

【49】

氏 名 (本 籍)	さ さ き りゅう じ 佐々木 隆 二 (東京都)
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	博 乙 第 72 号
学 位 授 与 年 月 日	昭和56年10月31日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第5条第2項該当
審 査 研 究 科	数学研究科
学 位 論 文 題 目	Theta Relations and Graded Rings of Theta Functions (テータ関係式と テータ関数の次数つき環)
主 査	筑波大学教授 理学博士 阿 部 英 一
副 査	筑波大学教授 理学博士 太 刀 川 弘 幸
副 査	筑波大学教授 理学博士 杉 浦 成 昭
副 査	筑波大学教授 理学博士 小 泉 正 二

論 文 の 要 旨

1変数の初等解析関数をこえる最初のものとして、楕円関数は19世紀半Abel, Jacobi, Gauss, Riemann及びWeierstrass以来美しく精細な展開を見せ、その構成は具体的であり、楕円関数を三角関数と同程度に使いこなすことが一つの目標であった。楕円関数論をより一般的な方向に拡張しようとするには、二つの道があった。その一つは1変数代数関数論であり、他のものは多変数への拡張、すなわちアーベル関数論である。そして、アーベル関数を具体的に表現するものとして、本論文の主題であるテータ関数は重要な役割を果たしている。更に、古典的なテータ関数はD. Mumford(1966)などにより純代数的理論として構成され、正標数の体上のアーベル多様体の理論にも豊かな実りを加えつつある。本論文は三つの話題をとりあげ、古典的テータ関数及び代数的テータ関数を駆使して、楕円関数論のアーベル関数の理論への拡張を試みている。

第1章ではアーベル多様体 $X$ 上の豊富な可逆層 $L$ に対して、自然な線形写像

$$\Gamma(X, L^a) \otimes \Gamma(X, L^b) \rightarrow \Gamma(X, L^{a+b})$$

の像について調べ、 $a \geq 2$ ,  $b \geq 3$ のとき、この写像が全射であることを示している。これは、古典的な場合は、S. Koizumiの結果(1976)であるが、この論文では、代数的テータ関数を使い、例外的な場合を除き、正標数の代数幾何でも同様の結果を与えている。証明の段階において、興味あるテータ関数式を統一的な方法で導き、それらも独立した重要な結果とみなすことができる。上に述べた主定理は、アーベル多様体、クンマ多様体の定義方程式の決定の問題に関する重要な準備であ

り、実際、本論文の第3章で有効に使われている。

第2章では、 $X$ ,  $L$ を前と同じとした時、1次系 $\Gamma(X, L^a)$ ,  $a \geq 4$ , に付随した $X$ の射影的埋め込みが2次方程式だけを使って定義されることを示している。これは、D. Mumfordの結果(1969)の別証明であるが、Mumfordの証明は難解な理論の積み重ねであるのに対し、本論文では著者の熟達したテータ関数の取扱いにより、単なる式の変形として、全く初等的に証明している。

第3章では、標数が2でない体の上のアーベル多様体 $X$ に関して得られるクンマ多様体 $K$ の射影的埋め込みが、ある(かなり合理的な)仮定の下で、3次方程式で定義されることを示している。これは、 $X$ が2次元以下の場合は知られている結果で、その一般化は現在多くの数学者の注目している問題である。

## 審 査 の 要 旨

アーベル多様体の理論、その研究への有力な道具としてのテータ関数は19世紀初頭から多くの優れた数学者の興味をひき、また、近くはMumfordなどによる代数的構成をも含めて、更に、その魅力を新たにしている。本論文の著者は、古典的なテータ関数と代数的テータ関数論の両面に、卓越した手法を示している。その問題(1)テータ関数式とアーベル多様体の座標環、(2)アーベル多様体の定義方程式、(3)クンマ多様体の定義方程式などはいずれも現在の代数幾何学の中心問題と密接に関連しており、(1)では最終結果、(2)では初等的別証明、(3)では新しい発展への導火線をあたえ、いずれの場合も著者独自の方法と着想を示す非常に優れた業績であるといえる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。