

氏 名 (国 籍)	ペネヴァ テメヌシュカ ペネヴァ (ブルガリア)
学 位 の 種 類	博 士 (数 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 2840 号
学位授与年月日	平成 14 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審 査 研 究 科	数学研究科
学位論文題目	On Some Additive Problems in Analytic Number Theory (解析的整数論における加法的問題について)

主 査	筑波大学教授	理学博士	木 村 達 雄
副 査	筑波大学教授	理学博士	竹 内 光 弘
副 査	筑波大学教授	理学博士	本 橋 信 義
副 査	筑波大学助教授	博士 (理学)	増 岡 彰

論 文 の 内 容 の 要 旨

4 以上のどの偶数も二つの素数の和として表せるだろうと予想されている。これはゴールドバッハ予想と呼ばれ、どんな仮定を設ければ導けるのかさえ解かっていない。この問題に対してなされてきた多くの試みは 2 つの方向に分けられる。ひとつは、そのように表せない偶数は少ないことを示そうというものであり、もうひとつは素数を概素数 (素因数の個数が少ない自然数) でおきかえたものを証明しようとするものである。

まず短い区間にある偶数のうち、二つの素数の和として表せないものは少ないことを示そうと考える。一般リーマン予想を仮定して導けることと比較すると、区間の長さを表すパラメーター θ を $1/2$ より少なくできるかが一時的な目標となる。このような結果は 1990 年になって示され、以後多くの論文が書かれている。しかし、その場合、少ないことを意味する不等式はごく弱いものにすぎない。そして強い不等式を示すには、依然として、 θ が $1/2$ より大きくなくてはならない。本論文では、この限界を超えることに成功し、 $1/3 < \theta \leq 1$ の範囲で強い不等式が成り立つことを証明した。

次に、重複を込めて高々 r 個の素因数をもつ自然数を r -概素数と呼ぶ。どの大きな偶数も素数と r -概素数との和で表せることが知られており、現在最高の結果は $r = 2$ である。ところで、1 変数 2 次多項式で素数の値を無限回とるものは一つも見つかっていない。そこで、 γ -概多項式とよばれるものによって表せる素数が考えられており、 γ -ピアテスキ・シャピロ素数と名付けられている。そして、 $\gamma_0 < \gamma < 1$ の範囲にある任意の γ に対して、 γ -ピアテスキ・シャピロ素数は無限に存在することが証明されている。ただし、 γ_0 は数値としてかける。

そこで、 γ -ピアテスキ・シャピロ素数 p と r -概素数 pr の和として偶数を表すことを考える。このような γ (< 1) と (定数) r の存在は知られているものの、具体的な値が決められるほどの結果は無い。本論文では γ と r が満たすべき関係式を証明し、具体的に値が決められるようにした。

審 査 の 結 果 の 要 旨

二つの素数の和として表せない偶数の評価に関して、 θ の範囲を $1/2$ より小さくすることがひとつの到達点となっていた。ここに $1/2$ の臨界をはじめて超えたことになる。また、その証明のために必要である L 関数の零点密度評価は、虚軸方向の密度に関して、予想されていたものより強い結果を得ている。このような不等式は、ゼー

タ関数に対してのみ知られていたものである。そして、偶数を γ －ピアテスキ・シャピロ素数と r －概多項式との和によって表すことに関しても、ここにはじめて γ と r を具体的に与えられるようになった。したがって、本論文は古典的問題の研究への新たな出発点を招いたことで、この分野へ大きく寄与するものといえる。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。