

氏名(本籍)	おお 谷 信 一 (山 口 県)
学位の種類	博 士 (理 学)
学位記番号	博 甲 第 2295 号
学位授与年月日	平成 12 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Classifications of Semisimple Finite Prehomogeneous Vector Spaces and Simple Weakly Spherical Homogeneous Spaces (半単純有限概均質ベクトル空間と単純弱球等質空間の分類)
主査	筑波大学教授 理学博士 木村 達 雄
副査	筑波大学教授 理学博士 竹内 光 弘
副査	筑波大学教授 理学博士 宮下 庸 一
副査	筑波大学教授 理学博士 森田 純

論 文 の 内 容 の 要 旨

G を連結線型代数群, $\rho : G \rightarrow GL(V)$ を G の有限次有理表現とする。 ρ が Zariski-稠密な G -軌道を持つとき, 三つ組 (G, ρ, V) を概均質ベクトル空間 (Prehomogeneous Vector Space 略して P.V.) と呼ぶ。概均質ベクトル空間の理論は 1961 年に佐藤幹夫によって創始され, 佐藤・木村により ρ が既約表現の場合の分類が完成されている。またこれに引き続き, G が簡約可能かつ十分な $GL(1)$ によるスカラー倍を仮定した場合には, 有限個の軌道しか持たないものについて分類が完成している。

本論文ではこれらの結果を元に, 概均質ベクトル空間の中でも代表的対象として基本的な, 有限個の軌道を持つ半単純概均質ベクトル空間 (Semisimple Finite Prehomogeneous Vector Space 略して S.F.P.) と, 概均質ベクトル空間と深い関係を持ち, 近年注目されつつある弱球等質空間 (Weakly Spherical Homogeneous Space) の分類を取り扱っている。

近年, 対称空間の一般化である球等質空間のさらに一般化である弱球等質空間の理論が, 対称空間の理論と概均質ベクトル空間の理論の統一および Zeta 関数の理論への応用などから注目されつつある。弱球等質空間とは G を連結線型代数群, P および H をそれぞれその放物型部分群, 閉部分群として, 等質空間 $H \backslash G$ が Zariski 稠密な P -軌道をもつとき, $H \backslash G$ が P -spherical または弱球等質 (空間) と呼ばれる。特に $G = GL(n)$ の場合においては, 弱球等質性の判定に概均質ベクトル空間の結果が適用されることが知られている。それを受けて, 本論文の第 II 章では, $G = GL(n)$ である弱球等質空間 $\rho(H) \backslash GL(n)$ と概均質ベクトル空間との関係を明らかにし, $\rho(H)$ が十分な $GL(1)$ によるスカラー倍と単純代数群の有理表現の合成であるような弱球等質空間 $\rho(H) \backslash GL(n)$ を条件

$$(H, \rho) \neq (GL(1)^{k+1} \times SL(r), (\Lambda_1 + \dots + \Lambda_1 + 1 + \dots + 1))$$

の下で調べ, 対応する極小な放物型部分群 P をすべて決定している。

有限個の軌道を持つ簡約可能な概均質ベクトル空間についてはその強い条件から, 分類において被約 (reduced) の概念を用いる必要がないことや表現の双対性がある条件下で無視できることが分かる。有限個の軌道を持つ簡約可能な概均質ベクトル空間の分類は, 木村・笠井・保倉 [K-K-Y] により一般の場合が完成した。ただしこれらの分類は各既約成分毎に $GL(1)$ によるスカラー倍を仮定しており, 一種のダイアグラムにより説明可能である。

逆に $GL(1)$ によるスカラー倍を全く仮定しない場合、即ち半単純概均質ベクトル空間となる場合は代数群のサイズが強く影響し、結果は非常に細かく複雑になる。第Ⅲ章においては、それら有限個の軌道をもつ半単純概均質ベクトル空間の分類を、ダイアグラムが $[K-K-Y]$ の第3節以降に現れる場合を解決、もしくは特殊直交群1つと特殊線型群のみを含む場合の結果に帰着させている。ただし、うち1例は必要条件を与えるに留まっている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

弱球等質空間は、対称空間と概均質ベクトル空間を含む概念で、ここに於いて対称空間におけるラングランズのアイゼンシュタイン級数の理論と概均質ベクトル空間における佐藤幹夫らによる理論を統一した理論の構成が期待されている。この学位論文の第Ⅱ章は、弱球等質空間の分類の最初の試みで、そこで得られた結果の研究が他の人たちによって現在精力的に行われていることから、この研究の重要性がうかがえる。また有限個の軌道をもつ半単純概均質ベクトル空間の分類は大変複雑であるが、それを本質的に押し進めたことは評価に値する。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。