

氏名(本籍)	横山良三 (東京都)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第158号
学位授与年月日	昭和58年10月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	<b>Moment inequalities and the convergence of moments in the central limit theorem for dependent variables</b> (従属確率変数に関する積率不等式と中心極限定理の中の積率の収束)
主査	筑波大学教授 理学博士 神田 護
副査	筑波大学教授 理学博士 杉浦 成昭
副査	筑波大学教授 理学博士 村松 寿延
副査	筑波大学教授 理学博士 塩 浜 勝 博

### 論 文 の 要 旨

確率空間  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  上に定常な確率変数列  $\{X_j, -\infty < j < \infty\}$  が与えられたとき、それらが互いに独立な場合の極限定理及び関連した種々の結果は、確率論の伝統的かつ重要なテーマであり、数多くの精密な結果が得られている。独立性の条件を弱めた場合の研究は、比較的近年になって盛んになってきており、横山氏の研究もその流れにあり、特に強混合性の条件の下での極限定理の解明に力が注がれている。 $\{X_j, j \leq 0\}$  によって生成される  $\sigma$ -field を  $P_0$ 、 $\{X_j, j \geq n\}$  によって生成される  $\sigma$ -field を  $F_n$  としたとき、 $\alpha(n) = \sup |P(E_1 \cap E_2) - P(E_1)P(E_2)|$ 、 $E_1 \in P_0$ 、 $E_2 \in F_n$  とおけば、強混合性は、“ $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha(n) = 0$  が成立する”こととして定義される。強混合性は、1956年 Rosenblatt により導入されて注目すべき結果が得られ、その後の結果としては、60年代から70年代へかけての Ibragimov の一連の成果がめざましい。たとえば、上記の  $\alpha(n)$  を用いたある条件の下で、いわゆる中心極限定理

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \{S_n / \sigma_n < x\} = \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi)^{-1/2} \exp(-u^2/2) du$$

が、1971年に公表されている。但し、 $S_n = \sum_{j=1}^n X_j$ 、 $\sigma_n^2$  は  $S_n$  の分散である。(ここで、及び以後、確率変数  $X_n$  の平均は 0 としておく。)横山氏は、これと関連はするが直接には導かれない次の結果を、 $\alpha(n)$  に関するある種の条件の下で与えている。ある実数  $r > 2$  に対して

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E |S_n / \sigma_n|^r = \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi)^{-1/2} |u|^r \exp(-u^2/2) du$$

そこでの条件は、Ibragimovによる条件と類似ではあるが、 $r$ の値に応じて修正された形になっている。上記横山氏の結果及び他の形の極限定理（横山氏自身も含む）の証明において基本的な役割を果たすのが、次の評価式である。任意の自然数 $n \geq 1$ に対して

$$E |S_n|^r \leq Cn^{r/2}$$

横山氏の学位論文の表題にある積率不等式とは、上記を指すのであり、この証明を $\alpha(n)$ に関する条件の下で与えたのが、横山氏の重要な成果の一つである。

学位論文の§1～§3に於ては、主要結果が、他者による結果と比較されながらまとめられており、§4では、それらの証明に必要な基礎的な補題、§5及び§6では、積率不等式の証明、§7及び§8では、上で述べた形での積率に関する中心極限定理の証明が与えられている。

## 審 査 の 要 旨

横山氏の対象としている課題は、古くからの確率論のテーマであり、数多くの人々によって種々の成果が得られており、人目をひくアイデアでもって華々しい成果をだすのが困難な分野である。条件を少しゆるめるだけで証明を著しく困難にし、一寸した成果の改善も、数値評価を一層精密にする必要が生じる場合が多い。横山氏の独創性の一つは、上に述べた積率不等式に注目し、地道な評価を積み重ねることにより、少くとも現在の手法では最善と思われる形で、その不等式が成立する範囲を求めたことと、それを用いて積率に関する中心極限定理を得たことにある。本論文で対象とされている強混合性をもつ確率変数列は、種々の確率論の問題に現われだして来ており、その成果のみならず横山氏の手法は、今後の極限定理の解明の発展に寄与するものと思われる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。