【171】

氏名（本籍）	はやし　よし　あき 林　良昭（奈良県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第593号
学位授与年月日	平成2年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**An axiomatic characterization on the dimensium of subests of Euclidean spaces** **（ユークリッド空間の部分集合の次元の公理的特徴づけ）**

主査	筑波大学教授	理学博士	児玉之宏
副査	筑波大学教授	理学博士	中川良祐
副査	筑波大学教授	理学博士	大刀川弘幸
副査	筑波大学教授	理学博士	中川久雄

論文の要旨

次元関数の公理的特徴づけは1929年 K. Menger により与えられたが，その後多くの研究者によっていろいろな形で研究され続けている。Menger は5つの公理を与え，この公理系が2次元ユークリッド空間の部分集合となる位相空間の次元を特徴づけることを証明した。本論文において著者は，Menger の公理系に1つ公理を付け加えた6つの公理系を導入し，これがすべてのユークリッド空間の部分集会，すなわち可分距離空間の次元を特徴づけることを証明している。Menger の5つの公理系は平面に埋蔵出来ない可分距離空間の次元を決定出来ないこと I. A. Shvedov が証明しているので，著者の6番目の公理は本質的に必要である。証明は次のように行われる。m 次元ユークリッド空間 R^mの単位立方体 I^mにおいて，たかだか n 個の座標が無理数となるすべての点の集合を I^m_nとする。I^{2n+1}_n I を含む$^{2n+1}$の任意のGδ集合Gは n 次元空間に対して普遍性をもつことが示される。すなわち，任意の n 次元可分距離空間はGのある部分集合と同相となる。このことを用いて，I^{2n+1}_nの任意のコンパクト化Cをとれば，Cは n 次元空間に対して普遍性をもち，著者の公理をみたす集合関数は被覆次元関数より大きくないことが証明される。この一方の関係の証明では著者の6番目の公理は使用されない。Menger の5つの公理で十分である。逆の関係を証明するために，可分距離空間の族Pで次の5条件をみたすものを考える。(1)　Y'⊂Y，Y∈PならばY'∈P，(2)　Yが可算個のPに属する閉集合の和として表わされれば，Y∈P，(3)　Y∈PでY'がYと同相ならばY'∈P，(4)　Y∈PならばYのコンパクト化でPに属するものがある，(5)　Pはは正の被覆次元をもつ可分距離空間を含む。この空間族Pは1次元線分の要素として含むことが証明される。この結果として，正の被覆次元をもつすべての可分距離空間は正の公理的次元をもつことが示され，公理的次元が被

覆次元より小さくないことが証明される。著者の6番目の公理はこの証明で本質的役割を果たしている。最後の部分で著者の公理系をみたす集合関数がより一般なT_0, T_1空間で存在する事例が与えられている。またや弱い形の積定理をみたす集合関数の例も与えられている。

審　査　の　要　旨

次元関数の公理的特徴づけはMengerにより最初に与えられたが，その後の発展において公理そのものを変える研究は多く出版されている。著者はMengerの公理系の不十分さを認識した上で次元の分解定理に相当する6番目の公理を導入した。P. Alexandroffが導入した写像定理の公理化よりも遙かに有効な方法と思われる。さらに，著者が証明て考慮した可分距離空間の次元についての普遍空間を公理的次元と被覆次元の比較に使用したことは，今後一般距離空間の次元関数の研究にも重要な貢献をしたと考えられる。この広い範囲の距離空間に対しては，大小の帰納的次元の比較という大きな問題があるが，著者の公理的次元がその解明に多大な影響を与えると期待される。この意味で本論文は注目に値するものであり，秀れた業績として高く評価される。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。