

氏名(本籍)	とも やす かず お 友 安 一 夫 (山口県)
学位の種類	博 士 (理 学)
学位記番号	博 甲 第 1,836 号
学位授与年月日	平成 10 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	数 学 研 究 科
学位論文題目	Compactifications of Product Spaces (積空間のコンパクト化)
主査	筑波大学教授 理学博士 保 科 隆 雄
副査	筑波大学教授 理学博士 加 藤 久 男
副査	筑波大学教授 理学博士 伊 藤 光 弘
副査	筑波大学教授 理学博士 神 田 護

論 文 の 内 容 の 要 旨

本論文は位相空間論における種々のコンパクト化について、それらを積空間の上で考察したものである。

完全正則空間 X に対して、コンパクトかつハウスドルフな空間 ${}_aX$ が与えられ、 X は ${}_aX$ に稠密に位相的に埋め込まれるとき、 ${}_aX$ を X のコンパクト化という。空間 X に対して、コンパクト化 ${}_aX$ は無数に存在することが知られているが、 X の位相構造に応じて具体的にコンパクト化を構成する手法がこれまでいくつか知られている。それらのコンパクト化は独自の位相的性質を持ち、個別に名称を伴ってこれまで多くの研究がなされている。本論文では、これらのコンパクト化のうち主として局所コンパクト空間に対して与えられる特異コンパクト化、Higson コンパクト化及び ESH コンパクト化について、積空間 $X \times Y$ 上で論じたものである。

以下、章毎に内容を述べると、第 1 章は、本論文の準備で、用語の解説と上記のコンパクト化に関する基本性質を定理の形で幾つか述べている。

第 2 章は、特異コンパクト化及び弱特異コンパクト化に関する研究で、これに関連する第 4 章の ESH コンパクト化の研究と併せて、著者が研究の中心に位置付けているものである。特異コンパクト化は、Chandler と Faulkner により 1987 年に局所コンパクト空間に対してやや複雑な手法で考察され、その後 Faulkner によって ${}_aX$ が特異であることと剰余 ${}_aX - X$ が ${}_aX$ のレトラクトであることは同値であることが示され、以後特異コンパクト化とは、この後半の性質を持つコンパクト化のことと言われるようになった。また、 ${}_aX - X$ が ${}_aX$ の近傍レトラクトであるとき、 ${}_aX$ を弱特異という。積空間に対しては Blasco は $X \times Y$ のコンパクト化は多くの場合弱特異にもなり得ないことを示したが、著者はこの定理に対してより簡明な別証明を与え、研究の糸口を見出した。更に著者は、可分でない距離空間 X, Y に対して $X \times Y$ が与えられたコンパクト空間 K を剰余とする特異コンパクト化を持つ必要十分条件は、 X 或いは Y 自身が K を剰余とする特異コンパクト化を持つことであること証明した。可分の場合も若干の条件を補い同様な定理を与えた。この結果は Hatzenbuehler と Mattson の問題「 K を剰余とするコンパクト化を持つ $X \times Y$ を特徴付けよ」に関連し、興味深い結果である。

第 3 章では、Higson コンパクト化を $X \times Y$ に適用した研究が述べられている。Higson コンパクト化は、 n 次元ユークリッド空間上の通常の距離を想定した proper metric というある種の距離を持つ距離空間に対してその距離に依存して構成されるもので、空間 X と proper metric d に対して $\overline{X^d}$ と書かれる。この章では、自然は着想として、proper metric を持つ距離空間 $(X, d_X), (Y, d_Y)$ に対して、 $X \times Y$ の proper metric d で $\overline{X \times Y^d} = \overline{X^d} \times \overline{Y^d}$ を満た

すものがあるかどうかを考察し、距離 d の与え方によってはこの等式が成立する場合或いは成立しない場合があるという興味深い事実を示した。

第4章は、ESH コンパクト化について成果が与えられている。ある種の特徴的な性質を持つ開基を許容する ESH (Essential Semilattice Homomorphism の略) コンパクト化はかなり広い概念で、弱特異コンパクト化はすべて ESH である。また上記の Blasco の結果から1点コンパクト化の2つの積 $\omega X \times \omega Y$ は、弱特異でないことが分かる。ここではこれらの事実を踏まえ、 $\omega X \times \omega Y$ は ESH であることを、何行にも渡る綿密な議論を行い、証明した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

一般にコンパクト化の研究は考察の手法も多岐に渡り、古くから研究されているが、本研究で議論しているコンパクト化は比較的新しいもので、研究が進んでいる。本研究のように積空間上でこれらを考察することは、積空間それ自体の難解な位相構造とも相俟って、証明等でかなり高度な技術を要することが予想されたが、本研究はそれを乗り越え優れた成果を得た。本論文の成果及びその手法は、この方面の研究の発展に十分寄与するものと考えられる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。