【51】

氏　名(本　籍)	黒田耕嗣(大阪府)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第74号
学位授与年月日	昭和56年10月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**The Probabilistic Treatment of the Geometrical Phase Transitions**(幾何学的相転移の確率論的取り扱い)

主査	筑波大学教授		杉浦成昭
副査	筑波大学教授	理学博士	松村睦豪
副査	筑波大学教授	理学博士	西村敏男
副査	筑波大学教授	理学博士	村松壽延
副査	筑波大学助教授	理学博士	神田護

論文の要旨

d次元格子Z^dの各頂点及び各辺でA，B，……，Nと記号づけられる現象を対象とする。Z^dの有限集合の列$V_1 \subset V_2 \subset \cdots\cdots$に対して$V_n$内の辺と頂点の個数を$|V_n|$とおく。$\{A, B, \cdots\cdots, N\}^{|V_n|}$上の確率を$P_n$とおく。本論文ではd＝2又はd＝3のとき，頂点と頂点，頂点と辺，辺と辺の間に起るある種の相互作用を仮定したとき，$\lim P_n$の漸近的性質を調べている。主な結果は次のとおりである。

(1) 第1章　d＝3とし各頂点はw粒子 (water) 又はo粒子 (oil) のどちらかが配置され，辺にはs粒子 (soap) が配置されているか又は空とする。相互作用としてo粒子同志，w粒子同志が隣り合わせると安定で負のポテンシャルエネルギーを持ち，o—w粒子が隣り合うと不安定で正のポテンシャルを持つとする。辺上のs粒子は親水基と疎水基を前後にもつ向きの付いた粒子で，親水基とw粒子が接していれば安定，疎水基とw粒子が接していれば不安定とする。更に平行な辺上のs粒子（距離1，$\sqrt{2}$，2まで）は向きが同じなら安定，逆なら不安定とし，一点で直交する辺上のs粒子は交点で疎水基を共にもつとき安定とする。最後にo粒子に8μの化学ポテンシャルを与える。有限集合V上のポテンシャルの水準が$U_1 \cdots\cdots$，U_kのときの有限gibbs分布は，$e^{-\beta U_i}/\Sigma_{\alpha=1}^{k} e^{-\beta U_\alpha}$で与えられる。このとき著者は次の二つの結果を得た。

(i) ある実数μ_1，μ_2が存在し，Z^d上のgibbs測度は$\beta \to +\infty$のとき，$\mu < \mu_1$なら泡状配列 (bubble structure）に，$\mu_1<\mu<\mu_2$なら柱状配列（tubular　structure）に，$\mu>\mu_2$なら層状配列（lamellar structure）に確率収束する。

(ii)　Z^dの有限集合Vの境界上で配列を与えV内のo粒子の個数を与えたときの条件付gibbs測度について$\beta\to+\infty$のときdisordered regionの確率は0となる。

(2)　第2章　Z^2の各頂点にはA，B，C，Dの4種類の粒子のいずれかが配置され，辺には粒子はないものとする。VをZ^2の有限集合としVの外側は全てA粒子とする。V内で異粒子間に線を引いて作った境界は分枝しないものとする。相互作用として（A，B），（B，C），（C，D），（D，A）は全て安定で同じポテンシャルをもち（B，D）と（A，C）は不安定で同一のより高いポテンシャルをもつとする。このとき次の二つの結果が示された。

(i)　B粒子の個数とD粒子の個数が｜V｜の定数倍に等しいという条件の下での条件付gibbs測度についてβを十分大きくとり$V\uparrow Z^2$とすれば，B粒子の最大連結成分とD粒子の最大連結成分はA粒子の海の中に別々に現われるという状態に確率収束する。

(ii)　B粒子の個数とC粒子の個数を｜V｜の定数倍に等しいという条件の下での条件付gibbs測度はβを十分大きくとり，$V\uparrow Z^2$とすればA粒子の海の中でB粒子の最大連結成分がC粒子の最大連結成分をとりかこむ状態に確率収束する。

審　査　の　要　旨

格子点上の粒子の配列に関する確率論的取り扱いはこれまで1次元で粒子が2種類のときのみ数学的に厳密な議論がなされてきた。著者は辺上に第3のs粒子（soap）を仮定し，現実的とはいえ複雑な相互作用を考慮に入れて解析に成功したこと，及び平面上ではあるが4種類の粒子間の相互作用を考え，新しい配列に収束することを証明したことは高く証価される。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。