

氏 名(本 籍)	鈴 木 智 支 (神奈川県)
学 位 の 種 類	博 士 (数 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 1,840 号
学位授与年月日	平成 10 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審 査 研 究 科	数 学 研 究 科
学 位 論 文 題 目	On Finite Dimensional Hopf Algebras and Quantum Groups (有限次元ホップ代数と量子群について)
主 査	筑波大学教授 理学博士 竹 内 光 弘
副 査	筑波大学教授 理学博士 宮 本 雅 彦
副 査	筑波大学教授 理学博士 伊 藤 光 弘
副 査	筑波大学教授 理学博士 神 田 護

論 文 の 内 容 の 要 旨

量子群は1980年代の半ば, Drinfeld, 神保, Woronowicz らにより考え出された概念で, 表現論, 特殊関数論, 結び目不変量, 共形場の量子論など数学と物理学の様々な分野と関わりを持ち, 色々な角度から活発な研究が展開されている。この論文では, 量子群の理論に現れるホップ代数の構成法について, その一般化を研究し, 具体的な場合にその構成をくわしく考察し, いくつかの新しい結果を得ている。

本論文は4節からなる。第1節ではユニモジュラーな有限次元ホップ代数で, その対合射の自乗が恒等射とならない例を構成している。

第2節では, braid 双代数の拡張概念として, multi-braid 双代数という概念を考え出し, その性質をくわしく調べている。braid 双代数というのは, Drinfeld の考え出した準三角双代数の双対概念として考え出されたもので, 組紐や braid カテゴリーと密接に関係する大切な概念である。Faddeev, Reshetikhin, Takhtajan はヤン・バクスター方程式の解 R からある braid 構造をもつ双代数 $A(R)$ を構成し, さらに Majid はその極小な商である双代数 $\bar{A}(R)$ を構成している。この論文ではこの構成法を拡張し, ある種の両立性をみたす可逆な線形形式の族をもつ余代数 C から, $A(R)$ 構成を一般化することにより, ある2次双代数を構成し, C 上の線形形式たちがbraidingに拡張されて, この双代数は multi-braid 双代数となる事を示している。さらにこの双代数に対し, $\bar{A}(R)$ に相当する極小な multi-braid 商双代数が一意的に存在すること, 及び Radford の関係式とよばれる準三角ホップ代数に対して得られている関係式を双対化する事により, この極小商双代数を具体的に求める方法を与えている。

このような multi-braid 双代数の一般論を第2節で展開したあと, 第3節ではその応用として具体的な例をくわしく考察している。有限次元半単純ホップ代数の分類はホップ代数の主要テーマの1つである。そのさい 2×2 行列余代数で生成される有限次元半単純ホップ代数がどのくらいあるかを調べる事は基本的に重要である。著者は第2節で展開した multi-braid 双代数の理論を用いて, このような半単純ホップ代数のある族を構成し, その性質をくわしく研究している。具体的には, C を 2×2 行列余代数とし, その上の可逆線形形式のある族から出発する。これに対し, 第2節で与えた multi-braid 双代数の構成法を適用し, とくにその極小な商双代数を調べる。 C 上の線形形式の族は, N, L などの整数のパラメータに依存するが, 対応する極小商代数として, 余可換でない $4NL$ 次元の半単純ホップ代数の族 $\bar{A}_{NL}^{(\lambda)}$ が得られることを示している。これらは8次元, 12次元等の自明でない半単純ホップ代数を含むかなり広い族である。そして異なるパラメータに対応する $\bar{A}_{NL}^{(\lambda)}$ がいつ互に同形になるかを

決定し、その極小イデアル分解を具体的に定めるなど、この半単純ホップ代数についてくわしい研究を行っている。

最後の第4節では、 q -行列の座標環 $M_q(n)$ を braid 双代数の立場から研究している。この双代数は、 $n \times n$ 行列余代数とその上の可逆な線形形式のある族から第2節の構成法により得られるが、対応する極小 multi-braid 商双代数が何になるかを考える。著者は面倒な計算を通してそれを決定することに成功し、ある条件の下で、線形量子群 $SL_q(n)$ の座標環 $O_q(SL(n))$ がそのような極小商双代数として得られることを示している。

審 査 の 結 果 の 要 旨

braid 双代数の一般化としての multi-braid 双代数の概念は本論文の著者鈴木氏の独創的なアイデアであり、高く評価してよい。また multi-braid 双代数について単なる抽象的な一般論を展開するのではなく、具体的な例に適用して新たな有限次元半単純ホップ代数の族を見出した事、及びその過程でかなり面倒な計算と、理論の巧みな援用を行っている事も評価される。この方面について、今後もさらに大きな進展が期待できる。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。