

氏名(本籍)	みや ち じゅん いち (東京都)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博乙第1,066号
学位授与年月日	平成7年3月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Localization of Derived Categories and Ring Homomorphisms (導来圏の局所化と環準同型写像)
主査	筑波大学教授 理学博士 宮下庸一
副査	筑波大学教授 理学博士 神田護
副査	筑波大学教授 理学博士 竹内光弘
副査	筑波大学教授 理学博士 佐々木建昭

## 論文の要旨

本論文は、代数学の多元環の表現論に属するもので、triangulated category の quotient, 局所化, 余局所化と, recollement に関する研究が主要な部分である。3章からなる。第I章では、先ず  $A$  をアーベル圏として、 $C$  を  $A$  の Serre class とすると、 $A$  より  $A$  の  $C$  による quotient category  $A/C$  への自然な関手が、 $A$  の導来圏  $D^*(A)$  から  $A/C$  の導来圏  $D^*(A/C)$  への自然な関手を引起し、それは  $D^*(A)$  の, Verdier の意味での, épaisse 部分圏  $Dc^*(A)$  に関する quotient になっていることを証明している。ここで  $Dc^*(A)$  は homology が  $C$  に属する  $A$  の complex 全体を表す。さらに, triangulated category の局所化, あるいは余局所化を  $\vartheta$ -functor で fully faithful な right adjoint を持つもの, あるいは  $\vartheta$ -functor で fully faithful な left adjoint を持つもの, としてそれぞれ定義して, それらがアーベル圏のそれと類似な性質をもつことを示し, 又, 双局所化が, Beilinson, Bernstein, Deligne による t-structure に同値な事を示している。さらに,  $A$ -加群の圏から  $B$ -加群の圏への左完全な関手  $F$  により引き起こされる導来圏の間の導来関手が余局所化である場合には,  $F$  は, ある partial tilting module  $T_A$  でその準同型環  $B$  上射影次元が有限なものにより引き起こされるものであることを証明している。宮地氏はさらに, 射影次元が1以下の partial tilting module は, 準同型環上の射影次元についての条件なしに, 加群の導来圏の間の quotient を引き起こすことを証明している。さらに応用として, partial tilting module  $T_A$  がその準同型環  $B$  上の射影次元が有限のときには,  $T_A$  の直既約な直和因子の同型類の個数は  $A$  の単純加群の個数を越えないことを示している。この定理は partial tilting module の tilting module への拡大の可能性の問題に関連して興味深いものである。第II章では, 環準

同型写像,あるいは巾等イデアルにより引き起こされる,加群の導来圏の間の関手が,局所化,余局所化あるいは recollement になる必要十分条件をいくつか提示している。このうち,巾等イデアル  $AeA$  ( $e^2 = e$ ) から得られる関手が recollement になる場合については,  $\text{gl. dim } eAe$  が有限のときには,一部分は Cline, Parshall, Scott, 1988年により知られていた。宮地氏はさらに,原始巾等元より生成されるイデアル  $AeA$  が, recollement を引き起こす必要十分条件は  $AeA$  が,両側で,  $A$  上射影的なることであることを証明し,さらに,このとき  $A$  の大局次元が有限の時には,  $AeA$  は hereditary ideal であることを証明している。第III章では,一般化された tilting module の係数拡大の問題を, Ricard の tilting complex の場合に一般化して研究した。そうして,係数拡大が可能なときには,可環子をとる操作で,フロベニウス拡大が保存されることを証明している。

## 審 査 の 要 旨

導来圏は Hartshorne, 1966年により導入されたが,それが多元環の表現論に於いて活発に研究され始めたのは,1986年頃に, tilting module が射影次元が有限の場合に一般化されて,それが加群の圏の導来圏の間の圏同値を引き起こす事が知られてからである。宮地氏は,当初より tilting module と導来圏の研究に取りかかり, Cline, Parshall, Scott 等の研究をよく吸収し,それを発展させた。その研究成果は,特に独創性のある新しい概念に富むわけではないが,他に良く先行して,多くの基本的な結果を含み,又,徹底したもので,この分野の研究の発展に大いに寄与するものと考えられる。

よって,著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。