

氏名(本籍)	ほそかわ ひろし 細川 洋 (神奈川県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博乙第1,387号
学位授与年月日	平成10年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	INDUCED MAPPINGS ON HYPERSPACES (べき空間上の誘導写像)
主査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学教授 理学博士 加藤久男
副査	筑波大学教授 理学博士 赤平昌文
副査	筑波大学教授 理学博士 伊藤光弘

論文の内容の要旨

本論文は、幾何的位相空間論の主要な分野の一つである連続体論の上で、べき空間の間の誘導写像の一連の性質について論じたもので、11の節からなる。

連結なコンパクト距離空間は、一般に連続体といわれるが、点の連続的な並びを幾何学的に考察すべき対象として、旧くは Kuratowski, Wilder, Bing 等の先人達に始まり、これまで多くの研究がなされ、今日ではいわゆる連続体論の分野が確立されている。本論文で論じられるべき空間は、一般に無限次元連続体を考察する際に必須な概念で、これは連続体 X に対して、 X の空でない閉集合全体 2^X 、または、このうち連結であるもの全体 $C(X)$ を意味し、これらはいずれもハウスドルフの距離による位相により連続体となる。さらに、連続体 X, Y の間の連続写像 $f: X \rightarrow Y$ は、自然に連続写像 $2^f: 2^X \rightarrow 2^Y$ 及び $C(f): C(X) \rightarrow C(Y)$ を導く。これらを誘導写像という。本論文では、一つの写像の性質を P とするとき、 f が P を満たすこと、 2^f が P を満たすこと、或いは $C(f)$ が P を満たすこと、これら3者の関連性を考察することを研究の基本的位置づけとし、連続体論で重要な種々の写像の性質 P について、いくつかの応用力に富む興味ある成果を得ている。

以下、内容を述べると、序説、第2節での基本事項の準備の後、第3節では、空間 X の適度な条件の下で、単調写像 f が atomic であることと、 $C(f)$ の任意 Whitney level への制限 $C(f) \upharpoonright \mu^{-1}(t)$ が atomic であることが互いに同値であることを証明した。第4節では写像の細分可能性について論じ、第5節では、写像の単調性について $f, 2^f, C(f)$ がそれぞれこれを満たすことは互いに同値であることを示した。第6節では、写像が開であることについて $f, 2^f, C(f)$ の関連を精密に議論し、特に開写像 f で、 $C(f)$ が開にならない例を挙げた。第7節においては、写像が単調写像と開写像の結合に分解される OM 性についても、 $f, 2^f, C(f)$ がこれを満たすことは互いに同値であることを証明した。第8, 9, 10節は本論文の中核をなす部分で、ここでは誘導写像の confluent 性について議論がされている。Confluent 写像は連続体論において最も重要な写像の概念の一つで、Lelek 等の優れた研究が知られているが、本論文において初めて誘導写像に対して confluent 性の研究がなされた。ここでは、先ず $C(f)$ または 2^f が confluent ならば、 f も confluent であることが導かれ、さらに、 Y が局所連結ならば $f, C(f), 2^f$ の confluent 性は全て同値であることが証明された。また、 f が confluent でも $C(f), 2^f$ は必ずしも confluent にならない例が構成され、さらに、 Y が局所連結空間と confluent 写像の逆極限であるならば肯定的であることが証明された。ここに見られる定理の証明及び例の構成は著者独自のアイデアに富み、

極めて興味深い。10節では confluent 写像の特徴付けが与えられ、11節では関連する応用が与えられている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

連続体論において、これまで多くの研究の中でべき空間の概念は中枢的な役割を演じ、また誘導写像はそれに付随する考察の手段として有用なものであったが、本論文では誘導写像自身に着目し、種々の写像の性質を誘導写像に対して考察し、体系的に捉えることに成功した。特に、confluent 写像に関する成果は、その概念の重要性を考慮すると極めて有用なものである。本論文は、成果及びその手法を通してこの方面の今後の発展に大いに寄与したものと考えられる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。