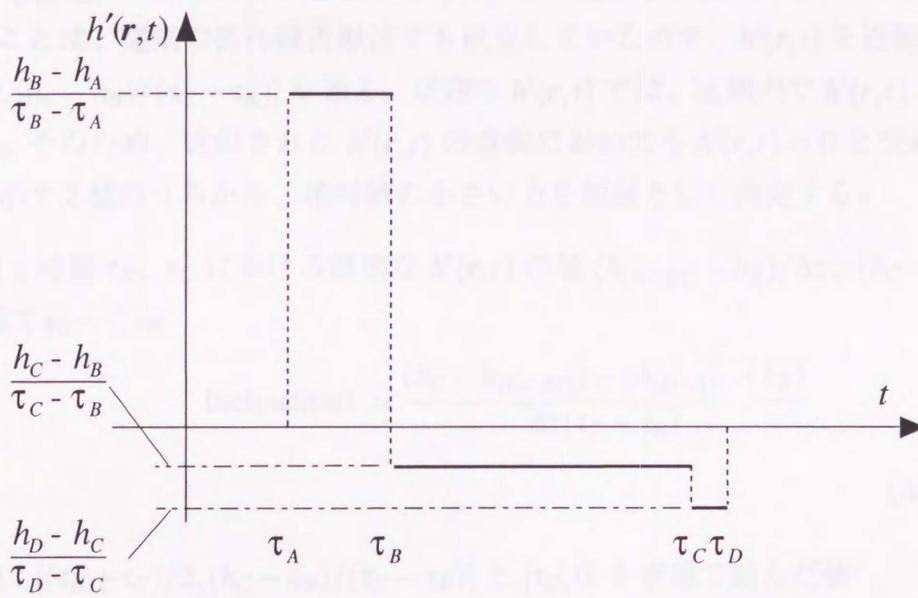
Fig.4-22 より、計算を行った領域の全般にわたって、誤差は軽減されている。特に、Fig.4-19 において誤差の大きかった、観測点がトランスジューサの上縁とその延長線上付近、および、原点付近に位置する領域の誤差は、大きく軽減されており、一致点を追加することが非常に有効であると言える。

#### 4.4.2 二次曲線近似法

先に示した、折れ線近似法、あるいは四辺形近似法では、Fig.4-23(a) に示すように、トランスジューサの各エッジ  $i$  (Fig.4-23(a) においては、 $i = A, B, C, D$ ) からのインパルスが到達する時刻を  $\tau_i$ 、時刻  $\tau_i$  におけるインパルス応答の値を  $h_i$  とし、各々の  $[\tau_i, h_i]$  の間を、直線で結ぶことによって近似を実現している。



(a)



(b)

Fig. 4-23: 空間インパルス応答  $h(r,t)$ (a) および時間微分  $h'(r,t)$ (b): 折れ線近似法(四辺形近似法)による近似値(実線)および厳密値(破線)

一方、トランスジューサからの放射音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  の導出には、式 (2.6) に示すように、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  の時間微分  $(\partial/\partial t)h(\mathbf{r}, t) = h'(\mathbf{r}, t)$  が用いられる。Fig.4-23(b) は、折れ線近似法による、時間微分  $h'(\mathbf{r}, t)$  である。このとき、近似による  $h'(\mathbf{r}, t)$  は、各区分ごとに、一定値で結ばれることになり、例えば区分  $[\tau_B, \tau_C]$  では、一定値  $(h_C - h_B)/(\tau_C - \tau_B)$  で結ばれる。

厳密な  $h'(\mathbf{r}, t)$  では曲線で結ばれている区間を、一定値で結ぶ近似法では、両者の形状が大きく異なる場合があり、放射音圧の計算結果に誤差が生じる原因と考えられる。従って、この差を縮めるように、近似された  $h'(\mathbf{r}, t)$  に修正を行うことによって、近似による計算誤差が軽減されると期待できる。

ここで示す近似法は、折れ線近似法による  $h'(\mathbf{r}, t)$  では、一定値の直線で結ばれていた部分を、厳密な  $h'(\mathbf{r}, t)$  との差を縮めるように、傾斜を持たせることで実現している。この近似法を用いた場合の  $h(\mathbf{r}, t)$  は、各々の  $[\tau_i, h_i]$  の間を、二次曲線で結んだ形状になる。Fig.4-24 は、この方法によって近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  および  $h'(\mathbf{r}, t)$  (実線) と、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  および  $h'(\mathbf{r}, t)$  (破線) を示している。

Fig.4-24(b) の区分  $[\tau_B, \tau_C]$  を例として、区分ごとの直線の決定法を示す。もとの空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  において、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  は、 $[\tau_B, h_B], [\tau_C, h_C]$  を結ぶこととしているので、区分  $[\tau_B, \tau_C]$  の積分値は、厳密な  $h'(\mathbf{r}, t)$  と、近似された  $h'(\mathbf{r}, t)$  との間で等しくなる。同様のことは、従来の折れ線近似法でも成立していたので、 $h'(\mathbf{r}, t)$  を近似する直線は、 $[(\tau_B + \tau_C)/2, (h_C - h_B)/(\tau_C - \tau_B)]$  を通る。厳密な  $h'(\mathbf{r}, t)$  では、区分内で  $h'(\mathbf{r}, t) = 0$  と交わることは無い。そのため、近似された  $h'(\mathbf{r}, t)$  の直線においても  $h'(\mathbf{r}, t) = 0$  と交差しないように、以下に示す2種のうちから、絶対値の小さい方を傾斜として決定する。

- 傾斜1: 時刻  $\tau_B, \tau_C$  における厳密な  $h'(\mathbf{r}, t)$  の値  $(h_{(B+\Delta\tau)} - h_B)/\Delta\tau, (h_C - h_{(C-\Delta\tau)})/\Delta\tau$  を直線で結んだ値

