

氏名(本籍)	北村好 (高知県)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第92号
学位授与年月日	昭和57年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Quasi-Frobenius extensions and their inheritance Properties (準フロベニウス拡大とその遺伝性質)
主査	筑波大学教授 理学博士 太刀川 弘 幸
副査	筑波大学教授 理学博士 内山 三 郎
副査	筑波大学教授 理学博士 西村 敏 男
副査	筑波大学助教授 理学博士 宮下 庸 一

論 文 の 要 旨

ガロア理論はガロア拡大体の絶体自己準同型環内の接合積の交換子理論としてとらえることができるが、1954年F. Kaschは環のフロベニウス拡大という概念を導入して、上の交換子理論を所謂フロベニウス拡大の自己準同型定理に拡張した。その後B. Müllerはこの概念を更に準フロベニウス拡大という概念に拡張した(1964年)。中山の準フロベニウス多元環は体の拡大環としてこの範ちうに入るが、(準)フロベニウス拡大の基礎環には一般に如何なる制約も課されないのである。

北村氏は本論文において上記自己準同型定理及び交換子理論の拡張理論を展開し、更に種々の遺伝性質及び遺伝構成について秀れた結果を導びいている。

環Bを環Aの部分環とする。AをBの拡大環とみるとき(A/Bと記す)、それがF(qF)拡大((準)フロベニウス拡大の略)になっていると仮定する。もしB(A)が或る性質Pをもっているとき、A(B)も同じ性質Pをもっているならば、PはF(qF)拡大の遺伝性質と呼ばれる。又、もし或る構成方法Qによって別の環拡大C/Dが構成でき、しかもそれがF(qF)拡大になっているならばQは遺伝構成と呼ばれる。後述する条件(#)を満たすF(qF)拡大において、§6ではPとして“QF-3環になる”がとれることを、§7ではPとして“森田双対をもつ”がとれることを証明している。いずれも環論的に重要な性質であり、高く評価される業績である。又、§5では条件(#)或いは(*)をみたす(qF)拡大A/BにおいてQとして“極大商環を構成する”がとれることを証明している。極

大商環は常に構成でき、その構成は、より単純になる。従ってこの結果も $F(qF)$ 拡大の研究に重要な貢献をなしていると考えられる。なお、 $(\#) : A = \sum_{i=1}^n a_i B$, 且つ $a_i B = B a_i$ なる A の元 $a_i, i = 1, 2, \dots, n$ が存在する, $(*) : A$ -dual が零となる A -加群の族が部分加群について閉じている, である。

§ 2 では両側 B -加群 N より構成される B の trivial extension $B \times N$ が B の $F(qF)$ 拡大になるための必十条件を与えている。この種の $F(qF)$ 拡大の考慮は著者が最初であり、やはり注目に値する業績といえる。§ 3 では $F(qF)$ 拡大 A/B において、 $L \otimes_B A \mid L_A$ なる A -加群 L を考えると、次の命題 (i), (ii) の成立することを証明している : (i) $\Sigma = \text{End } L_A, \Omega = \text{End } L_B$ とおくと、 Ω/Σ は $F(qF)$ 拡大となり、 $\Omega \otimes_{\Sigma} L \mid_{\Omega} L$ (ii) $\bar{B} = \text{End}_{\Omega} L, \bar{A} = \text{End}_{\Sigma} L$ とおくと \bar{A}/\bar{B} は $F(qF)$ 拡大となり、 $\bar{B} \otimes \bar{A} \cong \bar{A}, A \otimes \bar{A} \cong \bar{A}$ が成立する。

此の定理は Kasch の自己準同型定理の拡張 ($L = A$ とおけば良い) であるが、本論文では最も基本的な定理の一つである。§ 4 の一般化された可換子理論、§ 8 の G -ガロアー拡大に関する定理は此の定理を用いて非常に見通し良く導かれている。

審 査 の 要 旨

著者は本論文の § 2 において自明拡大 $B \times L/B$ が $F(qF)$ 拡大になるために両側 B -加群 L が満たす必十条件を与えているが、この種の環についての研究が彼以前になされなかったことは寧ろ不思議ではある。著者の着眼点の良さと本論文の内容の独創性をうかがわせる一例である。Kasch, Müller 及びその他の $F(qF)$ 拡大の研究は、ほとんど自己準同型環定理の拡張理論に限られていた。勿論この定理は部分環上の自己準同型環の構成が遺伝的であることを示しているが、著者は遺伝的構成として更に極大商環の構成を加えることの出来ることを証明している。又、 $F(qF)$ 拡大の遺伝性質として森田双対性、 $QF-3$ 環を明示したことはともにこの研究分野に新しい内容豊富な領圏を与えた点でその貢献は大きいと思う。最後に本論文で展開された一般化された交換子環の理論 (これは宮下氏の業績の拡張ともなっている) 及び上述成果の G -ガロアー拡大への応用なども秀れた業績として高く評価できる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。