

氏名(本籍)	やまぐちかおる 山口 薫 (静岡県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第1,349号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On global solutions of the degenerate Kirchhoff equations (退化したキルヒホフ方程式の大域解について)
主査	筑波大学教授 理学博士 梶谷 邦彦
副査	筑波大学教授 理学博士 若林 誠一郎
副査	筑波大学教授 理学博士 高橋 恒郎
副査	筑波大学教授 理学博士 竹内 光弘

## 論 文 の 要 旨

本論文は、実解析的な初期値をもつ退化したキルヒホフ方程式に対するコーシー問題の時間的大域解の存在と一意性に関する研究である。キルヒホフ方程式は弾性体の振動を表わす準線型双曲型方程式で次の形で与えられる。

$$(*) \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + M((Au, u))Au = 0, & t > 0, \quad x \in \mathbb{R}^n \\ u = U_0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = U_1, & t = 0, \quad x \in \mathbb{R}^n \end{cases}$$

ここで  $A$  は  $\mathbb{R}^n$  における 2 階の微分作用素で、 $(Au, u)$  は  $\mathbb{R}^n$  の 2 乗可積分空間の内積を表し、 $M$  は実数上の非負値  $C^1$  級の関数である。

1940年に Bernstein が空間次元  $n = 1$ ,  $A = -(\frac{\partial}{\partial x})^2$ ,  $M = 1 + 11u_x 11^2$  の場合に  $x$  に関して周期的かつ実解析的な時間的大域解をフーリエ級数を用いて構成した。その後多くの研究者が、作用素  $A$  が自己共役で離散的な固有値をもつ場合に  $(*)$  の時間的大域解をガレルキン法を用いて構成している。

最近、D'Ancona と Spagnolo が  $-A$  が  $n$  次元ラプラシアンで関数  $M$  が退化する場合に  $(*)$  の  $x$  に関して実解析的な時間的大域解の存在を証明した。

この論文では作用素  $A$  が退化楕円型の場合に  $(*)$  の時間的大域解の存在と一意性を証明した。Part I では  $M$  及び  $A$  が退化したときに  $x$  に関して実解析的な時間的大域解を、又 Part II においては、 $M$  が正値で  $A$  が退化している場合に  $x$  に関して準解析的な時間的大域解の存在及び一意性を証明している。

## 審 査 の 要 旨

作用素  $A$  が退化した場合のキルヒホフ方程式に対する研究はこの論文が最初であり、大変興味深い結果である。さらに、定理の証明方法として、無限次の作用素を用いて放物型の方程式に帰着することによって、解の滑らかさを導き、それを用いて解の存在を示している。キルヒホフ方程式に対してこのような手法を導入して成功したのはこの論文が最初であり、この分野において大変注目されており、さらに今後多方面に応用できるものと期待されている。

本論文は、博士論文として十分独創性があり、この分野への貢献がおおいにあると認められる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。