【152】

氏　名(本　籍)	戴（たい）　陽（よう）（中　国）
学位の種類	博　士（経　営　工　学）
学位記番号	博　乙　第　726　号
学位授与年月日	平成 3 年12月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	社会工学研究科
学位論文題目	Path Following Algorithms for Stationary Point Problems on Polyhedral Sets （多面体における均衡点問題のパス追跡アルゴリズム）

主　査	筑波大学教授		渡　辺　　浩
副　査	筑波大学教授	工学博士	江　藤　　肇
副　査	筑波大学教授	経済学博士	楠　本　捷一朗
副　査	筑波大学教授	工学博士	藤　重　　悟
副　査	筑波大学教授	工学博士	山　本　芳　嗣

論　文　の　要　旨

本論文は均衡点（stationary point）問題に対する経路追跡（path following）型の4つのアルゴリズムを提示することを目的としている。ここで均衡点とは，R^nの空でない集合ΩからR^nへの連続写像fが与えられたとき，Ωのすべての点xに対して$(x-\hat{x})'f(\hat{x})\geqq 0$が成立するような点$\hat{x}\in\Omega$を言い，経済学における市場均衡問題，非零和2人ゲームのNash均衡解，OD交通需要の交通網への均衡配分問題，凸集合上の非線型計画問題，非線型相補性問題，など多くの理論的または事実上重要な問題が，適当な対応づけによりこの問題に帰着されることによって，注目を集めている。また数多くの存在定理の基礎として重要な不動点定理とは理論上もアルゴリズム上でも密接に関連している。

論文は6章から成り，1を序論，2を定義と基礎的事実にあて，残りの4章で4つのアルゴリズムを成果として与えている。

本研究は67年頃から不動点問題の近似解法のために用いられるようになった単体分割とcomplementary pivotingの方法の発展の延長線上にある。関数の連続性だけを前提としつつ大域的収束性の保証されるアルゴリズムに限定する以上，収束速度の面では大きな負担を払うことは免れない。その後70年代に導入されたホモトピーの方法，可変次元アルゴリズムによって速度の面での改善がなされて来た。80年代に入ってKojima-Yamamotoによる分割manifoldのprimal-dual pairの概念による既存アルゴリズムの整理の後，Yamamoto（1987）がコンパクトな凸多面体上の線型均衡点問題に対して，またTalman & Yamamoto（1989）が線型性をはずした均衡点問題に対して効率的な経路追跡型のアルゴリズムを与えた。本論文の4つのアルゴリズムはすべてこのアルゴリズムの

4つの方向への拡張にあたる。その原型は方程式

$$g(x, y)=f(x)+y=0$$

を考え，$0\in R^n$がgの正則値のとき$g^{-1}(0)$がいくつかの経路とループから成ることを利用して，均衡点でない初期点wから構成される初期解（w,－f（w））から，分割された各単体上でのfの線型近似によって，単体毎に一つの線分となるこの折れ線を，primal又はdual manifoldの上で追跡するというものである。

第3章は「非有界な多面体上の均衡点問題」をテーマとし，4つの章の中では最も一般的なばあいを取扱っている。非有界なばあいへの拡張のために，分割manifoldのprimal dual pair（PDM）の条件を少し緩和した概念(GPDM)を導入し，これを構成するために与えられた非有界多面体を，そのすべての端点と初期点とを内側に取り込むように，充分遠い超平面で切り，初期点wと超平面に依存した形で分割し，それに合せてdual manifoldの分割を構成する。このアルゴリズムで追跡した点が超平面に到達した時には，超平面をもっと遠くに平行移動することになるが，そこで新たに内側に取込まれるΩの部分の分割は，既に分割ずみの部分の平行移動によって得られることを利用している。このアルゴリズムの収束の充分条件が与えられ，また$f(x)$がアフィン関数であるときの収束の充分条件が行列のcopositive plusという概念を使って具体化されている。

第4章は「凸多面錐上の均衡点問題」を扱っており，概念的には前章の特別のばあいに当たるが，著者の研究の過程からは第3章に先立つものであり，また前章に包摂されない特別な分析を含んでいる。凸錐Ωと初期点wが与えられたとき，Ωの分割を，各faceの0から，wへの平行移動を利用して行なった後，前章同様に，超平面で切断して，それに対応するdual manifoldの分割を行なう。均衡点の存在に関連する充分条件を，少し修正したstrongly copositiveの条件によって与え，このときfがC^1級の関数なら簡単な条件の下に前章と動揺の$g^{-1}(0)$の中の経路追跡によって均衡点に到達できることを示している。特にfがaffine関数であるばあいについて具体的なアルゴリズムを与えている。条件のindexの集合を入れ替えながら簡単なLP問題を次々に解いて行く形として述べており，いくつかの補助定理の後に，これが有限回の繰返しの後に均衡解を与えるか，または均衡解の非存在の証明を与えることを示している。

