

氏 名 (本 籍)	伊 澤 達 夫 (栃 木 県)
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	博 乙 第 490 号
学位授与年月日	平成元年 2 月 28 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
審 査 研 究 科	数 学 研 究 科
学 位 論 文 題 目	Generalized composition series of modules (加群の一般化された組成列)
主 査	筑波大学教授 理学博士 太 刀 川 弘 幸
副 査	筑波大学教授 理学博士 宮 下 庸 一
副 査	筑波大学教授 理学博士 松 村 睦 豪
副 査	筑波大学助教授 理学博士 加 藤 豊 紀

論 文 の 要 旨

1975年 O. Goldman は加群の組成列にあらわれる剰余加群を遺伝的トーションセオリーから定義される或る類 (それを cocritical と呼ぶ) に制限するとき, 所謂 Jordan-Hölder の定理の拡張の得られることを示した。そして J. A. Beach, J. S. Golan, R. W. Miller - M. L. Teply 等々がさらに詳しい研究を次々に発表している。ここで遺伝的トーションセオリーは入射加群によって定義されるので, 上述諸成果は入射加群と関連する組成列に対してのみ成立するものと考えられていた。

著者は本論文において必ずしも入射的でない加群に対して類似の組成列を考え, 東屋氏によって導入された M -射影的, M -入射的加群を考察することにより, その長さの不変性等々を証明し, Goldman の理論の拡張を与えている。そして更に双対的な理論の展開にも成功している。

第 1, 2 節においては次の如き U -cocritical 加群, U -組成列の概念を導入している。環 R 上の加群 U, V に対し, V の U -トーション部分 $\cap (\text{Ker } f \mid f \in \text{Hom}_R(V, U))$ を $t(V)$ で表す。 V が U -cocritical とは次の 2 条件 1), 2) を満足することである: 1) $t(V) = 0$, 2) V の非零部分加群 V' に対し $t(V/V') = V/V'$ 。また R -加群 M が U -組成列をもつとは M_{i+1}/M_i が U -cocritical となる M の部分加群の列 $t(M) = M_0 \subset M_1 \subset \cdots \subset M_i \subset M_{i+1} \subset \cdots \subset M_n = M$ が存在することである。このとき n をその長さという。

いま U として入射剰余生成加群をとれば, $0 = t(V/V') = V/V'$ は V の非零真部分加群 V' が存在しないことを意味し, U -cocritical は既約と同義となる。また $t(M) = 0$ より U -組成列は通常の組成列と一致する。

著者は上述の定義の下に第3節において次の主定理を証明している。UがM-入射加群のとき

(1) MがU-組成列をもつための必要条件は $\{L \leq M \mid t(M/L) = 0\}$ に対し昇鎖律かつ降鎖律が成立することである。

(2) MのすべてのU-組成列の長さは等しい。第4節においてはUに準入射的という

第4節においてはUに準入射的という仮定を追加するときはMのU-組成列と $\text{End}_R U$ -加群 $\text{Hom}_R(M, U)$ の組成列との間に1対1の対応の存在することを証明している。

第5, 6, 7節においてはU-cocritical加群, U-組成列等々の双対的概念 P-neat, P-余組成列等々を導入, 第8, 9節において第3, 4の諸定理の双対的定理の証明を与えている。勿論PとしてはM-射影的加群をとるのである。

審 査 の 要 旨

本論文の前半はGoldmanの理論の自然な拡張と考えられるけれども、扱われているU-組成列は遺伝的トーションセオリーの適用される組成列より極めて一般的であり、得られた結果は著者の緻密な解析によってはじめて到達されるものと考えられる。M-入射加群Uをとってきているところに独創性があるが、これにより後半の双対的定理を自然に導くことが出来たといえる。古典的なJordan-Hölderの定理が双対的な異なる二つの定理の共通な帰結として得られる点は特に興味深い。

以上により本論文の内容は示唆に富み且つ重要な拡張を含んでおり、国際的にも高く評価されるものといえる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認められる。