

氏名（本籍） ^さ坂 ^の野 ^{かず}和 ^{のり}則（東京都）

学位の種類 理 学 博 士

学位記番号 博 乙 第 3 6 7 号

学位授与年月日 昭 和 62 年 3 月 25 日

学位授与の要件 学位規則第 5 条第 2 項該当

審査研究科 数学研究科

学位論文題目 ϕ -Trivial Extensions of Rings
(環の ϕ - 自明拡大について)

主 査 筑波大学教授 理学博士 太 刀 川 弘 幸

副 査 筑波大学教授 理学博士 阿 部 英 一

副 査 筑波大学教授 理学博士 宮 下 庸 一

副 査 筑波大学助教授 理学博士 加 藤 豊 紀

論 文 の 要 旨

環 R 上の両側加群 M と双線形写像 $\phi : M \otimes M \rightarrow R$ が与えられているとき、アーベル群 $R \oplus M$ に積 $(r, m)(r', m') = (r r' + \phi(m, m'), m r' + r m')$ を導入して R の拡大環 Λ を構成することができる。 Λ は ϕ -自明拡大と呼ばれ、記号 $R \bowtie_{\phi} M$ で表わされる。三角行列環、森田 context $\langle {}_T U_S, {}_S V_T \rangle$ から定義される一般行列環 $\begin{pmatrix} S & V \\ U & T \end{pmatrix}$ などはずべて ϕ -自明拡大環として捉えることができることから、この種の拡大の研究が I. Reiten 等により始められた (1971年)。

本論文で著者は Λ が一般行列環である場合の入射次元の評価及びその極大商環の研究をおこない、更に一般的には ϕ が非退化あるいは $I m \phi$ が冪零の場合の入射包絡および Λ 自身が加群圏の余生成対象になる条件を決定している。

第 1, 2 章では三角行列環の入射次元の上限, 下限を与えているが、特に 2 章では森田 context $\langle {}_S M_R, {}_R N_S \rangle$ の trace ideal に N_S が accessible であるという仮定のもとに不等式 $\delta \leq id \begin{pmatrix} R & N \\ M & S \end{pmatrix} \leq \delta + 1$ を証明している。但し $\delta = \max \{ id(R_R), id(M_R), id(S_S), id(N_S) \}$ または $id(-)$ は右加群に対する入射次元を意味する。勿論著者は論文中 δ が最良の数値であることを例を挙げて示している。

第 3, 5, 7 章では種々の一般行列環, ϕ -自明拡大環の入射包絡を決定しているが、特に第

7章においては $\text{Im } \phi$ が冪零の場合単純右 Λ -加群の入射包絡を決定し、 $\Lambda = R_{\text{IX}\phi} M$ が余生成環になるための必十条件を R の単純加群に対する条件として与えている。なおこの結果を特殊な場合に適用することにより北村氏の自己入射自明拡大環の特徴付を導いている。また三角行列環 $\begin{pmatrix} R & 0 \\ U & S \end{pmatrix}$ が入射余生成環になる場合は自明な場合、すなわち $U = 0$ の場合に限ることを証明している。

第4, 6章は Λ の Ore 条件の分析, Λ の Jacobson 根基, Socle, Singular ideal の決定等, Λ の環構造の研究が中心となっている。特に6章では、 $R_{\text{IX}\phi} M$ が準素環ならば R も準素環且 ϕ は非退化であるが、逆は必ずしも成立しないことを示し、逆が成立するための自然な十分条件を与えている。自然な十分条件といえる理由は一般行列環に対しこの条件が満足されているからであり、その事実も著者により証明されている。

審 査 の 要 旨

(一般) 三角行列環の入射次元が係数環の入射次元より高々1増加するという事実は、1969年 A. Zaks によって証明された定理である。著者はこの定理を一般行列環に拡張しているが、行列環の右上要素に森田 context の trace ideal に accessible な加群をもってくるという発想は著者の創意を示すものとして注目される。また何時 $\Lambda = R_{\text{IX}\phi} M$ が準素環になるかという問題に対して Λ が一般行列環の場合 R の準素性および ϕ の非退化が必十条件であるという解答を与えている点で氏の力量を高く評価できる。一方 $\text{Im } \phi$ が冪零の場合 Λ の入射包絡, 極大商環の決定, Λ 自身が余生成環になる条件の特徴付等いずれも B. Stenström, I. Reiten の結果を含むものであり興味あり秀れた結果といえる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。