【201】

氏　名(本　籍)	米田二良（こめだじりょう）（神奈川県）
学位の種類	理　学　博　士
学位記番号	博　乙　第　672　号
学位授与年月日	平成3年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	**On the existence of Weierstrass points with a prescibed semigroup** （定められた半群を持つワイエルシュトラス点の存在について）

主　査	筑波大学教授	理学博士	阿部英一
副　査	筑波大学教授	理学博士	内山三郎
副　査	筑波大学教授	理学博士	神田　護
副　査	筑波大学教授	理学博士	児玉之宏

論　文　の　要　旨

複素数体上の種類gの完備非特異既約代数曲線（以下，代数曲線と呼ぶ）をCとし，C上の点Pに対し、Pでn位の極を持ち，P以外では正則なC上の関数が存在しないとき，nのことをPのgapと呼ぶ。Pのgapの集合G(P)の個数はgであり、C上の有限個の点を除いて，$G(P)=\{1, 2, .., g\}$となることが知られている。これらの点を通常点と呼び，通常点でない点をワイエルシュトラス点と呼ぶ。このとき，負でない整数の全体のなす加法に関する半群をNとすると，$H(P)=N-G(P)$はNの部分半群となる。逆に，Nの部分半群Hで，N-Hが有限集合になるものを算術的半群と呼び，N-Hの個数をHの種類と呼ぶ。

本論文で著者は，種数gの算術的半群Hを与えたとき，$H(P)=H$となるような代数曲線Cとその上の点Pが存在するかという長い間未解決である問題に取り組み，次のような結果を得た。

この問題は，種数gの代数曲線とその上の点との対(C, P)の全体のなすmoduli空間の中で$H(P)=H$となるものの全体をC_Hとしたとき，$C_H\neq\phi$となるかと言い換えられる。著書は，算術的半群Hからトーラス埋め込みを構成することができるならば，$C_H\neq\phi$であるという基本的な定理を発見し，これを用いて，次のような種々の場合について，$C_H\neq\phi$であることを明らかにした。

(1)　Hの極小生成系M(H)の個数が2，3のとき，および4であってかつM(H)の元が1-neatと呼ばれる特定の代数関係を充たすならば，$C_H\neq\phi$である。

(2)　Hに含まれる零でない最小数が2，3，4ならば，$C_H\neq\phi$である。

(3)　g個の整数の組$\alpha=\{\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_{g-1}\}$が$0\leqq\alpha_0\leqq\alpha_1\leqq...\leqq\alpha_{g-1}\leqq g-1$をみたすと

き，αを種数gのシューベルト指数と呼び，$w(\alpha) = \Sigma \alpha_i$をその重さと呼ぶ。$H(\alpha) = N - \{\alpha_i + i + 1 ; i = 0, 1, ..., g-1\}$がNの部分半群をなすとき，$\alpha$は半群条件を充たすという。また，種数gのシュウベルト指数の全体には半順序を入れることができ，$\beta \leqq \alpha$であるすべてのシュウベルト指数βが半群条件を充たすときαは原始的であるという。このとき，種数gの原始的シュウベルト指数αの重さがg−1以下ならば$C_{H(\alpha)} \neq \phi$である。

審　査　の　要　旨

算術的半群Hが与えられたとき，H(P)＝Hを充たす代数曲線Cとその上の点Pが存在するかという問題はHurwitz（1893年）によって提出されたが，いくつかの存在例が示されたのみで，長い間の懸念であった。その後，Pinkham（1974年）によって，Moduli空間C_Hを構成する方法があたえられたことで，初めて本質的な進展をみたが，具体的にHを与えたとき，$C_H \neq \phi$を判定する方法にはなりえなかった。ところが，Buchweitz（1980年）によって，$C_H \neq \phi$である例が発見されたため，Hに対して$C_H \neq \phi$となるための必要十分条件を求めることが問題となってきた。

著者はトーラスの埋め込み理論など，最近の代数幾何学の理論をPinkhamのmoduli空間の構成に適用し，緻密な計算を実行することによって，$C_H \neq \phi$となるための強力かつ有効な十分条件を見つけることに成功した。さらに，この方法をEisenbud-Harris（1987年）の特殊化の手法と結び付けて，彼らの境界条件においても$C_H \neq \phi$であることを示し，その次元の評価を与えた。この結果によって，体系的に多くの新しい存在例を見つけることが出来たことは，この問題の解決に画期的な貢献をしたものとして高く評価される。

よって，著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。