

氏名(本籍)	小林由美子(東京都)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第450号
学位授与年月日	昭和63年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Spherical Function of Hermitian and Symmetric Forms (エルミート形式および対称形式の球関数)
主査	筑波大学教授 理学博士 阿部英一
副査	筑波大学教授 理学博士 内山三郎
副査	筑波大学教授 理学博士 梶谷邦彦
副査	筑波大学教授 理学博士 神田譲

### 論文の要旨

$F$ を $P$ -進体,  $\vartheta$ をその整数環とし,  $G = GL_n(F)$ を体 $F$ 上の $n$ 次一般線形群とすると,  $K = GL_n(\vartheta)$ はその極大コンパクト部分群である。 $G$ および $K$ は $F$ 上の $n$ 次非退化エルミート(または対称)行列のなす空間 $X$ の上に自然に作用する。 $X$ 上の $K$ -不変な関数のなす空間を $C^\infty(K \backslash X)$ , その中でコンパクトな台を持つ関数のなす部分空間を $\mathcal{C}(K \backslash X)$ とおく。このとき, コンパクトな台を持つ両側 $K$ -不変な関数の全体のなす空間 $\mathcal{M}(G, K)$ は合成積によって可換環となり, ヘッケ環と呼ばれている。 $\mathcal{M}(G, K)$ の $C^\infty(K \backslash X)$ への作用を同様に合成積で定義すると,  $C^\infty(K \backslash X)$ は $\mathcal{M}(G, K)$ -加群となり,  $\delta(K \backslash X)$ はその部分加群となる。

著者は本論文において, 次のような結果を得た。

(1)  $s = (s_1, \dots, s_n) \in \mathbb{C}^n$ ,  $(F^\times \backslash F^\times)^2$ の指標 $\chi = (\chi_1, \dots, \chi_n)$ および $x \in X$ に対して,

$$L(x, X, s) = \int_{K'} \prod_{i=1}^n |d_i(kx)|^{s_i} \chi_i(d^i(kx)) dk$$

と定義する。ここで,  $dk$ は $\int_K dk = 1$ を満たすハール測度,  $d_i(kx)$ は $kx$ の左上主 $i$ 次小行列式,  $| \cdot |$ は $F$ の正規化された付値であって,

$$K' = \{ k \in K; \prod_{i=1}^n d_i(kx) \neq 0 \}$$

とする。このとき、 $L(x, \chi, s)$  は  $X$  上の  $\mathcal{M}(G, K)$  一同時固有関数、すなわち球関数となるを示した。

(2) (1)の球関数を核関数とする  $\mathfrak{c}(K \backslash X)$  上の球フーリエ変換  $\mathfrak{F}$  で  $\mathcal{M}(G, K)$  一加群として単射となるものを構成した。特に、エルミート行列のときは、 $\phi \in \delta(K \backslash X)$  に対して、

$$\mathfrak{F}(\phi)(z) = \int_X \phi(x) L(x^{-1}, 1, z) dx$$

で与えられる。対称行列のときは、著者はさらに慎重な考察を行なって、より複雑な類似の変換を構成した。

(3)  $n=2$  の場合に、(1)の球関数を具体的に決定し、(2)のフーリエ変換に対して、プランシェレルの公式を導いた。さらに、フーリエ逆変換の定義をし、これを応用して、 $\delta(KX)$  の  $\mathcal{M}(G, K)$  一加群としての基底を決定し、 $C^\infty(K \backslash X)$  の  $\mathcal{M}(G, K)$  一固有関数を決定した。

これらは実数体や複素数体の場合と異なり、素イデアルが分岐する場合と分岐しない場合とはそれぞれ異なった取り扱いが必要である。関数等式にはルジャンドル記号など数論的の量が重要な役割を果たしており、古典的な二次形式の数論の一般化になっている。

## 審 査 の 要 旨

$p$ -進体上の球関数の理論は F. I. Mautner が  $PGL_2$  について考察し (1958)、I. Stake が可約代数群に条件付で拡張した (1963)。これらは  $p$ -進体上の可約代数群の構造論として、F. Bruhat—J. Tits の仕事に発展する。球関数については、I. G. Macdonald が球関数の具体的な形およびプランシェレル測度の決定を行なった (1971)。これらは代数群の Zeta 関数や保型関数の研究とも関連が深く、古典的な理論の発展として注目されている。著者は I. Satake の理論をさらに一般化し、商空間上の球関数を構成することによって、従来の 2 次形式の整数論の古典的な結果を拡張した。著者と F. Sato との共同研究による交代形式の球関数の理論とあわせて、これらの理論は急速に発展しつつある。著者は緻密な計算を独創的な方法で着実に実行し、球関数、フーリエ変換の構成、フーリエ逆変換、プランシェレル公式の記述に成功したもので、今後、局所密度の研究への応用、一般の  $p$ -進体上の可約代数群への拡張など将来への期待も大きく、その成果は高く評価される。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。