

氏名(本籍)	ひら た やす し 平 田 康 史 (東 京 都)
学位の種類	博 士 (理 学)
学位記番号	博 甲 第 3375 号
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	<b>Subnormality and Mild Normality in Products of Ordinal Numbers</b> (順序数の積空間におけるサブノーマル性およびマイルドノーマル性について)
主査	筑波大学教授 理学博士 本橋信義
副査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学助教授 理学博士 坪井明人
副査	筑波大学講師 博士(数学) 塩谷真弘

### 論 文 の 内 容 の 要 旨

交わらない閉集合の対が、常に、交わらない開集合の対で分離できる空間をノーマルな空間という。ノーマルな空間は位相空間論の主要な研究対象であるが、一般には積や部分空間に関して閉じていないため、ノーマル性と積や部分空間との関係についてのさまざまな結果や予想が位相空間論で取り扱われている。

本論文は、ノーマルな位相空間の積空間についての諸性質、特に、サブノーマル性とマイルドノーマル性について、順序数による順序位相空間を題材に調べようとする論文である。この方面では最初の非可算順序数  $\omega_1$  が作る順序位相空間の積空間  $\omega_1^2$  についての次の事実が出発点となる定理である。

定理 1 (家本) 積空間  $\omega_1^2$  のすべての部分空間はサブノーマルである。

この事実を位相空間  $\omega_1$  の 3 個の積には拡張できないことを著者達は証明した。

定理 2 (家本, 平田) 位相空間  $\omega_1^3$  にはサブノーマルでない部分空間が存在する。

このように、非可算順序数が作る位相空間については、2つの積と3つの積では性質が大きく異なることが分かる。

この事実に関連して平田氏は

定理 3 (平田) 位相空間  $\omega_1$  の有限個の部分空間の積については、正規性を弱めたさまざまな概念 (サブノーマル性, マイルドノーマル性, その他) が等値な概念になる。

を証明している。

なお、この定理 3 の中の“位相空間  $\omega_1$  の有限個の部分空間の積について”の部分積空間のどの範囲

の部分空間にまで拡張できるかは今後の研究課題である。

これらの定理は、集合論における無限組み合わせ論の主要定理、Fodor の定理を拡張して利用することにより証明されている。

### 審 査 の 結 果 の 要 旨

位相空間論における未解決問題に対して、集合論、特に、無限組み合わせ論の最新の結果を用いて、順序数の作る位相空間の中に反例を組織的に作って点で、本論文は、位相空間論において重要なばかりでなく、集合論の応用という視点でも重要な論文である。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。