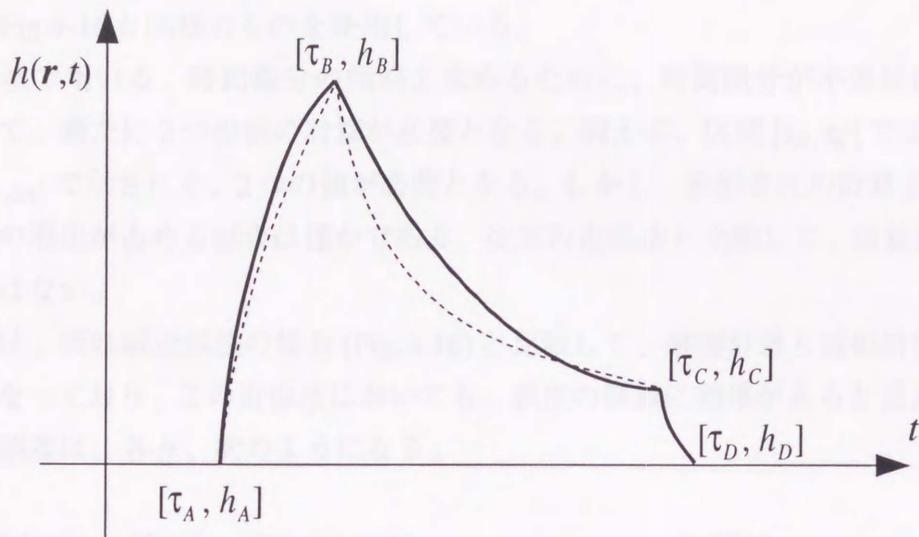
$$\text{Inclination1} = \frac{(h_C - h_{(C-\Delta\tau)}) - (h_{(B+\Delta\tau)} - h_B)}{\Delta\tau(\tau_C - \tau_B)} \quad (4.7)$$

( $\Delta\tau$ : 微小時間)

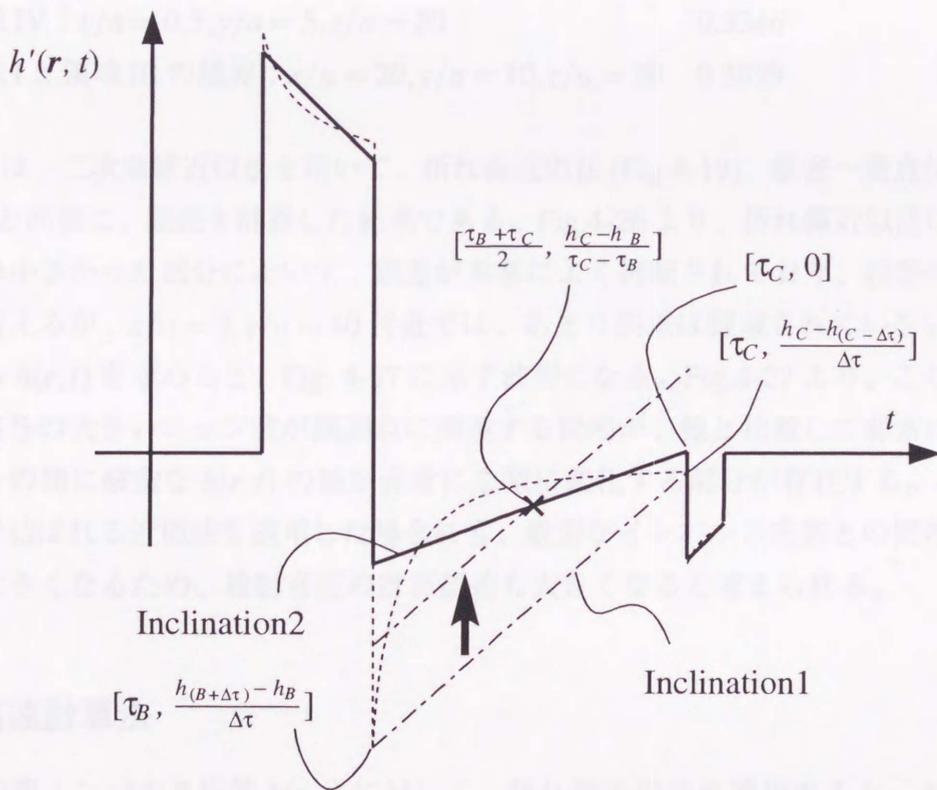
- 傾斜2:  $[(\tau_B + \tau_C)/2, (h_C - h_B)/(\tau_C - \tau_B)]$  と  $[\tau_C, 0]$  を直線で結んだ値

$$\text{Inclination2} = -\frac{2(h_C - h_B)}{(\tau_C - \tau_B)^2} \quad (4.8)$$

その他の各々の区分についても、同様に直線が決定され、近似された  $h'(\mathbf{r}, t)$  が形成される。この近似法による  $h(\mathbf{r}, t)$  は、Fig.4-24(a) に示すように、各々の  $[\tau_i, h_i]$  の間を、二次曲線で結んだ形状になるため、従来の折れ線近似法と比較して、より厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  に近い形状となっており、数値計算における、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  を用いた計算結果との間の誤差を軽減することが期待できる。



(a)



(b)

Fig. 4-24: 空間インパルス応答  $h(r,t)$ (a) および時間微分  $h'(r,t)$ (b): 二次曲線近似法による近似値(実線)および厳密値(破線)

Fig.4-25は、二次曲線近似法を用いて行なった、音圧  $p(\mathbf{r},t)$  の時間波形の数値計算結果である。Fig.4-25(a)–(e)の観測点の位置は、各々、Fig.4-16(a)–(e)と同様であり、その他のパラメータも、Fig.4-16と同様のものを使用している。

この近似法で用いる、時間微分の傾斜を求めるために、時間微分が不連続になる点の各区間において、新たに2つの値の計算が必要となる。例えば、区間  $[\tau_B, \tau_C]$  では、式(4.7)の  $h_{(B+\Delta\tau)}, h_{(C-\Delta\tau)}$  で示される、2つの値が必要となる。しかし、放射音圧の計算全体に対して、これらの値の導出が占める割合は僅かであり、従来の近似法と比較して、計算量が大きく増大することはない。

計算結果は、折れ線近似法の場合 (Fig.4-16) と比較して、厳密計算と近似計算との間の誤差が小さくなっており、この近似法においても、誤差の軽減に効果があると言える。式(4.6)による計算誤差は、各々、次のようになる。

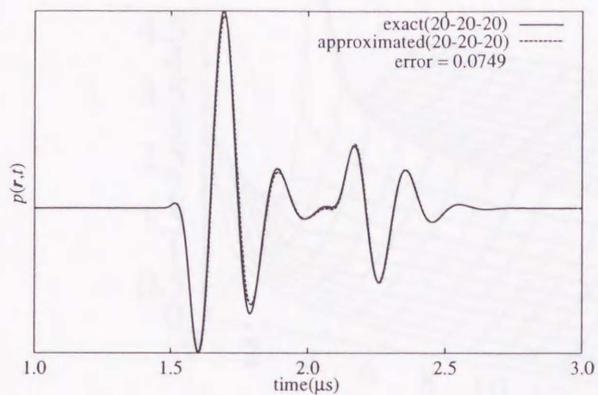
(a) 領域 I : $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$	0.0749
(b) 領域 II : $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$	0.0797
(c) 領域 III : $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$	0.0383
(d) 領域 IV : $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$	0.3346
(e) 領域 I と 領域 III の境界 : $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$	0.3899

