

氏名(本籍)	あん どう ゆう き 安 東 祐 希 (神奈川県)		
学位の種類	博 士 (数 学)		
学位記番号	博 甲 第 1,351 号		
学位授与年月日	平成 7 年 3 月 23 日		
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当		
審査研究科	数 学 研 究 科		
学位論文題目	On a Reduction -Procedure for Full First Order Classical Natural Deduction (全第一階古典自然演繹におけるある縮約手続きについて)		
主 査	筑波大学教授	理学博士	本 橋 信 義
副 査	筑波大学教授	理学博士	佐々木 建 昭
副 査	筑波大学教授	理学博士	村 松 寿 延
副 査	筑波大学教授	理学博士	若 林 誠一郎

論 文 の 要 旨

ゲンツェンは1935年に、ゲンツェンの基本定理と呼ばれる定理を発表した。この定理の意味するところは、いかなる定理に対しても、無駄のない、回り道のない証明が存在するということである。この定理を適切に表現するために、ゲンツェンは、論理的演繹体系と呼ばれる新しい論理体系を考案し、その体系を用いて彼の基本定理を表現し、証明した。しかし、彼は、この論理体系とは別に、数学の実際の証明を分析することにより、自然演繹体系と呼ばれる論理体系を作っている。この自然演繹体系は、通常の数学で行われる証明を忠実に表現したものであり、自然な論理体系とみなされてきた。

そこで、この自然演繹体系でゲンツェンの基本定理を表現し、証明するという問題が残ることになる。実際、ゲンツェンは、彼の基本定理の内容を自然演繹体系の考察から得たが、それを自然演繹体系で表現し証明することができなかったため、論理的演繹体系を新たにつくらなければならなかったという歴史的事実がある。

ゲンツェンが自然演繹体系の基本定理を証明出来なかった最大の理由は、排中律に起因する（証明図の中の）無駄な部分をうまく処理することが出来なかったからであった。

この問題に関して、プラビッツが1965年に、公理の形で自然演繹体系に組み込まれていた排中律を矛盾法則 (absurdity rule) と呼ばれる推論法則で置き換えて得られる自然演繹体系で、選言記号 (\vee) と存在記号 (\exists) を含まない証明図に関して、ゲンツェンの基本定理が自然な形で成り立つことを示すことに成功した。この成功は、矛盾法則に起因する証明図の中の無駄な部分が選言記号 (\vee) と存在記号 (\exists) を含まない証明図に関して本質的にはでてこない、という事実深く存在していた。それ故、プラビッツの結果を選言記号 (\vee) や存在記号 (\exists) も含んだ全第一階論理に拡張することが

問題として残った。

その後、1989年にセルディン、1991年にスタルマルクが、全第一階論理における自然演繹体系でのゲンツェンの基本定理の証明を試みたが、ともに、不完全なものに終わった。

彼らの結果が不完全である理由は、彼らが定義した証明図の縮約手続きでは、異なる方向への二すじの縮約手続きの列が、いつでも、適当に縮約手続きを付加することにより、同じ証明図に変形出来るというチャーチ・ロッサーの性質が示せないからである。

安東氏はこの問題に取り組み、ほぼ満足のいく形で解答を与えている。彼は、自然演繹体系における新しい縮約手続きを提案し、その手続きを、自然演繹体系でかかれた形式的証明に適用すると、回り道のない証明が得られること、さらに、得られた回り道のない証明は、一意的に決まることを証明した。

さらに、安東氏は彼の定義した縮約的手続きについて、チャーチ・ロッサーの性質が成り立つことを証明した。

本論文では、第一章で、証明図の新しい縮約手続きを定義し、その手続きを適当な順序で与えられた証明図に施すと、証明図の結論をかえることなしに、無駄のない証明図が得られることを証明している。

第二章では、この新しい縮約手続きに関してチャーチ・ロッサーの性質が成り立つことを証明している。

なお、補足1で論理的演繹体系でのゲンツェンの基本定理と自然演繹体系での基本定理との関係が説明され、補足2では、矛盾法則とパースの規則との関係が説明されている。

審 査 の 要 旨

これまで、チャーチ・ロッサーの性質が成り立つことが証明されている縮約手続きは、計算機数学の分野で用いられる単純で明らかなものが多く、数学的に重要なものは少なかった。彼の結果は、数学的に重要な内容を含んだ数少ない結果の一つである。

その意味で、彼の仕事の影響は、専門の証明論だけには限らず、関連分野、特に計算機の基礎理論の分野にもおよぶことが期待できる。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。