

氏名(本籍)	矢口雅人(茨城県)		
学位の種類	博士(理学)		
学位記番号	博甲第3639号		
学位授与年月日	平成17年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	数理解物質科学研究科		
学位論文題目	Hyperspaces of Infinite-Dimensional Spaces (無限次元空間上の巾空間)		
主査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男
副査	筑波大学教授	理学博士	保科隆雄
副査	筑波大学教授	理学博士	森田純
副査	筑波大学助教授	理学博士	酒井克郎

論文の内容の要旨

無限次元トポロジーにおいて、巾空間は主要な研究対象の1つであり、記念碑的な結果として、“空間 X の空でない閉集合全体のなす巾空間 $\text{Cld}(X)$ が Hilbert cube Q と同相となるためには、 X が1点でない Peano 連続体(局所連結コンパクト連結距離空間)となることが必要十分である”という Curtis-Schori-West の巾空間定理がある。ここで、巾空間 $\text{Cld}(X)$ の位相は Vietoris 位相であり、この位相で $\text{Cld}(X)$ が距離付け可能となるために、 X は距離付け可能だけでなくコンパクトでなければならない。コンパクトでない X に対しては、 $\text{Cld}(X)$ 全体ではなく、空でないコンパクト集合全体のなす巾空間 $\text{Comp}(X)$ やその部分巾空間が研究され、Curtis により、 $\text{Comp}(X)$ が Q から1点を除いた空間や Hilbert 空間 I_2 と同相になるための必要十分条件が得られ、Curtis と Nguyen To Nhu により、空でない有限部分集合全体のなす巾空間 $\text{Fin}(X)$ が I_2 の有限個の除いて座標が0となる点全体のなす部分空間 I_2^f と同相になるための必要十分条件が得られている。しかし、 $\text{Cld}(X)$ 全体を扱うには、距離付け可能となる別の位相を考える必要がある。

最適化理論、凸解析、多値関数の理論といった分野においては、距離空間 X に対する上記の巾空間の他に、ノルム空間 X の閉凸集合全体のなす $\text{Conv}(X)$ など扱われ、古典的な Hausdorff 距離位相の他に、Wijsman 位相、Attouch-Wets 位相など、Vietoris 位相以外の位相が考えられている。最近、無限次元トポロジーにおいて、酒井を中心に、そうした位相を持つ巾空間の研究が行われるようになった。本論文は、このような位相を持つ巾空間の研究において、著者が関わった研究の総合報告であり、4編の共著論文と1編の単著論文をまとめたものである。Hausdorff 距離位相、Attouch-Wets 位相、Wijsman 位相を $\text{Cld}(X)$ に導入した巾空間を、 $\text{Cld}_H(X)$, $\text{Cld}_{AW}(X)$, $\text{Cld}_W(X)$ と表し、さらに $\text{Comp}(X)$, $\text{Fin}(X)$ や有界閉集合全体 $\text{Bdd}(X)$, (X がノルム空間の場合には、 $\text{Conv}(X)$) などに上記の位相を導入した部分巾空間も $\text{Cld}(X)$ の場合と同じように表す。

本論文の主な結果は以下のとおりである：

1. 距離空間 X に対して、 $\text{Cld}_H(X)$ の各連結成分が AR となるための十分条件を与えた。
2. ノルム空間 X に対して、 $\text{Conv}_H(X)$ の各連結成分および $\text{Conv}_{AW}(X)$ が AR となる。

3. 可分無限次元 Banach 空間 X に対して, $\text{Cld}_W(X)$ は l_2 と同相であり, $\text{Fin}_W(X)$ と $\text{Bdd}_W(X)$ は $l_2 \times l_2^f$ に同相である。
4. 稠密度 τ の無限次元 Banach 空間 X に対して, $\text{Comp}_{AW}(X)$ と $\text{Fin}_{AW}(X)$ は $l_2(\tau) \times l_2^f$ に同相であり, $\text{Bdd}_{AW}(X)$ は $l_2(2^\tau) \times l_2^f$ に同相である。
5. 稠密度 τ の無限次元 Banach 空間 X に対して, $\text{Fin}_H(X)$ は $l_2(\tau) \times l_2^f$ に同相であり, $\text{Comp}_H(X)$ は $l_2(\tau)$ に同相である。

ここで, $l_2(\tau)$ は稠密度 τ の Hilbert 空間を表す。上の結果 1 で与えられた条件は, 最近 Banach と Voytsitski により, 必要条件でもあることも示されている。3 における X の可分性は $\text{Cld}_W(X)$ の距離付け可能性のために必要であり, 4 において $\text{Cld}_{AW}(X)$ が $l_2(2^\tau)$ に同相であることは, Banach, 栗原, 酒井の共同研究により既に証明されている。なお, 1-4 は著者が関わった共同研究 (1 は酒井, 栗原との共同研究, 2 と 4 は酒井との共同研究, 3 は Kubiś, 酒井との共同研究) による研究結果であり, 5 は著者単独の研究結果である。

審 査 の 結 果 の 要 旨

無限次元トポロジーにおいて, Wijsman 位相や Attouch-Wets 位相を持つ巾空間の研究は, 最近始められたばかりの先駆的な研究であり, 本論文は, これらに関して興味深い多くの結果が含まれている。また, コンパクトでない距離空間 X に対して, Hausdorff 距離位相を持つ巾空間 $\text{Cld}_H(X)$ は, 無限次元トポロジーでは扱われていなかった。巾空間の研究において, AR (ANR) 性を調べることは非常に重要である。本論文で与えている $\text{Cld}_H(X)$ の各連結成分が AR となるための十分条件が, 実際には, 必要条件でもあり, このような距離空間 X を特徴付けていることは非常に意義深いことである。本論文には, これら共同研究による結果だけでなく, 著者単独による $\text{Fin}_H(X)$ に関する研究結果も含まれており, この部分に関しても独創的なアイデアが見られ, 博士論文として十分な内容であると言える。本論文の基になった 5 編の論文のうち, 3 編は著名な国際学術誌に投稿され論文審査を通り, 1 編は既に掲載され, 他の 2 編は掲載予定であり, 本論文に含まれる結果は国際的な評価を受けていると言える。

よって, 著者は博士 (理学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。