Fig.4-26は、二次曲線近似法を用いて、折れ線近似法 (Fig.4-19)、厳密一致点付加法 (Fig.4-22) の場合と同様に、誤差を計算した結果である。Fig.4-26より、折れ線近似法においても比較的誤差の小さかった部分において、誤差が非常によく抑制されており、誤差の軽減に効果があると言えるが、 $x/a = 0, y/a = 10$  付近では、あまり誤差は軽減されていない。この観測点における  $h(\mathbf{r},t)$  を求めると、Fig. 4-27 に示す波形になる。Fig.4-27より、このような観測点では、寄与の大きいエッジ波が観測点に到達する間隔が、他と比較して非常に大きく、なおかつ、その間に厳密な  $h(\mathbf{r},t)$  の値が非常に急激に変化する部分が存在する。この区間に、二次曲線で結ばれる近似法を適用した場合にも、厳密なインパルス応答との間の形状の相違は非常に大きくなるため、放射音圧の計算誤差も大きくなると考えられる。

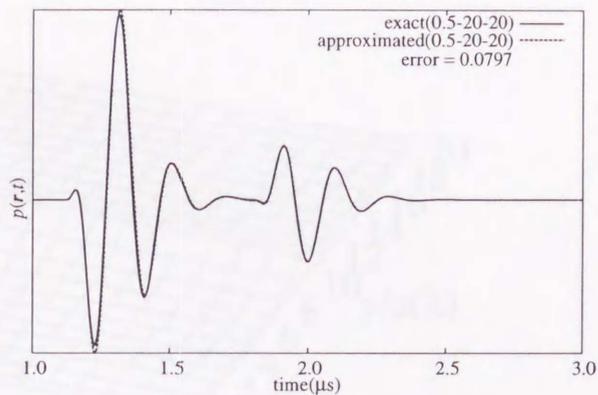
#### 4.4.3 高速計算法

厳密な空間インパルス応答  $h(\mathbf{r},t)$  に対して、折れ線近似法を適用すると、その時間微分  $h'(\mathbf{r},t)$  は、前述のように、その不連続となる区間ごとに、一定値をとる。そのため、式(2.6)で示される、音圧  $p(\mathbf{r},t)$  の計算式、

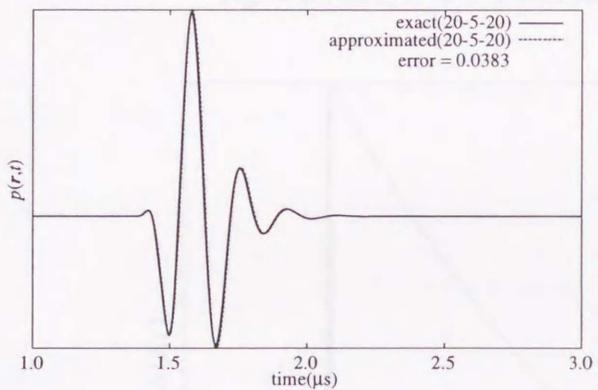
$$p(\mathbf{r},t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} v(t) * h(\mathbf{r},t) = \rho v(t) * \frac{\partial}{\partial t} h(\mathbf{r},t) \quad (4.9)$$



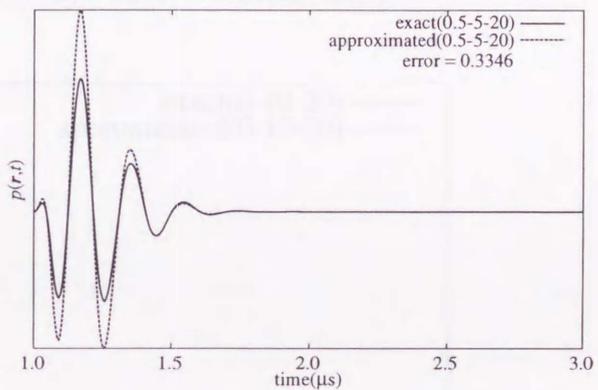
(a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$



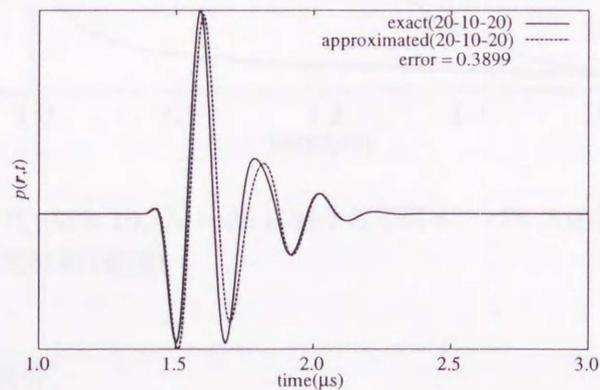
(b) 領域 II :  $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$



(c) 領域 III :  $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$



(d) 領域 IV :  $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$



(e) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$

Fig. 4-25: 二次曲線近似法による、音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  の時間波形の計算結果：厳密計算 (実線)、近似計算 (破線)

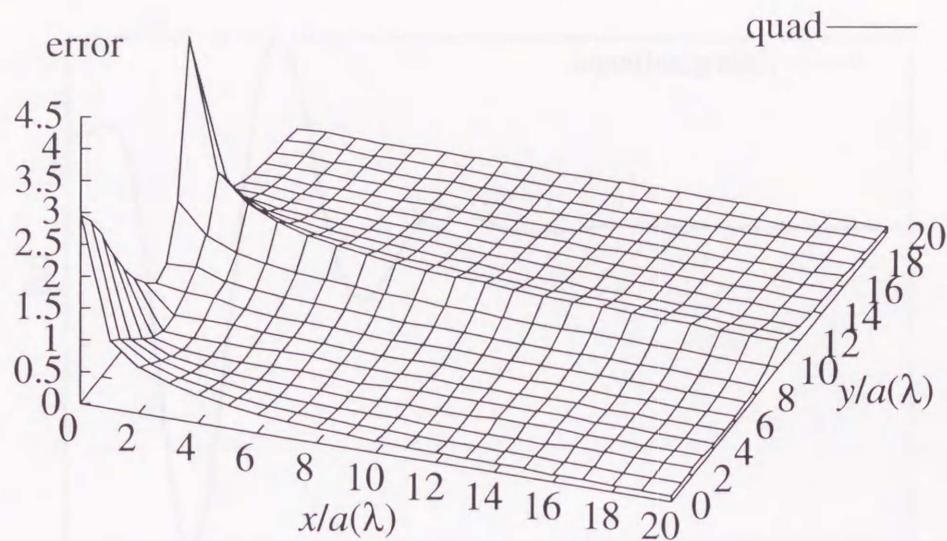


Fig. 4-26: 厳密計算と近似計算との間の誤差 (二次曲線近似法)

