

氏名(本籍)	にし ひら ゆう じ 西 平 祐 治 (長 崎 県)
学位の種類	博 士 (理 学)
学位記番号	博 甲 第 2293 号
学位授与年月日	平成12年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Sufficiency in the Sequential Experimentation (逐次実験における十分性)
主査	筑波大学教授 理学博士 赤 平 昌 文
副査	筑波大学教授 理学博士 神 田 護
副査	筑波大学教授 理学博士 森 田 純
副査	筑波大学助教授 理学博士 青 嶋 誠

### 論 文 の 内 容 の 要 旨

逐次決定論においては、予め定められた大きさをもつ標本に基づいた決定を下す非逐次決定論とは異なっていて、各観測後に標本抽出を停止して直ぐに決定を下すか、または標本抽出を継続した後に適時に決定を下すかどうかを定めることができる。非逐次の場合と同様に、適切な決定を下す際に十分統計量は重要であり、さらに推移性をもつ十分統計量に基づいて決定を下せば有効である。通常、逐次解析では統計量に基づいて停止則を含む逐次決定方式を考え、その性質を論じることが多い。

本論文では、逐次決定論において測度論の観点から十分性 (sufficiency)、推移性 (transitivity) について部分  $\sigma$ -加法族を用いて考察した。また十分性の概念を統計的予測論に適用可能にした概念として予測十分性 (prediction sufficiency) を取り上げ、その性質について逐次実験への適用も含めて論じた。

(i)  $(X, A)$  を標本区間とし、 $P$  を  $(X, A)$  で定義された確率分布族とする。また、 $\{A^{(m)}\}$  を  $A$  の部分  $\sigma$ -加法族の無限列で、 $A^{(1)} \subset A^{(2)} \subset \dots \subset A^{(m)} \subset \dots \subset A$  を満たすとする。さらに、各  $m$  について  $A_0^{(m)}$  を  $A^{(m)}$  の部分  $\sigma$ -加法族とする。このとき、 $(X, A, P, \{A^{(m)}\})$  の組の下で考察した。Bahadur (1954) は、 $\{A_0^{(m)}\}$  が十分列である、すなわち各  $m$  について、任意の  $A \in A^{(m)}$  に対して、 $A_0^{(m)}$ -可測関数  $\phi_A$  が存在して、任意の  $p \in P$  に対して

$$\phi_A(x) = E_p[X_A | A_0, x] \text{ a.e. } (A, p)$$

が成り立つための必要条件を求めた。本論文では、 $\{A_0^{(m)}\}$  が十分列であるための必要十分条件を求め、また、Bahadur の必要条件を満たすが必要十分条件を満たさない例を示した。さらに、 $\{A_0^{(m)}\}$  が十分列で、かつ推移列である、すなわち各  $m$  について、任意の  $B \in A_0^{(m+1)}$ 、任意の  $p \in P$  に対して

$$E_p[X_B | A^{(m)}, x] = E_p[X_B | A_0^{(m)}, x] \text{ a.e. } (A, p)$$

が成り立つための必要十分条件を求めた。

(ii) 観測される確率変数 (データ) を  $X$  とし、未観測の確率変数を  $Y$  としたとき、 $X$  に基づいて  $Y$  を予測する問題を考えた。そこで、 $P$  を  $(X, Y)$  の同時確率分布族として、 $X$  に基づく統計量  $T = T(X)$  が  $Y$  に対して予測十分であるという概念を、 $T$  が  $X$  の周辺確率分布族  $P^X$  に対して十分であるという条件に、さらに  $T$  を与えたときに  $X$  と  $Y$  が条件付独立であるという条件を付加することによってつくることことができる。本論文では、測度論的設定の下で部分  $\sigma$ -加法族を用いて予測十分性の性質について考察した。実際、予測すべき量が  $X$  と  $Y$  の関数  $g(X, Y)$

であるとき、統計量  $T = T(X)$  が  $g(X, Y)$  に対して予測十分であるための十分条件を求めた。そして、統計的逐次実験の場合に適用できることを示し、多変量正規分布の場合や自己回帰過程の場合に予測十分統計量を求めた。さらに、逐次実験の場合に予測十分性と推移性の関連についても考察した。

### 審 査 の 結 果 の 要 旨

統計的逐次決定論において、測度論の観点から、標本空間の部分  $\sigma$ -加法族が十分性、推移性をもつための必要十分条件を求め、また予測十分性との関連を考察し、さらに逐次実験への応用について研究した。これらの研究は従来の結果を深めて、有機的な構造を解明したこととして高く評価される。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。