【58】

氏　名（本　籍）	矢島幸信（東京都）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第49号
学位授与年月日	昭和56年1月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**Topological games and products**（位相ゲームと積空間）
主　査	筑波大学教授　理学博士　児玉之宏
副　査	筑波大学教授　理学博士　中川良祐
副　査	筑波大学教授　理学博士　勝田雄吉
副　査	筑波大学教授　理学博士　太刀川弘幸

論文の要旨

本論文において，著者はR. Telgarskiにより導入された位相ゲームの理論を精密化することにより，ある種の積空間の族正規性とパラコンパクト性を確立し，さらにこの積空間において次元の積定理が成立することを証明している。

DC_mをm-コンパクト集合の疎な族からなる被覆をもつ位相空間の族とし，競技者I，IIによる位相ゲーム$G(DC_m, X)$を考える。第一の定理はつぎのものである。Xを族正規空間とし，位相ゲーム$G(DC_m, X)$で競技者Iが勝利戦略をもつとする。Yを$\chi(Y) \leqq m$となるパラコンパクト空間とする。このとき積空間$X \times Y$は，族正規，m-パラコンパクトかつ強い意味での矩形型空間となる。この定理の直接の結果として次元の積定理が得られる：X，Yを上記の空間とすれば$\dim(X \times Y) \leqq \dim X + \dim Y$。ここで$\dim X$はXの被覆次元である。他の結果としてつぎの定理が得られている。Xをm-コンパクト集合によるσ-閉包保存閉被覆をもつ族正規空間とし，Yを$\chi(Y) \leqq m$となるパラコンパクト空間とすれば，積空間$X \times Y$は族正規，m-パラコンパクトかつ強い意味での矩形型空間となり，$\dim(X \times Y) \leqq \dim X + \dim Y$が成立する。つぎに，DCをコンパクト集合の疎な族からなる被覆をもつ位相空間の族とし，Xをリンデレフ空間，Yをフレビッツ空間とする。このとき，$G(DC, X)$で競技者Iが勝利戦略をもてば，$X \times Y$はフレビッツ空間となることが証明される。最後に，つぎの4つの場合に$X \times Y$が強い意味での矩形型空間となることが示される：(1)XがC散乱集合からなる可算閉被覆をもつパラコンパクト空間，Yがパラコンパクト空間：(2)$X \times Y$が正規空間，Yが矩

離空間：(3)Xがパラコンパクト P 空間，Yがパラコンパクト M 空間：(4)X×Yがリンデレフ空間。

審　査　の　要　旨

著者は，R. Telgarskiの導入した位相ゲームの理論を深く研究することによって，積空間X×Yが族正規かつm-パラコンパクトとなるためにXとYがもつべき有効な条件を得ている。この条件は充分な一般性をもつもので，位相ゲームの理論を応用したことがこの興味ある事実を引き出し得た要因と思われる。著者が導入した強い意味での矩形型空間の概念は，Pasynkovによる矩形型空間を強化したものであり，ある空間がそうなるかどうかを判定することは，Pasynkovの場合よりさらに複雑となる。然し，位相ゲームを使用することにより，著者は見通しのよい推論でこの事実を証明している。Pasynkovが矩形型空間の場合に発表した次元の積定理は強力なものがあるが，その証明は未発表であり，その真実性は確認されていない。著者が証明した次元の積定理は，その完全な証明が与えられていることから，この分野における最も輝かしい成果の一つと思われる。著者が示した種々の積空間が強い意味での矩形型であるという事実は，これらの積空間の重要な性質を見出したという意味で秀れた業績であり，この分野の理論に大きく貢献しており高く評価される。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。