

氏名(本籍)	かとうよしあき 加藤義明(兵庫県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第3107号
学位授与年月日	平成15年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On Derived Equivalent Algebras (導来同値な多元環について)
主査	筑波大学教授 理学博士 竹内光弘
副査	筑波大学教授 理学博士 森田純
副査	筑波大学教授 理学博士 本橋信義
副査	筑波大学講師 理学博士 星野光男

論文の内容の要旨

与えられた2つの環に対して、それらの環上の加群圏における有界(または上に有界)な鎖複体全体のなす導来圏(これを以下導来加群圏と呼ぶ)が三角圏として圏同値であるとき、それらの環は導来同値であると言う。また、その様な圏同値の下でランク1の自由加群に対応する鎖複体のことを傾斜鎖複体と呼ぶ。このとき、与えられた環に対して、その環と導来同値な環とは適当な傾斜鎖複体の準同型環として与えられる環に他ならない。更に、体上有限次元多元環の場合には、有界(または上に有界)な導来加群圏の間に三角圏としての圏同値が存在するためには、両側傾斜鎖複体と呼ばれる適当な双加群の鎖複体による導来テンソル積が圏同値を引き起こすことが必要十分である。特に、与えられた1つの多元環に対して、その上で両側傾斜鎖複体の同型類全体は導来テンソル積の下で群をなし、導来ピカル群と呼ばれる。本論文では、与えられた多元環上の傾斜鎖複体を組織的に構成しかつそれらの準同型環を計算することにより、多元環の導来同値の下で不変な性質についての研究を行った。

第1章では、任意の環上である条件をみたす冪等元は項の長さ2の傾斜鎖複体を定めることを具体的な構成方法を与えることによって示した。特に、自己入射的アルティン多元環の場合には、その様な傾斜鎖複体の準同型環はまた自己入射的アルティン多元環でかつもとの多元環と中山置換を共有することを示した。更に、体上有限次元多元環の場合に、適当な条件をみたす冪等元は項の長さ2の両側傾斜鎖複体を定めることを具体的な構成方法を与えることによって示した。

第2章では、傾斜鎖複体によって誘導される導来加群圏の t -構造について研究を行った。まず、任意の傾斜鎖複体が導来加群圏の上に t -構造を誘導し、その t -構造の核がもとの傾斜鎖複体の準同型環上の加群圏と圏同値となることについて、この事実が成り立つためには負次数における自己超拡大群の消滅性を必要としないことを示した。次に、項の長さ2の場合には、その鎖複体が誘導する導来加群圏の t -構造はもとの加群圏上にトーション理論を定めることを示した。特に、アルティン多元環の場合には、加群圏上のある条件をみたすトーション理論と項の長さ2の傾斜鎖複体との間に1対1対応が存在することを具体的な対応を与えることによって示した。

第3章では、任意の項の長さを持つ傾斜鎖複体および両側傾斜鎖複体の組織的な構成方法を与えた。特に、自己入射的アルティン多元環上のある条件をみたす冪等元は任意の項の長さを持つ傾斜鎖複体の族を定めることを

具体的な構成方法を与えることによって示し、それらの傾斜鎖複体の準同型環はまた自己入射的アルティン多元環でかつもとの多元環と中山置換を共有することを示した。更に、体上有限次元多元環について、ある条件をみたす冪等元は任意の項の長さを持つ両側傾斜鎖複体の族を定めることを具体的な構成方法を与えることによって示し、かつそれらの導来ピカル群における分解方法を具体的に与えた。

第4章では、導来加群圏と射影的に安定な加群圏との関係についての研究を行った。まず、環の自己入射次元の有限性および大域次元の有限性は導来同値の下で不変な性質であることを示した。次に、両側接続環について、鎖複体のGorenstein次元の概念を新しく導入し、有限なGorenstein次元を持つ鎖複体からなる有界な導来加群圏を有限の射影次元を持つ鎖複体からなる有界な導来加群圏で割った商三角圏はGorenstein次元0の加群からなる射影的に安定な加群圏と（三角圏として）圏同値となることを示した。また、その応用として、有限な左（または右）自己入射次元を持つ導来同値な2つの接続環について、それらの間の導来同値はGorenstein次元0の加群からなる射影的に安定な加群圏の間の圏同値を引き起こすことを示した。更に、体上有限次元多元環の場合にはその圏同値は適当な双加群のテンソル積によって引き起こされることを示した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

自己入射的アルティン多元環の場合、傾斜加群は本質的にランク1の自由加群に限り、傾斜加群の理論は意味を持たなかった。他方で、自己入射的アルティン多元環の安定同値性の研究はかなり進んでいた。ところが、Rickardは自己入射的アルティン多元環について導来同値なら安定同値であることを示し、更に、安定同値な自己入射的アルティン多元環の主要な例が実は導来同値であることを示した。それ以来、自己入射的アルティン多元環の表現論においては、導来同値の研究が主流となった。ただし、傾斜鎖複体を構成すること自体が簡単ではなく、一般的な構成方法は知られていなかった。本論文では傾斜鎖複体の具体的かつ組織的な構成方法を与えており、この観点からも高く評価される。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。