【91】

氏　名（本籍）	岩見真希（いわみまき）（和歌山県）
学位の種類	博　士（理　学）
学位記番号	博甲第 3638 号
学位授与年月日	平成 17 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	**A Study on the Analytic Factorization of Multivariate Polynomials** （多変数多項式の解析的因数分解に関する研究）

主　査	筑波大学教授	理学博士	佐々木　建　昭
副　査	筑波大学教授	理学博士	本　橋　信　義
副　査	筑波大学教授	理学博士	若　林　誠一郎
副　査	筑波大学助教授	理学博士	坂　井　　公

論文の内容の要旨

解析的因数分解とは，与えられた多変数多項式 F（$x, u_1, \cdots, u_l$）を，従変数 $u_1, \cdots, u_l$ に関して展開点を定め，展開点を中心とする形式的べき級数環上で因数分解することである。代数曲線や代数曲面の局所的解析に重要な演算である。F の従変数に展開点を代入して得られる 1 変数多項式が重根を持つとき，その展開点は特異点と呼ばれる。展開点が特異点でなければ，一般ヘンゼル構成で簡単に解析的因数分解ができる。特異点でのヘンゼル構成である拡張ヘンゼル構成を使えば，ヘンゼル構成の初期因子を定めるニュートン多項式が重複因子を持たないかぎり，特異点での解析的因数分解も可能である。したがって，解析的因数分解で問題となるのは，展開点が特異点でかつニュートン多項式が重複因子を持つ場合であり，これは g を既約多項式とするとき，$F = g^m +$（高次項）となる場合に帰着できる。

2 変数の場合，すなわち $F = F$（x，u）の場合，二つの方法が知られている：Abhyankar-Kuo の展開基底法（1988 − 89）と Sasaki の拡張ヘンゼル構成法（2000）である。展開基底法では，多項式 g を新たな変数 G とおき，F を変数 G，x，u の多項式とみなして “pseudo-form” と呼ばれる標準形に変形し，その標準形を因数分解してニュートン多項式の重複度（上記では m）を下げていくのである。拡張ヘンゼル構成法では，g の根となる共役な代数関数 $\theta_1, \cdots, \theta_r$ を導入して形式的に g を 1 次因子に分解し，各 1 次因子の m 乗を初期因子として拡張ヘンゼル構成を行い，F を完全に分解した後で共役なヘンゼル因子どうしを掛け合わせて，$\theta_1, \cdots, \theta_r$ を消去するのである。

著者はまず，Sasaki の方法を 3 変数以上の場合に拡張した。著者の方法は基本的に Sasaki の方法と同じであるが，ヘンゼル因子の構造が異なってくる。従変数の個数が 2 個以上の場合には，Sasaki らによる拡張ヘンゼル構成の理論によれば，ヘンゼル因子の主変数 x に関する係数部は従変数 $u_1, \cdots, u_l$ の同次有理式となる。このようなヘンゼル因子の属する環は $\mathrm{K}\{(u_1, \cdots, u_l)\}[\mathrm{x}]$ と表わされている（K は係数体で，$\mathrm{K}(u)$ と $\mathrm{K}\{\mathrm{u}\}$ はそれぞれ K 上の有理式体および形式的べき級数環を表す）。2 変数の場合には従変数は u_1 のみであり，1 変数の同次有理式は単項式に他ならず，$\mathrm{K}\{(u_1, \cdots, u_l)\}[x] \Rightarrow \mathrm{K}\{u\}[x]$ となって非常に簡単になる。3 変数以上の場合には，$\mathrm{K}\{(u_1, \cdots, u_l)\}$ 上で定義される代数関数 $\theta_1, \cdots, \theta_r$ を導入するのであるから，数式の取扱いは複

雑になる。しかし，著者は複雑なヘンゼル因子を丁寧に解析し，コンピュータで実行可能な算法に作り上げた。

著者は次に，展開基底法の3変数以上の場合への拡張に挑んだ。展開基底法では，核となる多項式 g を新たな変数 G で置き換え，変数の重みを取り替えて高次項を取り込むという巧妙な手順を経るため，3変数以上への拡張は難しく思える。しかしながら著者は，1990年代に考案された拡張ヘンゼル構成法を武器に，系統的に計算過程を解析し，拡張ヘンゼル構成と組み合わせることで，展開基底法も3変数以上の場合に拡張できることを示した。同時に，2変数の場合の従来の複雑な算法を，拡張ヘンゼル構成の立場から明快に再構築した。

上記二つの研究では，与式 F の主係数は非特異（主係数に展開点を代入したとき0にならない）と仮定したが，著者はさらに，F の主係数が展開点で特異になる場合も研究した。この場合は，Sasaki-Inaba の変換をすることにより，主係数が非特異な場合と統合して解析的因数分解ができることを見出した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

解析的因数分解の研究者は世界でも極めて少数であり，論文も少ない。その意味で研究はやりにくいが，逆に開拓者的生きがいが持てるテーマと言えよう。そのような状況で，展開基底法までも多変数化した著者の研究は高く評価できる。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。