

氏名(本籍)	しばたよしひろ (東京都)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第73号
学位授与年月日	昭和56年10月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Characterizations of the Hyperbolic Mixed Problems in a Quarter Space for Differential Operators with Constant Coefficients (定数係数偏微分作用素に対する $1/4$ 空間における双曲型混合問題の特徴付けについて)
主査	筑波大学教授 理学博士 松村睦豪
副査	筑波大学教授 理学博士 村松壽延
副査	筑波大学教授 理学博士 阿部英一
副査	筑波大学教授 理学博士 児玉之宏

## 論文の要旨

古典的な線形偏微分方程式の典型例は波動方程式、熱方程式、ラプラス方程式であり、これらに対応する特性多項式の定義する2次曲面の分類に従い、それぞれ双曲型、放物型、楕円型と呼ばれる。波動方程式の特徴とされる有限伝播性等いくつかの数学的性質をもつ微分作用素を、対応する多項式の代数的性質によって特徴付ける問題を双曲性の問題と呼ぶ。

定数係数の微分作用素に対する初期値問題の場合、ソビエットのPetrowskyの仕事を引き継いだスエーデンのGardingにより、1950年及び1957年の2論文で美しい特徴付けがなされ、完全に解決された。

本論文は定数係数の微分作用素に対する  $1/4$  空間における(初期一境界値)混合問題の場合に、Gardingの仕事に対応する結果を得たものである。まず第1章で、そのような混合問題に対する基本解系を導入し、ある種の閉凸錐に台が含まれる基本解系が存在することと(これは解の存在と有限伝播性を意味する)次の三つの代数的性質が成り立つことが同値であることを証明している。

(1) ア 微分作用素は時間方向に非特性であり、イ その微分作用素に対応する多項式の特性根は実軸方向に平行な複素半平面に含まれる。

(2) 境界条件の個数は、上の多項式  $= 0$  を境界変数の双対変数に関する代数方程式と見做したときの、虚部が正である根の数に等しい

(3) 境界における波動の伝播を支配すると考えられるロパチンスキー行列式は、ある管状領域で正則な代数関数であるが、これが(1)と同様な性質をもつ。

第2章では、混合問題の $C^\infty$ 適切性即ち、無限回可微分関数である任意のデータ（初期値及び境界値）に対し無限回可微分関数である解が存在し、一意的であり、しかも解はデータに連続的に依存することと、上記の性質との同値性について論じている。

まず、初期値問題の場合と異なり、混合問題が $C^\infty$ 適切であっても微分作用素は必ずしも時間方向に非特性とはならないことを例によって示し、微分作用素が時間方向に非特性との条件の下で、混合問題が $C^\infty$ 適切となる為の必要十分条件は(1)イ, (2), (3)が成立することであることを証明している。次に特性的な場合を含む形で最も緩いと考えられる条件の下で、同様な結果が成り立つことを示している。

## 審 査 の 要 旨

定数係数の微分作用素に対する  $1/4$  空間における双曲型混合問題の適切性の研究は、1964年 Hershにより着手され、以後多くの数学者により研究されたが、白田平氏による貢献の後、1974年坂本礼子氏により次の形の結果が得られた。

(1)及び(2)を仮定し、更に(4)微分作用素及び境界作用素は境界方向に非特性である。(5)境界作用素の階数は微分作用素の階数より大でなく、しかもすべて相異なる、との条件の下で、上記混合問題が $C^\infty$ 適切であるための必要十分条件は(3)が成立することである。

著者は(4), (5)の仮定を省き、しかも(1)イ, (2)は $C^\infty$ 適切性から従うことを証明し、混合問題の $C^\infty$ 適切性即ち双曲性の美しい特徴付けに成功した。更に著者は基本解系による双曲性の特徴付けを遂行した。これらは初期値問題のときのGardingの結果に対応するものであり、これで定数係数の場合の一般論は完成されたものと考えられる。なお、変数係数の場合や一般領域の場合、強い仮定の下で現在も活発に研究が進められている。

この論文における著者の着想、創意による証明の方法は、偏微分方程式論の種々の研究に応用できるものであり、得られた結果とともに偏微分方程式論に重要な貢献をなしたもので、その業績は国際的にも高く評価されている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。