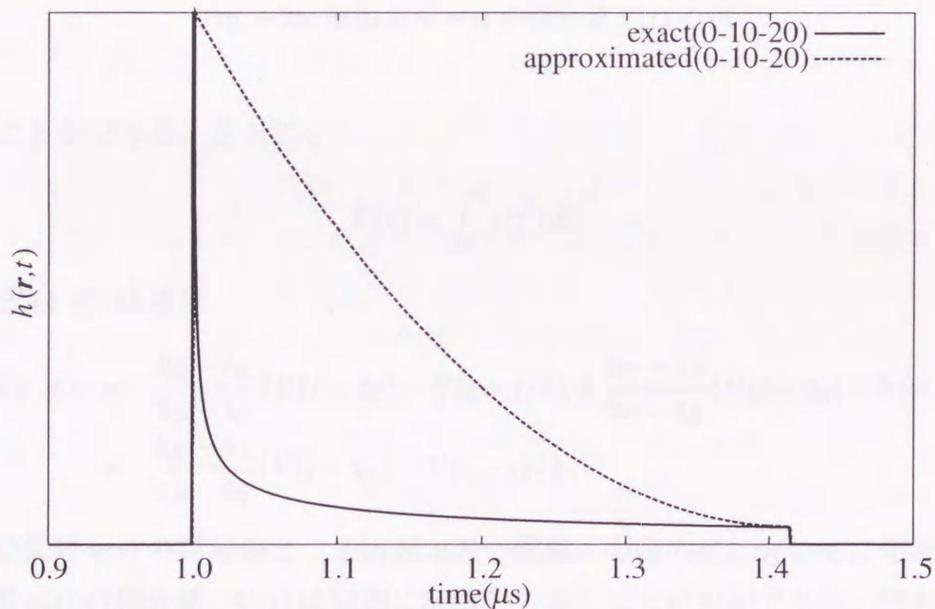


Fig. 4-27: 観測点  $x/a=0, y/a=10, z/a=20$  における空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$ : 厳密値 (実線)、二次曲線近似法による近似値 (破線)

のコンボリューション部分、

$$v(t) * h'(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t') h'(\mathbf{r}, t - t') dt' \quad (4.10)$$

のうち、 $h'(\mathbf{r}, t - t')$  は、各々の時間区間ごとに一定値となる。例えば、 $h'(\mathbf{r}, t)$  が、Fig.4-23(b) に示すような形状となる場合、式 (4.10) は、

$$v(t) * h'(\mathbf{r}, t) = \frac{h_D - h_C}{\tau_D - \tau_C} \int_{t-\tau_D}^{t-\tau_C} v(t') dt' + \frac{h_C - h_B}{\tau_C - \tau_B} \int_{t-\tau_C}^{t-\tau_B} v(t') dt' + \frac{h_B - h_A}{\tau_B - \tau_A} \int_{t-\tau_B}^{t-\tau_A} v(t') dt' \quad (4.11)$$

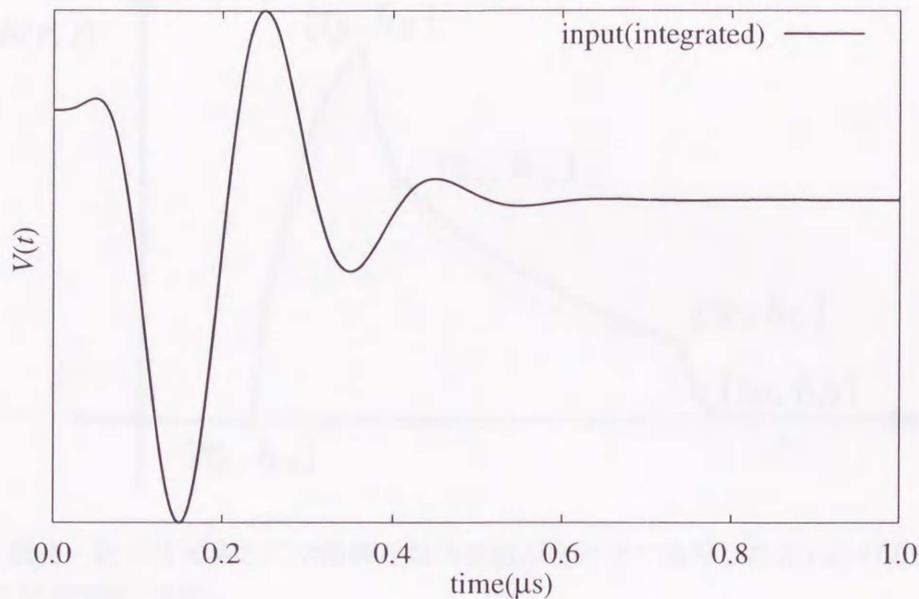


Fig. 4-28: 駆動信号  $v(t)$  の積分値  $V(t)$  の例

と変形することができる。さらに、

$$V(t) = \int_0^t v(t') dt' \quad (4.12)$$

とすると、式(4.10)は結局、

$$\begin{aligned} v(t) * h'(r, t) = & \frac{h_D - h_C}{\tau_D - \tau_C} \{V(t - \tau_C) - V(t - \tau_D)\} + \frac{h_C - h_B}{\tau_C - \tau_B} \{V(t - \tau_B) - V(t - \tau_C)\} \\ & + \frac{h_B - h_A}{\tau_B - \tau_A} \{V(t - \tau_A) - V(t - \tau_B)\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

となり、駆動信号  $v(t)$  の積分値と、各区間毎の一定値との積の足し合わせに帰着する。ここで、駆動信号  $v(t)$  の積分値、 $V(t)$  は別個に計算しておくことが可能である。例えば、これまでの数値計算で使用した、Fig.4-15 に示す  $v(t)$  の場合は、 $V(t)$  は、Fig.4-28 のようになる。

以上より、計算するデータ数が等しい場合、全体の計算量は、 $v(t) * h'(r, t)$  を直接計算する場合と比較して、大幅に削減される。パーソナルコンピュータを用いて、Fig.4-16 に示されるような、音圧の時間波形の数値計算を行なう場合、データ点数が 65536 点では、コンボリューションを直接計算すると、要する時間は、およそ 10 分 55 秒となった。一方、ここで示した高速計算法による場合では、計算に要する時間は、およそ 1.7 秒となり、コンボリューションを直接計算する場合のおよそ 1/385 に短縮された。

