

氏名(本籍)	藤田尚昌 (茨城県)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第451号
学位授与年月日	昭和63年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Tiled orders over a local Dedekind domain (局所デデキント整域上のタイル整環)
主査	筑波大学教授 理学博士 太刀川 弘 幸
副査	筑波大学教授 理学博士 宮 下 庸 一
副査	筑波大学教授 理学博士 高 橋 恒 郎
副査	筑波大学教授 理学博士 中 川 久 雄

論 文 の 要 旨

1969年K. L. Fields が Kaplansky の予想の反例をタイル整環の中に見出したことから, R. Tarsy, V. A. Jategaonkar, K. W. Roggenkamp 等により大局次元有限なタイル整環の研究が活発になされるようになった。またこれ等の研究は有限表現型整環の研究との関連からも近時重要視されるにいたっている。著者は本論文において素イデアル間のリンクグラフまたはリンクに関連して定義されるイデアライザーを考察することによりタイル整環の環論的構造を解明している。

第1章において, $(R) \cap (\pi R)$ なるタイルR-整環 Λ の n 個の極大イデアルを点, 極大イデアル間のリンクを矢とするグラフ (これをリンクグラフと呼ぶ) と $R/\pi R$ -多元環 $\Lambda/(\pi R)$ のクイバーとの関連を明らかにしている。ここで R は局所デデキント整域, πR はその極大イデアルである。更に第8章においては後者のクイバーが tree であれば, Λ の大局次元 $gl \dim \Lambda$ は3以下であることを証明している。

さて, 極大イデアル M_a, M_b に対し, $M_a \cap M_b \neq M_b M_a$ の成立するとき, リンク $M_a \rightsquigarrow M_b$ が存在するという。このとき著者は $M_b/M_b M_a = A/M_b M_a \oplus (M_a \cap M_b)/M_b M_a$ なる右イデアル A を考え, $\lceil = \{r \in \Lambda \mid rA \subset A\}$ とおき, \lceil をリンク $M_a \rightsquigarrow M_b$ に対応するイデアライザーと呼んでいる。そして Λ の右ネター性, Krull次元はそのまま \lceil にうつることを第2章で証明している。更に Λ の素イデアルと \lceil の素イデアルが 1-1 に対応すること, その対応で Λ の素イデアルの clan は \lceil の素イデアルの clan に対応することを第3章, 第4章で証明している。そして第5章においては次の主定理が証明されている: 任意のタイルR-整環は或る遺伝的R-整環からリンクに対応する

アイデアライザーを作る操作の有限回の繰返しで得られる。

更に氏はTarsyの予想(1970年)と関連する次の結果を第6章, 第7章で証明している。(i) $\text{gl dim } \Lambda < \infty$, M_b が片側射影的であるという仮定のもとで $M_b \rightsquigarrow M_a \iff \text{gl dim } \Gamma < \infty$, および $\text{gl dim } \Lambda - 1 \leq \text{gl dim } \Gamma \leq \text{gl dim } \Lambda + 1$, (ii) Λ が遺伝的素環であり, $M_a \rightsquigarrow$ かつ $M_b \dashrightarrow M_a$ ならば $\text{gl dim } \Gamma = \text{inj dim } \Gamma = 2$ 。

審 査 の 要 旨

第1章で述べられているタイル整環のリンクグラフと多元環のクイバーとの密接な関係はその具体的な対応からみて極めて魅力的な結果といえる。また与えられたリンクから得られる片側アイデアルのアイデアライザーをとることにより新しいタイル整環を構成し, 旧のタイル整環との変化を考察することは氏によって初めて試みられたことであり, 著者の秀れた独創性を示すものといえる。任意のタイル整環が最も単純な構造をもっている遺伝的整環から上述の構成を有限回繰返すことによって得られるという定理は非常に興味あるものであるが, 同時にこれは今後のタイル整環の研究に有効な方法を提供するものでもある。1974年 Jategaonkar は Tarsy の第2の予想を $n \leq 4$ の場合解決しているが, 実際著者はこの方法を用いて $n \leq 5$ の場合の解決に成功しているのである。

以上により本論文の内容は同研究分野に示唆に富み且つ重要な成果を与えており, 国際的にも高く評価されるものといえる。

よって, 著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。