

氏名(国籍)	師 維 ^{がく} 学(中国)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第1,833号
学位授与年月日	平成10年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	EXTENSION OF PERFECT GO-SPACES AND COMPACT LOTS WITH σ -MINIMAL BASES (完全一般順序空間の拡大及びシグマ極小基を持つコンパクト線形順序空間)
主査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学教授 理学博士 加藤久男
副査	筑波大学教授 理学博士 赤平昌文
副査	筑波大学教授 理学博士 宮本雅彦

論文の内容の要旨

本論文は、一般順序空間の埋め込み或いは線形順序空間の距離化可能性についての研究で、2章からなる。実数空間のように、線形順序集合に开区間全体を開基として位相を導入すると、位相空間になる。これを線形順序空間 (LOTS) という。また开区間全体に加えて、凸集合の幾つかを開基に加えて位相が定まっているとき、一般順序 (GO) 空間という。LOTS や GO 空間の位相のアイデアは、元来は個々の論文の中で、何らかの具体例を構成する際に有用なものとして扱われていたが、Lutzer が1971年の論文で、LOTS と GO 空間の概念を定式化し、これらの基本的性質を与えると共に、その後のLOTS 或いはGO 空間の研究の方向を幾つかの定理によって示した。この論文を主な契機として、LOTS, GO 空間の研究は発展を遂げ、今日に至るまで多くの優れた研究が知られている。Lutzer は上記の論文において、GO 空間はあるLOTS に元の順序を保持したまま閉部分空間として埋め込めることを示し、また、GO 空間やLOTS においては、パラコンパクト性や距離化可能性など通常の位相的性質が、線形順序の構造があるがゆえに、位相空間を持つ場合とは異なった、或いはより簡略した条件で特徴付けられることを示した。本論文は、第1章ではGO 空間のLOTS への埋め込みに関して、第2章ではLOTS の距離化可能性に関して Bennett と Lutzer 等が提起した問題を考察し、それらの解決を与えた。特に、後者は20年間未解決であったものである。

一般にGO 空間 X が、LOTS Y に位相的に埋め込めるとき、 Y を順序可能拡大、さらに X の順序と Y の順序が一致しているとき、 Y を線形順序拡大という。これらの拡大に関して、ある位相的性質 P を X が満たしているとき拡大 Y も P を満たすようにとれるか、という問題がある。幾つかの性質についてこの問題は肯定的であるが、空間の完全性については次の Bennett と Lutzer の問題が知られている。空間 X のすべての閉集合が G_δ -集合となるとき、この空間は完全であるという。1970年頃 Bennett と Lutzer は、問題「すべての完全GO 空間は、完全順序可能拡大あるいは完全線形順序拡大を持つか？」を提起した。著者は、既に他の2人との共同研究で、Lutzer の問題に答えて、完全GO 空間でそれを稠密に含む完全順序可能拡大を持たない例を構成しているが、第1章では、先ず完全GO 空間が完全線形順序拡大を持つ必要十分条件を与えた。著者は、これを単に形式的な意味に止めず、これを応用して Bennett, Lutzer と Purish の最近の問題「シグマ疎な稠密部分集合を持つ完全GO 空間は、シグマ疎な稠密部分集合を持つ完全線形順序拡大を持つか？」に対して、肯定解を与えた。ここで注意すべき事は、完

全GO空間でシグマ疎な稠密部分集合を持たないものの存在は未だ知られていない。従って、著者のこの結果は上記の Benett と Lutzer の問題に対する部分解ではあるが、重要な結果と言える。

集合の部分集合族 D の各メンバーが、他のすべてのメンバーに含まれない元を持つとき、 D は極小であるといい、空間の開基 B が、極小である部分族の可算和となるとき、 B をシグマ極小基という。距離空間がシグマ極小基を持つことは容易に分かるが、距離化可能性とシグマ極小基を持つことの差は、かなり以前から研究されていた。1977年 Benett と Lutzer は「すべての部分空間がシグマ極小基を持つコンパクト LOTS は、距離化可能か?」という問題を提起した。この問題は、彼らがそれまでシグマ極小基について研究してきて到達した最後の問題で、難問の一つとしてこれまで未解決のままであった。第2章では、著者はこれに挑戦し、集合論におけるアロンチャジン・ツリーに関する Todorčević の結果を巧みに利用することにより、この問題を否定的に解決した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文で扱ってきたテーマは、上述のようにこの分野では古くから研究されている中心的なものの一つで、Benett, Lutzer 達を中心としてこれまでに様々な研究がなされてきた。それ故限られた期間の中で直接問題解決に向かうことはかなり困難と思われていたが、著者はそれまでの自身の研究を土台にして、解決を得ることに成功した。本論文の成果及びその手法は、この分野の新たな進展に大きく貢献するものと考えられる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。