第5章は「構造のあるpolytope上の線型均衡問題を解くための分解アルゴリズム」をテーマとしている。これはDantzig-Wolfeが分解原理を提唱した角状系の構造のように上下2段の制約のうち，下段の方にblock diagonalのようなsparseな構造を持つ行列で，しかも下段が不等式によって定義されるようなpolytope上の均衡点問題に対して，Dantzig-Wolfeの分解アルゴリズムの発想の適用を試みている。アルゴリズムの詳細は複雑で省略するが，step 1ではDantzig-Wolfeの分解アルゴリズムそれ自体を利用するもので，有限回のステップでの終了が保証される。このアルゴリズムについては計算機実験がなされ，その結果が報告されている。例1は附加的な制約をもったポートフォリオ問題で銘柄数nが10，15，100の3つのケースにつき，現実的なデータに基づき，初期点を端点と内点とにとった6つのケースの計算結果は，アルゴリズムのstep 5～16の繰返し数のnによる増加率がn自身より低いように見えること，その他の興味深い点を示している。OD交通需要配分問題に

適用した2例では既存のアルゴリズムより優れている事を明らかに示す結果が得られている。

第6章は「連続変形アルゴリズムとpolytope上の均衡点問題解法の実用的導入」をテーマとしている。非線型問題を単体毎に線型近似して解く方法では解に到達した後にその精度に不満が残ることが多いが，精度を向上させるためには改めて分割からやり直す必要が起る。Eaves等によるホモトピー・アルゴリズムをとり入れ，ホモトピー・パラメーター t が $0\rightarrow\infty$ と進行するにつれて分割が細かくなり，精度が向上する方法が考えられる。初期点 w を Ω の内点にとって，polytope $\Omega\times(0,\infty)$ の分割と Ω のfaceのnormal coneでGPDMを構成し，各 t につき $\varphi(x,\ t)=f(x)$ とし，分割Tに対応する φ の線型近似を Φ として，方程式

$$g(x,\ t,\ y)=\Phi(x,\ t)+y=0$$

の解集合を $(w,\ 0,\ -\varphi(w,\ 0))$ から追跡する。この経路は非有界となり，必要な精度の解まで追跡できるが，polytopeの分割を最初から与えておくのに実用上無理がある。Ω の2つの分割を用意して，$t=1,\ 1+1$ で交互にこれらを使って細分化を進めて行く方法が有力な手段となるが，本章では t が必ずしも単調にならないことに関連して，Talman & Yamamotoのアルゴリズムと Doupのアルゴリズムを組合せた手順を提案し，その成立に必要な事項を検討して条件を明らかにしている。

審　査　の　要　旨

本論文の第3～6章の成果は添付されている4点の共著の参考論文の内容と基本的に一致するものであり，本論文はそれらの内容を一貫した筋立てによって取まとめたものと見なすことができる。この4論文中第3，4章に対応する2編はすでに出版されており，第5章に対応する一編も出版予定となってすでに学界の認知を受けている。第6章に対応する残りの一編は投稿中の段階にあり，文体にやや書流しの傾向がみられるものの，内容的には第3編と同等の水準にあるものと認めることができよう。

色々な共著者を含む4編の論文に対応する4つの章に共通に見られる特徴としては，これらのアルゴリズムへのステップとなった先行研究に関する知識，理解が明確，強固であることと，アルゴリズムの成立のための条件の数学的検討が多数の予備定理を踏まえたいくつかの定理によって周到に与えられていること，それらの証明の過程に認められる熟練の3点を挙げることができよう。4つのアルゴリズムはいづれも先行研究の延長線上にあり，必ずしも飛躍的なものとは言えないとしても，上述の熟練は著者の実力を反映していると見ることができよう。また共著者の間での本人の貢献度に関しては，最終試験の中でも話題にしたが，指導教官の証言によれば，教官からのヒントを受けて自分でやった部分が多く，各論文平均して50%はあったものと理解してよいようである。ただし4つの章の目的がすべてアルゴリズムの提起にあるのに，計算結果の報告が第5章に限られている点については今後の努力が期待される。また第3章のアルゴリズムについても，より実用的な形への前進が期待される所であろう。

よって，著者は博士（経営工学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。