

氏名（本籍）	はつ 服 部 泰 直（長野県）
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	博 乙 第 3 6 8 号
学位授与年月日	昭 和 62 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Characterizatsins of infinite dimensionai spaces (無限次元空間の特徴付け)
主 査	筑波大学教授 理学博士 児 玉 之 宏
副 査	筑波大学教授 理学博士 高 橋 恒 郎
副 査	筑波大学教授 理学博士 中 川 久 雄
副 査	筑波大学教授 理学博士 中 川 良 祐

論 文 の 要 旨

無限次元空間の概念は今世紀初頭に始まった次元論の初期から論じられてきたが、その複雑さもあって有限次元空間の場合に比べるとまだ解明されていない部分が多い。本論文において著者は、無限次元空間のいくつかの類の特徴付けを与え、それらの類の間の差異を明らかにすることを試みている。考慮する空間はすべて距離化可能空間である。

第一章は、序論と以後の議論の準備が述べられている。第二章では、いくつかの型による種々の無限次元空間の類の特徴付けが、各節に分かれて論じられている。可分距離空間 X が大きく強い超限次元 Sind を持つ必要かつ十分な条件は、 X のヒルベルト基本立方体 I^ω へのある種の埋め込み全体からなる集合が I^ω への連続関数空間 $C(X, I^\omega)$ の稠密な G^8 集合を含むことである。また、最近 Ostrand と Sternfeld により得られたコンパクト距離空間の連続関数の「重なり」による次元の特徴付けを無限次元の場合に拡張している。さらに、 Sind または大きな超限次元 Ind を持つ空間をある種の性質を満たす基底を持つことで特徴付けている。例えば、 X が Sind を持つ必要かつ十分な条件は、強点有限な rank を持つ基底が存在することである。その他、 X が Ind をもつ条件として、特殊な σ -疎な基底の存在が示されている。章末の節では、開被覆の細分による Snid をもつ空間の特徴付けが与えられ、さらに Sind や Ind をもつ空間を、ある 0 次

元距離空間からの特殊な閉連続写像の像として特徴付けている。第三章では、位相的性質を特徴付ける特殊な距離関数について論じている。特に、de Groot, Nagata によって与えられた有限次元を特徴付ける距離関数の存在が、より複雑な形で Sind を持つ空間を特徴付けることが示されている。また、任意の距離空間がその位相を与える特殊な距離関数の定める基底で特徴付けられるかという Nagata の問題に対する完全解決が与えられている。その他、この分野の未解決問題が論じられ、最後の節では可分距離空間より広い強距離化可能空間の特殊な距離関数による特徴付けが与えられている。

審 査 の 要 旨

無限次元空間は古くは W. Hurewicz が研究しているが、この10年間に多くの興味ある重要な事実が発見されている。特に、可算次元、大きな超限次元 Ind 等は豊富な特徴付けが与えられた。Ind 等はその概念からも取扱いにくい無限次元の1つであるが、本論文で著者が取り上げた大きく強い超限次元 Sind も不明な点の多い概念であった。この点で著者が与えた、埋め込みの集合による Sind の特徴付けは Sind の概念の簡素化に大きく貢献している。また可分でない空間に対して特殊な基底の存在による Sind の特徴付けも非常に興味ある定理である。この延長として考えた強点有限の rank の概念は、次元論に限らず位相空間論においても注目すべき有効性をもつと考えられる。さらに Sind や Ind をもつ空間を 0 次元距離空間からの特殊な閉連続写像の像空間として特徴付けたことも興味ある結果である。これらは、Engelknig, Pol 等ポーランドの位相数学者にも大きな影響を与えている。最後に著者が与えた特殊な距離関数によって定まる基底の存在による空間自体の特徴付けは、Nagata の問題の解決を与えただけでなく広い範囲の応用を持つ重要な結果と思われる。本論文での著者の結果はその証明の方法も含めて、各国の研究者間で高く評価されている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。