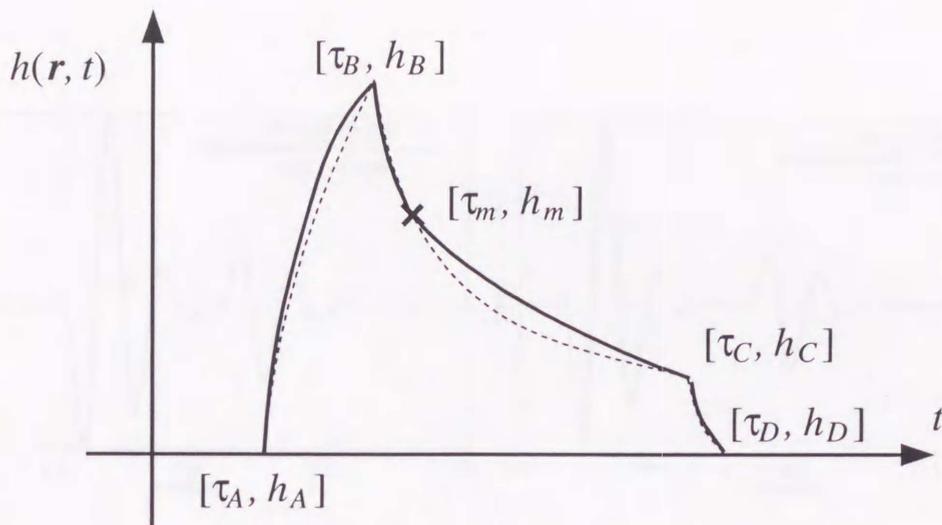


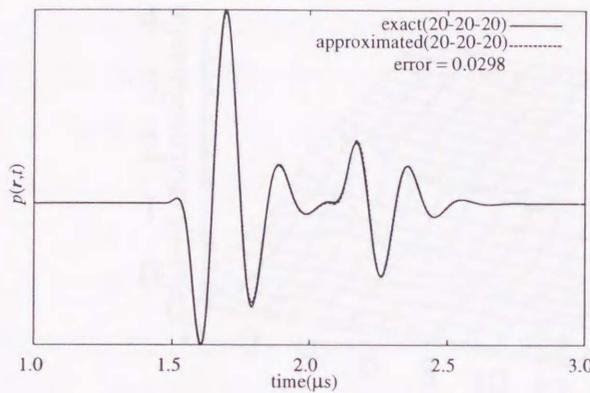
Fig. 4-29: 厳密一致点付加法と二次曲線近似法を組み合わせ適用した  $h(\mathbf{r}, t)$  の近似：近似値 (実線) および厳密値 (破線)

#### 4.4.4 改良された近似法の組合せ

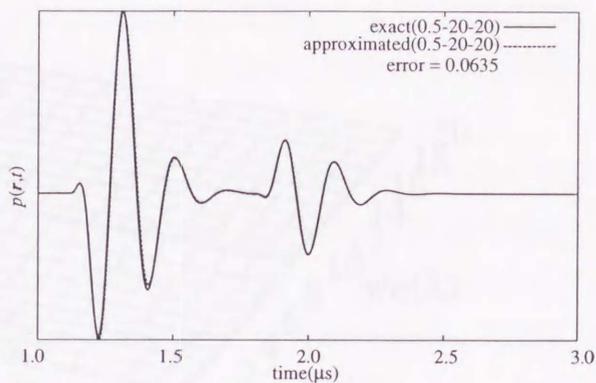
これまでに示した、折れ線近似法を改良した近似法である、厳密一致点付加法、二次曲線近似法、高速計算法は、各々、単独で適用することによって、計算誤差の抑制や、解析の高速化を行なうことができるが、これらを組み合わせ適用することが可能な場合がある。厳密一致点付加法と高速計算法を組み合わせ適用すると、Fig.4-22 に示されるような、折れ線近似法を用いた場合と比較して誤差の抑制された解析を、極めて高速に行なうことが可能になる。また、計算誤差を抑制する改良法である、厳密一致点付加法と二次曲線近似法を組み合わせ適用すると、更に誤差の抑制された解析を行なうことができる。

Fig.4-29 は、厳密一致点付加法と二次曲線近似法を組み合わせ適用した場合の、空間インパルス応答  $h(\mathbf{r}, t)$  である。厳密一致点付加法と同様に、 $h(\mathbf{r}, t)$  の時間微分が不連続になる点の他に、厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  に一致する点として、 $[\tau_m, h_m]$  を加え、さらに、各々の  $[\tau_i, h_i]$  の間を、二次曲線で結ぶことによって、 $h(\mathbf{r}, t)$  を近似している。

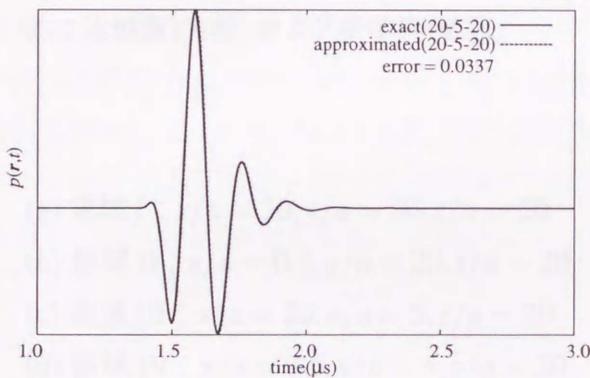
Fig.4-30 は、この近似法を適用して、音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  の時間波形を数値計算した結果である。Fig.4-30(a)–(e) の観測点の位置は、各々、Fig.4-16(a)–(e) と同様であり、その他のパラメータも、Fig.4-16 と同様である。厳密一致点付加法による計算の場合 (Fig.4-21) と同様に、近似された  $h(\mathbf{r}, t)$  を厳密な  $h(\mathbf{r}, t)$  と一致させる点を、Fig.4-30(d) では 2 点、その他は 1 点追加している。この近似法による計算では、厳密計算との誤差はほとんど見られなくなっている。特に、Fig.4-30(e) では、これまでの近似法では目立っていた、波形の時間的なずれが非常に小さくなっている。これまでと同様に、式 (4.6) による誤差を計算すると、各々、次のようになる。



