

氏名(本籍)	しゅう けん ぺい (中国)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第1082号
学位授与年月日	平成5年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Continua in the Stone-Čech remainder of the reals (実数空間のストーン・チェック剰余における連続体)
主査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学教授 理学博士 中川良祐
副査	筑波大学教授 理学博士 内山三郎
副査	筑波大学教授 理学博士 赤平昌文

論 文 の 要 旨

位相空間におけるコンパクトな連結集合、いわゆる連続体は、距離空間においては多くの位相的な様相と幾何学的な様相を合わせ持つ。これについては1950年代から60年代前半にかけてのWildier, Kuratowski, Sierpinski, Bing等の研究があり、これらによりいわゆる連続体論の基礎が構築された。連続体は更により小さい2個の連続体の和に表わされる分割可能な連続体と、それがもはや不可能である分割不能な連続体とに分類される。これらの連続体は上記の一連の研究で様々な角度から論ぜられ、その後の連続体論全般において基本にして重要な概念とされている。

本論文では実数空間 \mathbb{R} のStone-Čech剰余 $R^* = \beta\mathbb{R} - \mathbb{R}$ における連続体を主要な研究対象としている。 R^* は距離の構造を持たない代表的な空間であるが、一般にこのような空間においては、連続体は必然的に幾何学的な様相が失われ、同時に位相的な様相も難解となる。実際、連続体の構成、その存在等々個々の具体的な空間においてすら同様である。本論文で論じられている R^* に関しては、1971年のBellamyによる研究から始まる。一般に、 R^* は2個の相互に同相な連結成分 $\beta[0, +\infty) - [0, +\infty)$ 及び $\beta(-\infty, 0] - (-\infty, 0]$ の直和となることから、 R^* における連続体は本質的に $\beta[0, +\infty) - [0, +\infty)$ における連続体と考えられる。Bellamyは $\beta[0, +\infty) - [0, +\infty)$ 自身分割不能な連続体であることを証明した。その後Browner, Douwenにより2次元以上のユークリッド空間 \mathbb{R}^n について $\beta\mathbb{R}^n - \mathbb{R}^n$ は位相的に異なる2^o個の連続体を含むことが証明され、 R^* についてもSmithによって、連続体仮説CHの下で同様な結果が証明された。また、一般に連続体ではその連結性を本質的に示す切断点の存在が重要である。これについてBaldwin-Smithは、CHの仮定の下で $\beta[0, +\infty) - [0, +\infty)$ の自明でない単純点は切断点となることを証明した。こ

れらはいずれも R^* の連続体論に関する本格的な研究であるが、本研究はこれらの研究から生じた本質的な問題をことごとく解決しているものである。

本論文は、先ず Mioduszewski による R^* における layer の概念を考察することから始まる。そこでは layer の取り扱いが不鮮明であったが、本論文では、それが集合論と本質的に関連することに着目し layer を明確に規定した。これにより全ての layer は分割不能な連続体であることを証明し、Mioduszewski の提起した問題を肯定的に解決した。これをもとに、更に本論文では集合論におけるモデル理論の手法を導入し、Cohen 実数を付帯したモデルを構成することにより、そこでの R^* の位相同型でない 2^{\aleph_0} 個の連続体の存在を証明した。この成果は、これらの存在と集合論の公理と独立性に関する Smith の問題を肯定的に解決している。更に、本研究では集合論の手法を駆使し、 R^* の分割可能な連続体について一つの表現定理を証明し、 R^* の連続体を体系的に論じることに成功している。これにより先ず $\beta [0, +\infty) - [0, +\infty)$ の遠隔点は全て切断点にならないことを CH の仮定をせず証明し、上記の Baldwin-Smith の結果に関する彼らの問題に対し否定解を与えた。次いで本研究では通常集合論の範囲で、 $\beta [0, +\infty) - [0, +\infty)$ に Smith がこれまでに構成している連続体とは異なった新しい位相型の連続体を見いだし、本研究のアイデアの独自性の実証に成功している。

審 査 の 要 旨

距離の構造を持たない空間での連続体は、極めて難解な対象とされこれまで有効な考察の手段が見出せない状態であったが、本研究ではモデル理論や集合論の手法を駆使し優れた研究成果を得ることに成功した。この手法は今後この方面の研究の発展に十分寄与すると思われ、上記の成果とともに高い評価を与えるものである。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。