

氏名(本籍)	梅津健一郎 (群馬県)
学位の種類	博士(数学)
学位記番号	博甲第1097号
学位授与年月日	平成5年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Boundary Value Problems for Elliptic Differential Operators of Second Order (2階の楕円型微分作用素に対する境界値問題)
主査	筑波大学教授 理学博士 村松 壽 延
副査	筑波大学教授 理学博士 高橋 恒 郎
副査	筑波大学教授 理学博士 杉浦 成 昭
副査	筑波大学助教授 理学博士 平 良 和 昭

論 文 の 要 旨

本論文は、次の二つのテーマを研究している：

- (1) On the Cauchy problem for analytic semigroups with weak singularity

(弱い特異性を持つ解析的半群に対する抽象的コーシー問題について)。

- (2) On a mixed-type elliptic boundary value problem (混合型の楕円型境界値問題について)。

(1)については、Banach空間における抽象的Cauchy問題の解の存在と一意性定理の拡張を試みている。Hille-吉田の半群の理論によって、解析的半群の生成作用素に対するCauchy問題については、非斉次項がHölder連続ならば解が存在して一意であることが知られている。この結果は、村松によりBesov空間の概念を用いて精密化された(1990年)

本論文では、弱い特異性を持つ解析的半群の生成作用素に対する抽象的Cauchy問題を考察し、村松の結果を拡張した。このような生成作用素の具体例としては、半楕円型の斜交微分境界値問題がある。

(2)については、偏微分方程式論における楕円型微分作用素に対する境界値問題は、1960年代に、Agmon, Browder, Lions, Magenes, Nirenberg, Peetre, Schechter等によって欧米を中心に組織的に研究され、境界値問題の解の存在、解の一意性、解の正則性について詳しく考察された。さらに、境界値問題の固有値分布およびレゾルバントの評価も得られ、Hille-吉田の半群の理論を使って、放物型微分作用素に対する初期値・境界値問題に極めて有効に応用された。

しかしながら、これらの研究における境界条件は、例えばLaplace作用素の場合、いわゆる等温条件(Dirichlet条件)あるいは断熱条件(Neumann条件)に限られており、Newtonの冷却の法則に

従う等温条件及び断熱条件の混った一般の境界条件は含まれていない。この場合は境界条件が楕円型 (coercive) でない点に難しさがあり、1976年に平良によって L^2 空間 (Hilbert空間) の枠内で解かれる。その証明では、Garding型不等式の精密化であるMelinの不等式が本質的な役割を果たした。この不等式は L^2 空間固有のものであり、この証明方法では、一般の L^p 空間 (Banach空間) の枠内で同様の結果を証明することはできない。

本論文では、上に述べた平良のアプローチの難点を、Hörmanderの擬微分作用素の理論を援用し、近似解 (parametrix) を直接構成するという方法で克服し、平良の結果を一般の L^p 空間の場合に拡張することに成功した。いいかえれば1960年代の楕円型微分作用素に対する境界値問題の研究を、具体例ではあるが、境界条件が楕円型とは限らない一般の場合に L^p 空間の枠内で解くことに成功した。このことは、非線型の楕円型微分作用素に対する境界値問題の研究への応用にとって極めて重要であると思われる。

審 査 の 要 旨

関数解析学における「抽象的Cauchy問題」、さらに、偏微分方程式論における「楕円型境界値問題」の分野において境界条件が楕円型とは限らない一般の場合に L^p 空間の枠内で解くことに成功した梅津健一郎氏の力量は十分高く評価される。

よって、著者は博士 (数学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。