

氏名(本籍)	たなか ひでのり (鳥取県)		
学位の種類	理学博士		
学位記番号	博乙第538号		
学位授与年月日	平成元年10月31日		
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当		
審査研究科	数学研究科		
学位論文題目	Pixley-Roy hyperspaces (Pixley-Roy の巾空間)		
主査	筑波大学教授	理学博士	児玉之宏
副査	筑波大学教授	理学博士	中川良祐
副査	筑波大学教授	理学博士	高橋恒郎
副査	筑波大学助教授	理学博士	保科隆雄

論 文 の 要 旨

1969年 Pixley と Roy は、ムーア空間の研究において、可分でないにもかかわらず可算鎖条件を満たすムーア空間を作る全く新しい方法を発見した。この種の例は、M. Rudin によりすでに作られていたが、非常に難解なものである。Pixley と Roy は実数空間 R のある巾空間を定義し、この巾空間が上の条件を満たすムーア空間となることを示した。この方法は van Douwen により、任意の T_1 -空間に対して定義され、Pixley-Roy の巾空間と呼ばれている。 T_1 空間 X の Pixley-Roy の巾空間 $F[X]$ は集合として X の空でない有限部分集合全体である。任意の点 $F \in F[X]$ の基本近傍系は次の形の集合である。 $[F, U] = \{G \in F[X] : F \subset G \subset U\}$ 、ただし U は F の開近傍である。

位相空間論での最重要問題の一つである正規ムーア空間予想は、特殊な可分距離空間である Q -集合と Δ -集合の存在に密接に関連している。例えば、非可算 Q -集合の存在は ZFC 集合論では決定できないこと、可分正規で距離化可能でないムーア空間と非可算 Q -集合の存在が同値であることが示されている。 Q -集合を Δ -集合に置き換えれば可分な可算パラコンパクト空間の存在と同値となる。 Q -集合は Δ -集合であるが、この逆「非可算 Δ -集合は Q -集合か」という問題は Q - Δ 集合問題と呼ばれている。この問題は未だ解決されていないが、可分距離空間の Pixley-Roy の巾空間の正規性と可算パラコンパクト性の研究に対応している。

Q - Δ 集合問題解決の第一歩として、距離空間 M に対して、 $F[M]$ が正規となる M を特徴づけること、 $F[M]$ が可算パラコンパクトとなる M を特徴づけることが問題となる。著者は最初の問題の解決として、強 q 集合と q -集合の間の概念である擬強 q -集合を定義し、次の定理を得ている。距離空間 M に対して次は同値である：(i) $F[M]$ は正規である、(ii) $F[M]$ は継承的加算パラ

コンパクトである, (iii) M は擬似強 q 集合である。第二の問題の解決として, Δ -集合と強 Δ -集合を含む δ -集合と強 δ -集合の概念を導入し, 次の定理をえている。距離空間 M に対して次は同値である: (i) $F[M]$ は可算パラコンパクトである, (ii) 各自然数 n について $F[M]$ の n 重積空間は可算パラコンパクトである, (iii) M は強 δ -集合である。1978年 Lutzer は距離空間 M が強 Δ -集合であれば, $F[M]$ は可算パラコンパクトであることを証明し, この逆の成立を問題として提起しているが, 上の第二の定理はこの完全解決を与えている。また第一・第二の定理により, Q - Δ 集合問題は距離空間 M に対する Pixley-Roy の巾空間 $F[M]$ の正規性と可算パラコンパクト性の研究に帰着されることが示されている。

審 査 の 要 旨

正規 μ -ア空間の予想の研究のために導入された Pixley-Roy の巾空間 $F[X]$ は, 零次元であること, 継承的メタコンパクト空間であること, さらに M が第一可算空間であれば, μ -ア空間となることが知られている。このように構造が比較的に簡単なことから, 各国の研究者により多くの成果が得られている。特に Lutzer による $F[M]$ の可算パラコンパクト性の研究は重大な影響を与えた。著者は Lutzer の問題に完全解決を与えたのみならず, $F[M]$ の正規性の特徴づけを明確な形で与えている。この証明のための著者が導入した擬似強 q -集合の概念は, 集合論の公理系とも関連し, 多くの応用があると思われる。また $F[M]$ は正規で可算パラコンパクトでない Dowker 空間の研究にも重要な意味をもつために, 著者による $F[M]$ の正規性と可算パラコンパクト性の研究は, 非常に秀れた業績と考えられ, すでに国際的に高い評価を得ている。

よって著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。