

氏名(本籍)	相山玲子(静岡県)
学位の種類	博士(数学)
学位記番号	博乙第1,239号
学位授与年月日	平成9年1月31日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On Spacelike Submanifolds in Pseudo-Riemannian Space Forms (擬リーマン空間形内の空間的部分多様体について)
主査	筑波大学教授 理学博士 高橋恒郎
副査	筑波大学教授 理学博士 伊藤光弘
副査	筑波大学教授 理学博士 加藤久男
副査	筑波大学教授 理学博士 神田護

### 論文の内容の要旨

本論文は、擬リーマン空間形内に等長的にはめ込まれる最大次元のリーマン多様体(空間的部分多様体)が平行な平均曲率ベクトル場をもつ場合を考え、いくつかの剛性定理を証明している。

第1章では本論文全体への準備で擬リーマン空間形内の空間的部分多様体に関する基本的な定義、性質等を述べている。

第2章においては擬ユークリッド空間形内の部分多様体とミンコウスキー空間内の超曲面に関する次の2つの定理を証明している。

定理A. 指数  $p$  の  $m+p$  次元擬ユークリッド空間形内の平行な平均曲率ベクトルを持った  $m$  次元空間的部分多様体のガウス写像が有界であるならばそれは空間的  $m$  次元平面に限る。

定理B.  $m+1$  次元ミンコウスキー空間内の平均曲率一定な空間的超曲面のガウス写像が双曲空間内の直線から一定距離内に含まれれば、その超曲面は双曲的シリンダーと合同である。

定理Aの証明にはガウス写像が調和写像であることを用いた証明と、ガウス写像の調和性を表に出さないより幾何学的な証明の二通りの証明を与えている。

第3章では擬球面内の全臍的部分多様体の特徴付ける剛性定理として次の2つの定理を証明している。

定理C. 指数  $p$  の  $m+p$  次元擬球面内の平均曲率ベクトル場が平行な  $m$  次元コンパクト空間的部分多様体で、法接続が平坦なものは全臍的である。

定理C'. 指数  $p$  の  $m+p$  次元擬球面内の平均曲率ベクトル場が平行な  $m$  次元コンパクト空間的部分多様体で、断面曲率が非負であるものは全臍的である。

第4章では3次元ローレンツ空間形内の双曲的シリンダーを特徴づける次の定理を与えている。

定理D. 3次元ローレンツ空間形内の完備空間的曲面が零でない一定な平均曲率をもち、二つの主曲率の差の下限が正であるならばその曲面は双曲的シリンダーに合同である。

### 審査の結果の要旨

擬リーマン多様体において部分多様体論を展開することは、単なるリーマン幾何学における部分多様体論の模

倣というだけでなく、それ自体の独自の意義がある。

部分多様体の基本的問題としてある性質をもった部分多様体の存在問題とその一意性を保障する剛性問題が考えられる。本論文では、擬リーマン空間形における平行な平均曲率ベクトル場をもつ部分多様体の剛性の問題を取り扱っている。

定理A, 定理Bにおいては擬ユークリッド空間またはミンコフスキー空間における部分多様体のガウス写像の性質から剛性問題を解いている。これらはS.-Y. ChengとS.-T. Yauによって示されたミンコフスキー空間でのBernstein型定理に始まる一連の研究を背景にし独自のアイデアにより証明を与えたものである。

定理C, 定理C'は、擬球面内のコンパクト全臍的部分多様体についての剛性で、Montielによるドウ・ジッター空間での結果の拡張である。

定理Dは3次元ローレンツ空間内の双曲的シリンダーの主曲率を用いた特徴づけである。以上の5つの主定理だけでなく擬リーマン多様体における部分多様体に関する興味ある定理を導いており、既にこの分野の研究者からは高い評価を得ている。また本論文はこの方面の今後の研究発展に大いに貢献するものと考えられる。

よって、著者は博士(数学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。