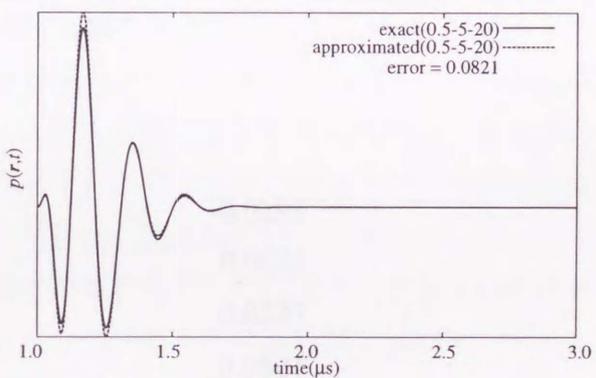
(a) 領域 I :  $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$



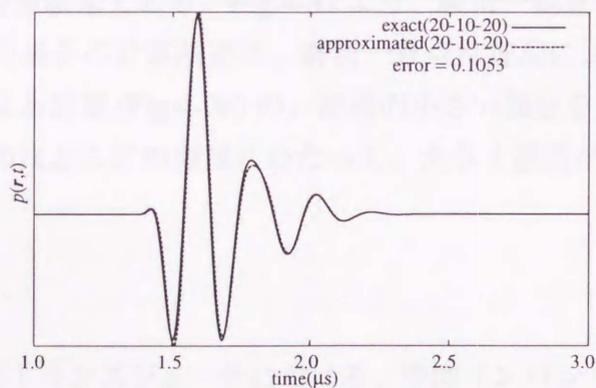
(b) 領域 II :  $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$



(c) 領域 III :  $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$



(d) 領域 IV :  $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$



(e) 領域 I と領域 III の境界 :  $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$

Fig. 4-30: 厳密一致点付加法と二次曲線近似法の組み合わせによる、音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  の時間波形の計算結果：厳密計算 (実線)、近似計算 (破線)

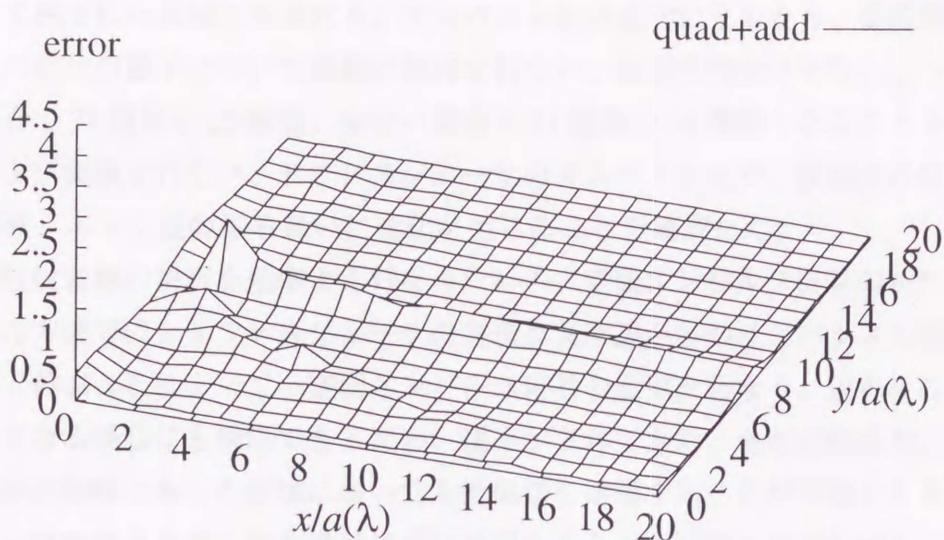


Fig. 4-31: 厳密計算と近似計算との間の誤差 (厳密一致点付加法と二次曲線近似法の組み合わせ): 近似値 (実線) および厳密値 (破線)

(a) 領域 I : $x/a = 20, y/a = 20, z/a = 20$	0.0298
(b) 領域 II : $x/a = 0.5, y/a = 20, z/a = 20$	0.0635
(c) 領域 III : $x/a = 20, y/a = 5, z/a = 20$	0.0337
(d) 領域 IV : $x/a = 0.5, y/a = 5, z/a = 20$	0.0821
(e) 領域 I と領域 III の境界 : $x/a = 20, y/a = 10, z/a = 20$	0.1053

Fig.4-31 は、誤差の計算結果である。Fig.4-31 より、厳密一致点付加法と二次曲線近似法を組み合わせ適用した場合の計算誤差は、厳密一致点付加法による計算 (Fig.4-22)、および、二次曲線近似法による計算 (Fig.4-26) の、誤差の小さい部分を併せ持っていると言うことができ、観測空間内のほとんどの領域にわたって、大きく誤差が抑制されている。

## 4.5 まとめ

本章では、まず、矩形トランスジューサにおける、空間インパルス応答の導出法について、従来検証されていなかった部分の詳細を示した。観測点の位置が変化すると、トランスジューサの4つの頂点と4つの辺からなるエッジから、観測点までの距離が変化し、それによって各エッジ波の到達順序が変わる。そのため、放射音場を導出するための空間インパルス応答は、それぞれの到達順序について異なったものとなる。辺からのエッジ波の到達順序を検討し、その合計が31種類となることを示した。各エッジからの波の到達順序の等しい観測点の集合は、トランスジューサ平面上に、各エッジからの距離が等しくなるように引かれた曲

線群によって囲まれた領域で示される。アスペクト比の変化にともなう、曲線群によって囲まれた領域の変化の様子について詳細に検討を行ない、観測空間全体で存在しうる領域の数が、多い場合で31種類中25種類、少ない場合で31種類中14種類となることを示した。数値計算、および実験を行ない、トランスジューサのアスペクト比や、観測点の位置の違いによって直接波、エッジ波の振る舞いに変化が生じることを確認した。

続いて、放射音場の解析を効率よく行なうための、空間インパルス応答の折れ線近似法を示した。この方法では、トランスジューサの各頂点又は辺からのインパルスの値を求め、その間を直線で結ぶことによって、空間インパルス応答の近似を行なう。辺からのエッジ波の寄与が大きくなる場合にも対応できるため、従来示されてきた、台形近似法や、四辺形近似法では、適用が困難であった領域においても近似法を適用することが可能となり、また、トランスジューサのアスペクト比を意識せずに適用することが可能となっている。音圧波形の数値計算を行ない、そのほとんどの場合で、厳密な空間インパルス応答を用いて計算した場合とよい一致を示し、また、計算に要する時間も短縮された。

計算誤差が目立った一部の領域では、厳密な空間インパルス応答と、折れ線近似法による近似との間で、その形状に大きな差が生じていた。この誤差を抑制するために、近似された空間インパルス応答が、厳密な空間インパルス応答と一致する点を追加する、厳密一致点付加法や、折れ線近似法では直線で結ばれていた部分を二次曲線で結ぶことによって、厳密な空間インパルス応答の形状に近づける、二次曲線近似法を示した。また、放射音場の計算に用いる、空間インパルス応答の時間微分と、トランスジューサの駆動信号とのコンボリューションを、折れ線近似法を利用して変形し、解析をさらに効率よく行なう、高速計算法を示した。音圧波形の数値計算を行ない、厳密計算と比較して、誤差が非常に小さい結果を得ることや、計算に要する時間を大幅に削減することが可能であることを示した。

