

氏名(本籍)	ハンス・フレデリック・ウィレポールツ (オランダ)		
学位の種類	博士 (理学)		
学位記番号	博 甲 第 1089 号		
学位授与年月日	平成 5 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 1 項該当		
審査研究科	物理学研究科		
学位論文題目	Order and Chaos in Coupled Logistic Maps (結合ロジスティック写像系のカオスと秩序)		
主査	筑波大学教授	理学博士	高山 一
副査	筑波大学教授	理学博士	小寺 武 康
副査	筑波大学助教授	理学博士	久保 健
副査	筑波大学講師	理学博士	有光 敏 彦

### 論 文 の 要 旨

規則的な対流や乱れた流れを示す流体現象など、わずかなパラメータの変化で秩序や乱れが出現する複雑な系を理解するために、カオスが内在する要素を相互作用で繋げた、結合カオス系と呼ばれる理論模型が最近提起され、詳しく調べられている。本論文題目の系もその一つで、典型的なカオス現象を示すロジスティック写像で記述される要素が空間の各点で定義され、隣接する要素間に拡散型の相互作用が存在するという模型であり、写像中の非線形性と拡散相互作用の強度を規定する2つのパラメータ、 $\alpha$ と $\varepsilon$ 、の組合せによって、多様な現象が出現する。例えば、時間的に周期的に振舞う部分とカオス的に振舞う部分が空間的にはランダムに凍結された状態（凍結ランダムパターン状態）や空間的にも時間的にもほとんど周期的な振舞いを示す状態（パターン選択状態）などである。規則性の強いパターン選択状態が凍結ランダムパターン状態より $\alpha$ の大きい領域で見られることが一つの特徴であり、結合系においては孤立要素のカオス特性が著しく修正を受けるもの、従って、後者のカオス特性が直接前者に反映されるものではないと考えられていた。

ところで、上述の特徴的な状態はランダムなパターンを初期条件として時間発展を追い、十分時間が経た後到達する終状態を指すが、初期パターンの振幅 $A$ として写像変数の取り得る最大値を取った場合である。それではこの振幅 $A$ を連続的に制御するとどのような終状態に到達するであろうか。これが本研究の出発点である。具体的に、例えば、孤立写像系が $2n$ 周期の時間発展を示す $\alpha$ の領域で振幅 $A$ をゼロから増大させていくと、 $A$ が十分小さければ拡散型の相互作用を反映して系全体が一つの孤立カオス系として振舞うが、 $A$ がある値を越えると周期発展の位相が不揃いな部分が空間的な構造を伴って出現する。バンド混合と呼ばれるこの現象が起り始める $A$ の値が、ちょ

うど孤立写像系のリペラーと呼ばれる固定点（その近傍にある変数は時間発展と共に必ずこの近傍から遠ざかるような点）の値に対応していることを数値的に見いだした。この対応関係の発見は、結合系の終状態（の初期振幅  $A$  への依存性）に関して孤立カオス系の特性が重要な役割を演じていることを示した点で重要である。この対応関係と、孤立写像系の分岐図の自己相似性および振幅  $A$  が最大値の場合の終状態に関する情報とを組み合わせると、 $A$  の値を変えていったときの終状態を正しく予測することができるようになり、また、凍結ランダム状態におけるの諸現象が容易に説明されることなどを明らかにした。

さらに本研究では、結合ロジスティック写像系の以下のような特性を明らかにしている。この結合カオス系ではこれまでの予想以上にカオスの振舞いが抑制されること、具体的には、非線形形成  $\alpha$  と相互作用  $\varepsilon$  がともに大きい領域の終状態はこれまで予想されたカオス状態ではなくパターン選択状態であること、この状態から  $\varepsilon$  を減少させたとき、新たなタイプの間欠的時間発展状態を見出したこと、時間発展方程式と初期条件がともに空間的に等方的であっても、終状態としてある方向にパターンが進む、進行波状態と呼ばれる興味深い現象について新しい解釈を与えたこと、などである。本研究によって結合ロジスティック写像系が示す現象がさらに変化に富んだものであることが示され、そのいくつかの現象に対して見通しの効く説明が与えられたと言える。

## 審 査 の 要 旨

最近の物理学の大きな流れの一つは、流体や生命体などが示す複雑な非線形動力学現象に向けられている。コンプレックス系とも呼ばれる、このような系への理論的アプローチの1つが結合カオス系による解析である。本研究では結合カオス系の典型である結合ロジスティックに写像系について膨大な数値解析を行い、いくつかの新たな特性を見いだした。特に、時間発展の初期状態の振幅と孤立写像系のリペラーとの大小関係が結合系の終状態を規定することを検証した点は重要であり、これまでに知られている種々の終状態について見通しのよい説明が付けられたと同時に、対応する実験系においてカオスを制御する方法を提供したものと言える。また、非線形性と相互作用がともに大きい領域での終状態の確定や進行波状態に関する新しい視点からの説明なども興味深い結果である。以上の結果のほとんどは数値計算から導かれた経験則とも呼ぶべきもので、解析的な理論による裏付けはなされていないが、現在研究の萌芽期にあり、解析的な理論を模索中の結合カオス系の研究においては十分に意義ある、重要な知見であり、本論文の成果は高く評価される。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。