

氏名(本籍)	いけ だ かず ま 池田一磨(東京都)
学位の種類	博士(数学)
学位記番号	博甲第1,842号
学位授与年月日	平成10年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Normal Form Theorems for Derivations in PA and AI_ξ^- (PAと AI_ξ^- の証明図に関する標準形定理)
主査	筑波大学教授 理学博士 本橋信義
副査	筑波大学教授 理学博士 佐々木建昭
副査	筑波大学教授 理学博士 杉浦成昭
副査	筑波大学教授 理学博士 竹内光弘

論文の内容の要旨

本論文では、二つの形式的体系 PA と AI_ξ^- における形式的証明（以下、証明図と呼ぶ）の標準形定理が取り扱われている。ここで、PA は形式的論理体系 LK 上に、数学的帰納法を含む初等自然数論の公理を付加して得られる形式的自然数論であり、 AI_ξ^- は計算可能な順序数 ξ までの繰り返しを許した置換公理を LK 上に付加して得られる実数論の部分体系である。

純粋な論理体系である LK の証明図に関する標準形定理として、カットと呼ばれる推論法則が本質的には不要であるというゲンツェンのカット消去定理がある。ミンツは、推論法則の結果推論の仮定の部分に導入される形式的命題が論理的に証明できる命題であるような推論法則を無駄な推論法則と呼ぶとき、カットばかりでなく、この意味での無駄な推論法則も LK における証明図から取り除くことができることを証明した。一方、形式的自然数論 PA において、ゲンツェンのカット消去定理は、そのままの形では成り立たない。しかし、日向は数学的帰納法の書き方を工夫することにより、PA においても、ある種のカットを消去することができることを証明し、この事実から自然数論の無矛盾性が得られることを示した。

本論文の第二章において、著者は、PA の証明図において、日向の意味でのカットが消去できるばかりでなく、ミンツの意味での無駄な推論法則をも取り除くことができることを初めて証明し、この事実から、PA の ω -無矛盾性が直ちに得られることを示している。

また、本論文の第三章では、第二章で用いられた手法を、形式的体系 AI_ξ^- に適用すると、この体系の証明図に関する2種類の新しい標準形定理が得られることが示されている。さらに、これらの標準形定理から、形式的体系 AI_ξ^- の無矛盾性と ω -無矛盾性が直ちに得られることも示される。

審査の結果の要旨

本論文は、数学基礎論の中の証明論に属する論文である。証明論の目的は、形式的体系として表現された数学が矛盾していないことを、できるだけ明瞭な根拠の下で証明することである。現在、この意味で無矛盾であることが証明されている最も強い形式的数学の体系は、形式的実数論の部分体系である。従って、証明論において、実数論の部分体系における証明図の標準形定理の研究は、最も重要な研究の一つである。

著者がPAの証明図に関して得た新しい標準形定理は、実数論の部分体系における証明図の標準形に対して、新しい視点を与えている。その意味で、この定理は、第一線の証明論の専門家の注目するところとなった。実際、ミンツと荒井は、池田のこの結果に触発されて新しい共著論文を書き、その中で、この結果を池田の定理として紹介している。さらに、著者はこの新しい視点の下で、形式的実数論の部分体系である AI_{\aleph} を考察し、これらの体系における証明図の新しい標準形定理を証明し、それらの無矛盾性に関する応用を得ている。

この意味で、本論文における著者の結果は、証明図の標準形に対する新しくしかも有用な視点を与えるものである。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。