【53】

氏名（本籍）	岩永恭雄（茨城県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第19号
学位授与年月日	昭和54年10月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**On rings with finite self-injective dimension**（自己入射的次元が有限な環について）

主査	筑波大学教授	理学博士	太刀川　弘幸
副査	筑波大学教授	理学博士	阿部　英一
副査	筑波大学教授	理学博士	内山　三郎
副査	筑波大学教授	理学博士	尾野　功

論文の要旨

Cartan-EilenbergのHomological Algebra出版（1956年）以来，代数系，特に環の研究に於てホモロヂー代数学の影響はますます大きくなって来ている。遺伝環，準フロベニュス環の研究もこの例にもれない。遺伝環とはglobal dimension≦1の環であり，一方準フロベニュス環が自己入射次元0の環であることは池田，Eilenberg—中山その他多数の代数学者の興味を呼び研究がなされて来ている。上記二つの型の環としては古くから重要であるとみなされているデデキント整域及び群環がある。然しこれ等二種の環は統一した観点から同時に研究されるということは稀であった。著者の研究はこれらの環を自己入射次元が有限である環としてとらえることから始っている。

$0 \to R \to E_0 \to E_1 \to \cdots \to E_n \to E_{n+1} \to E_{n+2} \to \cdots$をネター環Rの極小入射分解とする。

$E_{n+i}=0$，$i=1, 2, \cdots$であるときRの自己入射次元はn又はRはn—Gorensteinであると称する。前述した遺伝環は1—Gorenstein，準フロベニュウス環は0—Gorensteinである。ここで特記したいことは，0—Gorensteinは1—Gorensteinより簡単な構造をもつとは限らないことである。n—Gorenstein環上の加群に関する著者の業績は次の如く述べられる。

(1) 前述した入射加群E_iの凡ての直和$W=\coprod_{i=1}^{n} E_i$はR—加群のつくる圏のcogeneratorになる。即ち，凡てのR—加群はWの直積に埋め込まれる。この結果はGorenstein環の場合ではあるが中山の予想（Auslander-Reiten（1975）による）の肯定的解決を与えている。

(2) n—Gorenstein環上の加群Mの射影的次元及び入射的次元を夫々proj・dim M及びinj・dim M

で表わすとき，次の同値が成立する：proj•dim M$<\infty$ $\Leftrightarrow$ proj•dim M$\leqq$n $\Leftrightarrow$ inj•dim M$<\infty$ $\Leftrightarrow$ inj•dim M$\leqq$n。これは準フロベニュウス環上の加群についての〝射影性〟＝〝入射性〟の拡張と見做せる興味ある結果であるが，同時に可換環上の加群に関するLevin-Vasconcelosの定理の拡張にもなっている。

一方，Gorenstein環の構造自身に関する著者の主な業績は次の如きものである。

(3) 半準素環Ｒの凡ての剰余環がGorensteinになる場合のＲの構造定理として，Ｒが次のいづれかの型に属する環の直和になることが必要且つ十分であることを証明している。；三角行列環，単列環，許容数列２，２，…，２或いは３，２，２，…，２の一般単列環。この結果は勿論Chase，中山の結果を夫々特殊な場合として含むが，更にこれより可換ネター環のrestricted　QF環に関するLevy-Faithの定理を導くことが出来る。

(4) 環Ｒの拡大環Ｔを考えるとき，拡大T/Rが準フロベニュウス拡大の場合Ｒのn—Gorenstein性はＴに移行することを証明している。

以上が本論文の主要な結果であるが，いづれもこの方面の先駆的業績としての豊富且つ重要な内容を含んでいる。

審　査　の　要　旨

デデキント環，群環は遺伝環，自己入射環としてホモロヂカルな特徴付もなされ，研究もされて来たが，それ等の統一的な研究及び共通に成立する事実の研究はこれまで殆んどなかったと言って良い。上記二種の環に関して個々に得られていた種々の結果は本論文中n—Gorenstein環に関する結果として初めて統一的に拡張され，証明されている。更にGorenstein環の極小入射分解に現れる加群の直和がcogeneratorになるという著者によって最初に指摘され，証明された興味ある事実も含まれている。又，特に非可換Gorenstein環の研究は未だ揺籃期にあるといえるが，その中にあって，Levin-Vasconcelosの定理の非可換環の場合への拡張は大きな貢献と考えられ，注目するに値する業績と思われる。著者の研究方法はホモロヂー代数的手法を多く用いているが，一般単列Gorensten環に対するKupischの許容数列の利用など随所に力量と独創性をうかがわせるものがある。そしてこれ等の結果と方法は今後のGorenstein環の研究に大きな影響を与えるものとして高く評価される。最後に本論文末尾に挙げられている豊富な例と注意は今後の研究に多くの示唆を与えるものとおもえる。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。