

氏 名 (本 籍)	さか もと くに こ 坂 本 晋 子 (千 葉 県)
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 2834 号
学位授与年月日	平成 14 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審 査 研 究 科	数学研究科
学 位 論 文 題 目	Quasicrystals and Sturmian Words (準結晶とスチュルム列)
主 査	筑波大学教授 理学博士 森 田 純
副 査	筑波大学教授 理学博士 木 村 達 雄
副 査	筑波大学教授 理学博士 宮 本 雅 彦
副 査	筑波大学助教授 理学博士 川 村 一 宏

論 文 の 内 容 の 要 旨

準結晶という言葉が自然科学の文献の中で使われはじめたのは、ごく最近になってからである。無機化学や物性物理学における物質の原子配列等の研究において、結晶構造でも非結晶構造でもない第三の構造として、この準結晶は登場した。まだ、ほんの十数年ほど前のことである。それより以前では、ペンローズのタイル張りというものが知られていたが、こういった準周期的な構造の組織的な研究というものはあまり行われていなかった。準周期構造に関する数理モデルの純粋数学的な研究というのは、やっと始まったばかりであり、そういう意味で今までにない問題意識の下で、非常に新しい数学分野としての道が開かれてきている。本研究は、そういう流れの中で、先駆的な発見的な内容をもっている。

最も簡単な準周期構造モデルの一つは、平面において傾きが正の直線を与えることで実現される。この直線が平面内の整数格子の縦軸を横切るか横軸を横切るかに応じて、2つの異なる文字をそれぞれ対応させる。これにより、2文字からなる無限列が得られる。格子における頂点を通過する場合には、特別な決まりを設けておくことにして、特に傾きが無理数ならば周期的ではない文字の配列が定まる。この様にして与えられた直線から得られた文字列のことを切断列と呼ぶことにする。一方、幾種類かの文字からなる列が k -距離列であるとは、同じ長さからなる連続部分列に対しては、どの文字の登場回数の種類も高々 k 通りしかないときにいうと定義する。この様な性質をもつ文字列はスチュルム列とも呼ばれている。このとき、平面直線によって定まる切断列は、2文字からなる2-距離列と本質的に同等である、ということが先行研究によって既に示されている。

では3次元内の直線の場合には、如何なる現象が起こるかというのは自然な問題である。本論文ではこのテーマを正面から取り扱い、非常に興味のある結論を得ている。3次元の場合には、整数平面から定まる立体的な格子を考え、与えられた3次元空間内の直線が整数平面を横切るごとに、予め定めておいた3種類の文字をそれぞれ対応させて、無限の長さの文字列を造ることとする。これも、平面のときと同様に、空間直線による切断列と呼ぶことにする。すると、本論文の主定理として次の結果が示される。

主定理 空間直線による切断列は、常に3-距離列である。

これは2次元の場合の簡単な拡張のように思えるが、実際の現象は予想以上に複雑であり、制御するのが大変である。まず、この定理が成立することを見抜く眼力が必要である。というのも、類似の現象で2次元と3次元

とでは非常に大きな隔たりのあるものが指摘されていて、それが故に、ここで扱っている状況についても、一般的な結果を得るのは非常に困難であろうと思われていた。事実、本論文で与えられた証明は、かなり入り組んだ形をしており、そう単純な筋書きにはなっていない。例え、結果が予想されたとしても、その証明プロセスは一本道からは程遠い。そういう複雑な現象を、本論文では見事に解明している。そして、さらに特徴的なことは、定理の主張が見ての通り、誠にすっきりして明確なことである。また3-距離列になるということで色々な応用があり、記号力学系等の分野においても、この結果は大きな驚きをもって迎えられている。

さらに本論文では上記定理の内容の逆についても論じている。そして、定理の逆は一般には成立しないこと、すなわち、3-距離列であって空間直線による切断列とはならないものが存在することが示されている。また、逆が成り立たない例を系統的に大量に得る方法を具体的な形で与えている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

3次元直線による切断列として現れる準結晶の数学的性質を研究した。とくに、3次元の場合に、初めてその性質を一般的に明らかにしており、その点が大いに評価できる。さらに、それが常に3-距離列になるというきれいな結果であり、多くの応用が考えられることも評価を高める点である。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。