## 第5章 結論

本論文では、超音波を用いた映像装置や、測定装置等に応用を図っていくことを目的として、円環トランスジューサアレイを用いた、回折を起こさずに伝播するビームの形成法、ならびに、矩形トランスジューサからの放射音場の詳細な解析、さらに、解析を効率よく行なうための、空間インパルス応答の近似法に関して、検討を行なった。

円環トランスジューサアレイを用いた無回折ビームの形成法では、第一種0次ベッセル関数  $J_0$  によって決定される幅を持つアレイ要素を、互いに逆位相の同一振幅で駆動する方法を提案した。この方法は、従来示されてきた方法と比較して、容易に構成、検討を行なうことができる。連続波による放射音圧強度分布の数値計算および実験では、円環要素の幅、および要素数によるビームの形状の変化を検討し、隙間を開けて構成され、相対的にのみ決定される、要素幅および要素数の最適値があることを示した。また、駆動信号としてパルス波を用い、その時間応答波形を求める数値計算、および実験では、径方向に位置を違って観測した波形の、振幅、および位相の変化について検討を行い、同一振幅の円環アレイによって形成された音場が、 $J_0$  関数に対応した振幅を持つ平面波として伝播していることを確認した。これらの検討結果より、ビームが到達する範囲内では、幅の細い、無回折なビームが実現されていることが示された。

矩形トランスジューサの放射音場の解析においては、トランスジューサの4つの頂点、4つの辺からなるエッジと、音波を受信する観測点の位置関係によって複雑に変化する、各エッジ波の、観測点への到達順序について、その全ての場合を示した。その結果、合計で31種類の異なった空間インパルス応答が存在しうることを示した。また、この31種類のうちのどれが実際に出現するかは、トランスジューサのアスペクト比に依存して決定され、多い場合で31種類中25種類、少ない場合でも31種類中14種類となることを示した。

また、矩形トランスジューサからの放射音場の解析を効率よく行なう方法として、トランスジューサの各頂点又は辺からのインパルスの値を求め、その間を直線で結ぶことによって、空間インパルス応答の近似を行なう、折れ線近似法を提案した。この方法は、辺からのエッジ波の寄与が大きい場合においても適用が可能であるため、従来示されてきた近似法では適用が困難であった領域においても、近似法を適用することが可能となり、また、トランスジューサのアスペクト比を意識せずに適用することを可能にした。音圧波形の数値計算では、そのほとんどの場合で、厳密計算と比較して、短い時間でよく一致した結果を得られることを示した。さらに、計算誤差を抑制するための、折れ線近似法の改良法として、近似さ

れた空間インパルス応答が、厳密な空間インパルス応答と一致する点を追加する、厳密一致点付加法や、折れ線近似法では直線で結ばれていた部分を二次曲線で結ぶことによって、厳密な空間インパルス応答の形状に近づける、二次曲線近似法を提案した。また、放射音場の計算に用いる、空間インパルス応答の時間微分と、トランスジューサの駆動信号とのコンボリューションを、折れ線近似法を利用して変形することによって、解析をさらに効率よく行なう、高速計算法を提案した。これらの近似法による、音圧波形の数値計算では、厳密計算と比較して、誤差が非常に小さい結果を得ることや、計算に要する時間を大幅に削減することが可能であることを示した。

今後、検討を行なうことが望ましいと考えられる課題としては、次に示す事項が挙げられる。無回折ビームの形成法に関しては、今回形成されたビームにおいて、音軸方向の強度の変動が目立っていることより、これを抑制し、安定した強度のビームを形成するための方法について、検討を行なうことが課題として残されている。また、矩形トランスジューサの解析においては、これまで、単一のトランスジューサについて取り扱ってきた、放射音場の効率的な解析法を、トランスジューサアレイへ拡張を図ることが課題である。これらの課題について検討を続け、解決することによって、実用的な超音波映像装置への適用の可能性が示されると考えている。

## 謝辞

本研究は、筑波大学機能工学系 永井啓之亮教授の御指導によるものであります。著者が大学院への進学を志望した学群3年次生の時以来、5年余の長きにわたり、終始、熱意溢れる御教示、御鞭撻を賜りました。その間、常に、学問を志す者としての在りかたを御示し下さいました。著者にとりまして、何物にも替え難い貨であります。心より、厚く御礼申し上げます。

本研究を行なうにあたり、筑波大学機能工学系 水谷孝一助教授には、常にその進捗状況に関して御気遣い戴き、また、御懇篤なる御指導を賜りました。謹んで御礼申し上げます。

また、防衛大学校応用科学群地球海洋学科 横山智樹講師には、本研究の随所にわたり、並々ならぬ御力添えを賜り、研究活動を支えて戴きました。深く御礼申し上げます。

本研究に関して御理解を賜り、数多の御支援を賜りました、防衛大学校応用科学群地球海洋学科 長谷川秋雄教授に、心より御礼申し上げます。

本研究を学位論文としてまとめるに際し、筑波大学電子・情報工学系 石橋幸男教授、筑波大学電子・情報工学系 根本承次郎教授、筑波大学電子・情報工学系 平澤一紘教授より、御討議を賜り、貴重な御助言を賜りました。心より御礼申し上げます。

最後に、研究活動を通じて、様々な形で、多大なる御支援、御厚意、ならびに激励を賜りました、筑波大学 音響システム研究室 関係各位に深謝申し上げます。

## 参考文献

- 1) 超音波便覧編集委員会（編）. 超音波便覧, 第1章. 丸善, 東京, 1999.
- 2) 永井啓之亮. 超音波ホログラフィ, 第1章. 日刊工業新聞社, 東京, 1989.
- 3) J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams. i. the scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 4, No. 4, pp. 651–654, April 1987.
- 4) J. Durnin, J. J. Miceli, Jr., and J. H. Eberly. Diffraction-free beams. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 58, No. 15, pp. 1499–1501, April 1987.
- 5) J. Y. Lu and J. F. Greenleaf. Ultrasonic nondiffracting transducer for medical imaging. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr. & Freq. Control*, Vol. 37, No. 5, pp. 438–447, September 1990.
- 6) J. A. Campbell and S. Soloway. Generation of a nondiffracting beam with frequency-independent beamwidth. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 88, No. 5, pp. 2467–2477, November 1990.
- 7) T. Koike, K. Yamada, and K. Nakamura. Theoretical study on discretely weighted conical transducers. *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 34, No. 5B, pp. 2610–2612, May 1995.
- 8) T. Koike, K. Yamada, and K. Nakamura. Characteristics of a discretely weighted conical transducer for generation of limited diffraction beams. *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 35, No. 5B, pp. 3184–3186, May 1996.
- 9) K. Nagai, H. Monma, and K. Mizutani. Calculation of acoustic near field from bessel beam transducers with annular transducer array. *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 32, No. 5B, pp. 2295–2297, May 1993.
- 10) P. R. Stepanishen. Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 49, No. 5, pp. 1629–1638, 1971.
- 11) A. Freedman. Farfield of pulsed rectangular acoustic radiator. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 49, No. 3, pp. 738–748, 1971.

