氏　名（本 籍）	山 﨑 薫 里（新 潟 県）
学 位 の 種 類	博　　士（理　　学）
学 位 記 番 号	博 乙 第 1641 号
学位授与年月日	平成12年7月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
審 査 研 究 科	数学研究科
学 位 論 文 題 目	Extensions of Mappings on Product Spaces （積空間における写像の拡張）

主　査	筑波大学教授	理学博士	保 科 隆 雄
副　査	筑波大学教授	理学博士	加 藤 久 男
副　査	筑波大学教授	理学博士	伊 藤 光 弘
副　査	筑波大学教授	理学博士	赤 平 昌 文

論 文 の 内 容 の 要 旨

本論文は，位相空間論において主要な研究対象の一つである積空間の上で，連続関数の拡張問題について論じたもので，4章からなる。

T_1-位相空間Xの部分空間A上のすべての有界実数値連続関数が全空間X上に連続拡張されるとき，AはXにC^*-埋蔵されるといい，また，有界なものに限らない場合は，C-埋蔵されるという。また，A上の位相濃度が高々γの全ての連続擬距離がX上に連続拡張されるとき，AはXにP^{γ}-埋蔵されるという。これらの埋蔵性は，旧くは今世紀初頭のTietze-Urysohnの拡張定理，Hausdorffの拡張定理に由来しているが，1960年代にこの3種の概念が，A上の正規被覆のX上への拡張という立場で統一的に表現できることが証明され，研究の発展の要因となったと同時に，次元論やシェイプ理論等の正規被覆を基本的な道具とする分野で盛んに応用されるようになり，今日，これらの概念は種々の連続写像や開被覆の拡張に関連して，最も基本的に重要なものと考えられている。本論文は，最近Dydakによって幾何学的観点から新しく導入された拡張概念であるP^{γ}（局所有限）－埋蔵性について，有用な特徴付けを得ると同時に，積空間における上記の埋蔵性との関連を探求し，優れた成果を挙げた。また，著者独自の拡張概念を設定し，これをもとに積空間の正規性について未解決問題を肯定的に解決した。

以下，内容を述べると，第1章では，基本事項の準備の後，本論文に関連する幾つかの基本的事実を述べている。

1996年Dydakは，CW複体や距離位相を持つ単体的複体に値をとる連続写像の拡張問題に関連して，部分空間A上の個数γの関数からなる局所有限な1の分割を，全空間Xの局所有限な1の分割に拡張するP^{γ}（局所有限）－埋蔵性（以下，P^{γ}（l.f.）－埋蔵性と記す）の概念を導入し，P^{γ}-埋蔵性もこの方向から議論し，拡張理論を構成した。そこにおいてDydakは，Borsuk型のホモトピー拡張定理と関連して，XにP^{γ}（l.f.）－埋蔵される部分空間Aに対して，単位閉区間Iとの積$A\times I$が$X\times I$にP^{γ}（l.f.）－埋蔵されるか，という問題を提起した。第2章において著者は，P^{γ}（l.f.）－埋蔵性が持つ応用面での難点を解消すべく，この埋蔵性を，局所有限な余零被覆の拡張という自然な形に特徴付けることに成功した。この特徴付けにより，Dydakの問題は，Iに限らず一般に位相濃度γのコンパクトT_2-空間に対しても肯定的なことが証明され，解決が与えられた。

部分空間AのXでのP^{γ}-埋蔵性は，位相濃度γのコンパクトT_2-空間Yに対して，$A\times Y$の$X\times Y$におけるC^*-埋蔵性によって特徴付けられる。これに示唆される問題として，P^{γ}（l.f.）－埋蔵性について同様な特徴付けを

得るには，どのような空間Yをとればよいかという問題が生じる。第3章では，ある位相的な型t（γ，κ，λ）を持つ空間のクラスを新たに定め，またこのうち標準的な空間として，針がγ本の0次元はりねずみ空間J_{γ}（ω）を考案して，この問題を解決した。この結果は，1984年にPrzymusińskiが与えたγが可算の場合の同種の結果を，それ以後初めて本質的に改良したものである。

第4章は，積空間の正規性についての研究を中心とする。ここでは，族正規P－空間XとパラコンパクトΣ－空間Yとの積$X \times Y$が正規ならば，それは族正規となるか，というL. Yangの問題に対して肯定解を与えている。この結果は，1969年YがΣ－空間より強いσ－空間の場合にNagamiが証明しているが，Σ－空間においては，σ－空間より収束の考え方が漠然としており，取り扱いが一般に難解である。著者は，この点を考慮して独自に手法を見出し，また，新たに弱zγ－埋蔵性という拡張概念を設定して，被覆に関わる高度な技法を展開し解決に導いた。

審 査 の 結 果 の 要 旨

C^*-，C－及びP^{γ}-埋蔵性の研究は，特に積空間上での議論を主体にして1970年代後半から始まり，今日では一つの研究分野として定着している。DydakによるP^{γ}（l.f.）－埋蔵性の導入は研究の新たな展開と言えるが，著者の余零被覆の拡張によるこの埋蔵性の特徴付けは，従来からのこの方面の研究との関連を与えると同時に大きく進展させるものと言える。また，積空間の正規性に関する著者の結果は，Nagami以来の研究に一つの区切りを与えたものとして，極めて高い評価を受けている。本論文は，成果及びその手法を通してこれらの方面の今後の発展に大いに寄与したものと考えられる。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。