【94】

氏　名（本籍）	稲葉大樹（いなば だいじゅ）（茨城県）
学位の種類	博　士（理　学）
学位記番号	博甲第 3641 号
学位授与年月日	平成 17 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	**A Study on Multivariate Polynomial Factorization and Analytic Continuation** （多変数多項式の因数分解と解析接続の研究）

主　査	筑波大学教授	理学博士	佐々木　建　昭
副　査	筑波大学教授	理学博士	赤　平　昌　文
副　査	筑波大学教授	理学博士	宮　本　雅　彦
副　査	筑波大学助教授	理学博士	坂　井　　公

論文の内容の要旨

本学位論文は，1）主係数が特異な場合への拡張ヘンゼル構成の一般化，2）拡張ヘンゼル構成を利用した（多変数多項式の因数分解における）非零代入問題の解決，3）代数関数の解析接続の保証法，の三つの研究をまとめたものである。

1）主係数が特異な場合への拡張ヘンゼル構成の一般化について。一般ヘンゼル構成は，多変数多項式の因数分解で決定的役割を果たす等，多くの算法で使われている極めて重要な演算である。しかし，一般ヘンゼル構成は展開点が特別な点（特異点と呼ばれる）では破綻する。数学的には特異点の方が重要で面白く，特異点でも適用できるヘンゼル構成が望まれていた。

特異点でのヘンゼル構成は，2 変数多項式に対しては解析的因数分解の文脈で Kuo により 1989 年に，3 変数以上も含む一般の場合には代数方程式の Puiseux 的級数根の文脈で Sasaki-Kako により 1993 年に考案された。Sasaki-Kako はこの方法を拡張ヘンゼル構成と命名した。彼らは，興味が Puiseux 的級数根であったので，与多項式をモニックと仮定し，代数関数を導入して主変数に関して 1 次にまで分解した。そのため，数学的には問題ないが応用には不向きな定式化であった。

著者は，与式にある簡単な変換を施すことにより，主係数が特異な場合と非特異な場合が統合的に扱えて，拡張ヘンゼル構成ができることを見出した。応用に適した定式化については，ヘンゼル構成の初期因子を決める多項式（ニュートン多項式と呼ばれている）を，代数関数体上ではなく多項式環内で因数分解するというアイデアにより，明快な分解定理を得た。3 変数以上の場合の拡張ヘンゼル因子は，従変数に関して同次有理式の級数からなる環上の多項式であり，どの書物にも載っていない斬新なものである。

2）拡張ヘンゼル構成を用いた非零代入問題の解決について。多変数多項式の因数分解では，非常に効率的な算法が開発されており，何ら問題はないように見える。しかしながら，非零代入問題という課題が 30 年も前から存在している。多変数多項式の因数分解の代表的算法は，従変数に数値を代入して得られる 1 変数多項式を因数分解し，1 変数因子を初期因子にして一般ヘンゼル構成により従変数部を回復し，ヘンゼル因子を組み合わせて多項式因子を得るというものである。従変数に代入する座標点は展開点に他なら

ず，上述のように一般ヘンゼル構成には特異点が存在する。通常，展開点は原点に選ぶのだが，原点が特異点の場合には，一般ヘンゼル構成が破綻するので原点を移動する必要がある。例えば，原点を（1，1）に移動すれば項 $y^{10}z^{10}$ は 121 個の項に増える。項数が百倍に増えれば因数分解に要する時間も約百倍に増える。これが非零代入問題である。問題が非常に単純であるが故に，なかなか良い解決策が見つからなかったのである。

ところで，拡張ヘンゼル構成は特異点でのヘンゼル構成なので，原点を移動する必要がない。故に，拡張ヘンゼル構成を用いて因数分解を行えば，非零代入問題はそもそも発生せず，同問題の究極的な解決となる。このアイデアは Sasaki-Inaba の論文に記されたが，著者は，具体的なアルゴリズムを設計し，種々の効率化手法を考案し，プログラムを開発した。そして，従来の代表的な二つのアルゴリズムもプログラムし，著者の開発したプログラムと実行効率を比較した。その結果，典型的に非零代入問題が発生する 3 変数多項式に対して，拡張ヘンゼル構成を用いた方法は数十倍から数百倍もの高い効率で因数分解を実行することを実証した。

3）代数関数の解析接続の保証法について。解析接続は数学的には非常に重要な演算であるにも拘らず，計算機代数での研究は意外に少ない。コンピュータによる方法として，べき級数根を高次まで計算して Taylor 剰余の上界を計算する方法，べき級数根の最初の数項（初項のみでもよい）を計算し，別の展開点で計算したべき級数根と Smith の定理を用いて接続する方法，等が提案されていた。しかし，接続の保証は十分ではなく，また 40 次～ 50 次の “ 大きな ” 多項式でうまく行くかどうかの実験もなかった。

著者は，接続保証に用いる定理として，従来用いられてきたSmithの定理よりも有用な “最小根の上界定理” を考案した。そして，実際的な三つの接続法を提案し，10 次，20 次，50 次の多項式をランダムに発生し，提案した三方法がいずれも全ての根の解析接続を短時間で行うことを実証して，それぞれの方法の特性を明らかにした。さらに，特異点での Puiseux 級数根と非特異点での Taylor 級数根との接続法も与えた。

審 査 の 結 果 の 要 旨

拡張ヘンゼル構成は，特異点近傍の曲線や曲面の実際的解析手法として，重要な役割を果たしていくに違いない。その意味で，拡張ヘンゼル構成を応用に適した形で定式化した著者の研究は重要である。しかし，この研究での著者の貢献度は 3 割程度なので，その点を割り引く必要があろう。

実際の計算で非零代入問題が発生する場面は限られるが，一旦発生すると従来の方法は極端に効率が落ちる。その意味で，著者の研究は数学的な内容は少ないが，計算機代数としては極めて高く評価できるものである。ただし，現段階で著者の方法は，拡張ヘンゼル構成の初期因子に重複したものが含まれる場合には適用できない。今後，この点の解決が望まれる。

解析接続の保証法に関しては，最小根の上界定理を導出し，それを用いて実際的な接続法を考案したことは高く評価できる。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。