- 12) J. C. Lockwood and J. G. Willele. High-speed method for computing the exact solution for the pressure variations in the nearfield of a baffled piston. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 53, No. 3, pp. 735–741, 1973.
- 13) G. Scarano, N. Denisenko, M. Matteucci, and M. Pappalardo. A new approach to the derivation of the impulse response of a rectangular piston. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 78, No. 3, pp. 1109–1113, 1985.
- 14) J. L. San Emeterio and L. G. Ullate. Diffraction impulse response of rectangular transducers. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 92, No. 2, pp. 651–662, 1992.
- 15) L. G. Ullate and J. L. San Emeterio. A new algorithm to calculate the transient near-field of ultrasonic phased arrays. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr. & Freq. Control*, Vol. 39, No. 6, pp. 745–753, 1992.
- 16) D. H. Turnbull and F. S. Foster. Beam steering with pulsed two-dimensional transducer arrays. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr. & Freq. Control*, Vol. 38, No. 4, pp. 320–333, 1991.
- 17) T. J. Teo. An improved approximation for the spatial impulse response of a rectangular transducer. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr. & Freq. Control*, Vol. 45, No. 1, pp. 76–83, 1998.
- 18) 永井啓之亮. 超音波ホログラフィ, 第5章. 日刊工業新聞社, 東京, 1989.
- 19) 超音波便覧編集委員会 (編). 超音波便覧, 第2章. 丸善, 東京, 1999.
- 20) J. P. Weight and A. J. Hayman. Observations of the propagation of very short ultrasonic pulses and their reflection by small targets. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 63, No. 2, pp. 396–404, February 1978.
- 21) 永井啓之亮, 水谷孝一. 円盤トランスジューサからの放射音場の高速計算法. 日本音響学会平成5年春季研究発表会講演論文集, pp. 709–710, March 1993.

## 著者文献目録

### 論文

1. Tomoki Yokoyama, Hiroyuki Masuyama, Keinosuke Nagai, Koichi Mizutani and Akio Hasegawa, 'Nondiffraction Beam Generated from An Annular Array Driven by Uniform Velocity Amplitude,' Proceedings of the 1998 IEEE International Ultrasonics Symposium, PW-2, pp.1069-1072, 1998.10
2. Hiroyuki Masuyama, Tomoki Yokoyama, Keinosuke Nagai and Koichi Mizutani, 'Generation of Bessel Beam from Equiamplitude-Driven Annular Transducer Array Consisting of a Few Elements,' Japanese Journal of Applied Physics, 38, 5B, pp.3080-3084, 1999.5
3. Hiroyuki Masuyama, Keinosuke Nagai and Koichi Mizutani, 'Quadratic-Curve Approximation of Impulse Responses to Calculate Radiated Fields from Rectangular Transducers,' Japanese Journal of Applied Physics, 39, 5B, pp.3144-3149, 2000.5
4. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサから放射されるインパルス音場の折れ線近似による計算法」, 日本音響学会誌, 56, 7, pp.488-496, 2000.7
5. Hiroyuki Masuyama, Keinosuke Nagai and Koichi Mizutani, 'Rapid Calculation of Radiated Field from Rectangular Transducer Introducing Linear Function to Approximate the Spatial Impulse Response,' Proceedings of The Seventh Western Pacific Regional Acoustics Conference, pp.333-336, 2000.10

## 報告

### 口頭発表

1. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサのインパルス応答」, 日本音響学会平成9年秋季研究発表会講演論文集, 講演番号 3-9-10, pp.1113-1114, 於: 北海道大学, 1997.9
2. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサからの放射音圧」, 日本音響学会平成10年春季研究発表会講演論文集, 講演番号 2-2-13, pp.999-1000, 於: 慶應義塾大学, 1998.3
3. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサから放射される音圧波形の近似計算法」, 日本音響学会1999年秋季研究発表会講演論文集, 講演番号 1-9-17, pp.969-970, 於: 島根大学, 1999.9
4. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサからの放射音場を計算するための近似法の改良」, 第7回超音波による非破壊評価シンポジウム講演論文集, 講演番号 7-4, pp.179-180, 於: 飯田橋レインボーホール, 2000.1

### ポスター発表

1. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「円盤トランスジューサによる送信・受信パルス波形の解析」, 日本音響学会平成9年春季研究発表会講演論文集, 講演番号 3-Q-3, pp.1153-1154, 於: 同志社大学, 1997.3
2. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサの回折インパルス応答の解析」, 第18回超音波エレクトロニクスの基礎と応用に関するシンポジウム講演予稿集, 講演番号 PC2, pp.149-150, 於: 千葉大学, 1997.11
3. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 横山智樹, 「単一振幅駆動ベッセルビームトランスジューサの円環アレイ幅」, 日本音響学会平成10年秋季研究発表会講演論文集, 講演番号 2-Q-12, pp.1227-1228, 於: 山形大学, 1998.9
4. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 横山智樹, 「ベッセルビームを形成するための単一振

幅駆動円環トランスジューサアレイの素子幅」, 第 19 回超音波エレクトロニクスの基礎と応用に関するシンポジウム講演予稿集, 講演番号 PA14, pp.171-172, 於: 同志社大学, 1998.11

5. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサからの放射音圧近似計算法の改善」, 第 20 回超音波エレクトロニクスの基礎と応用に関するシンポジウム講演予稿集, 講演番号 PF-15, pp.267-268, 於: 日本女子大学, 1999.11

6. 増山裕之, 永井啓之亮, 水谷孝一, 「矩形トランスジューサからの放射音圧の高速近似計算法」, 日本音響学会 2000 年春季研究発表会講演論文集, 講演番号 2-Q-22, pp.983-984, 於: 日本大学, 2000.3



inches 1 2 3 4 5 6 7 8  
cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

# Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak



# Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

