【163】

氏　名(本　籍)	杉　本　　充（茨　城　県）
学 位 の 種 類	博　　士（理　　学）
学 位 記 番 号	博　乙　第　737　号
学位授与年月日	平成 4 年 2 月 29 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
審 査 研 究 科	数　学　研　究　科
学 位 論 文 題 目	On the L^P-boundedness of pseudo-differential operators and Fourier integral operators. （擬微分作用素およびフーリエ積分作用素のL^P-有界性について）

主　査	筑波大学教授	理学博士	村　松　寿　延
副　査	筑波大学教授	理学博士	梶　谷　邦　彦
副　査	筑波大学教授	理学博士	太刀川　弘　幸
副　査	筑波大学教授	理学博士	中　川　久　雄

論　文　の　要　旨

フーリエ解析が偏微分方程式の研究に有用であることは古くから知られていたが，Calderon-Zygmund は特異積分作用素の理論を開発し，偏微分方程式論に画期的な成果を上げた。それをさらに一般化し，精密化したのが，擬微分作用素である。擬微分作用素の全体は楕円型微分作用素の逆を含む作用素の代数（環）をなしている。これを，波動方程式の解を表示できるように，さらに拡張したのがフーリエ積分作用素である。本論文はこの作用素の函数空間での有界性について研究したものである。

線型偏微分方程式の解がデータにフーリエ積分作用素を作用した形に表示できるから，解の性質をデータのそれから知るには，フーリエ積分作用素が適当な函数空間をその函数空間（または異なる空間）へ写像することを調べればよい。函数空間が完備ならば必然的に有界になるから，フーリエ積分作用素の有界性を調べることになる。本論文では，函数空間として，L^P，つまりp乗可積分函数の空間（1，2，4章），とベゾーフ空間，つまり函数の可微分性をL^Pノルムで測った空間（3章），を取って，論じている。

先ず第1章では，表象が$S_{0,0}^{0}$の擬微分作用素の有界性について論じている，この場合については，A.P.CalderonとR.Vaillancortの結果やH.O.Coldesの結果などがあるが，著者は表象の微分可能性について最小限の（と思われる）仮定，すなわち，表象が$B_{\infty,1}^{(n/2,n/2)}$に属すること（つまり，ベゾーフ空間論の意味で“強く”xおよびξについてn/2回の微分可能性があること）よりL^2有界性を証明している。これまでのすべての結果を含んでいる最も精密なものである。

第2章は$1<p<2$のとき，$S_{0,0}^{m}$に属する表象を持つ擬微分作用素のL^P有界性を論じている。

$m \leq -|1/p-1/2|$ が有界となるための必要条件であることは既にL.Hörmanderが示しており，$m < -|1/p-1/2|$ ならば有界となることも容易に分かる。そこで $m = -|1/p-1/2|$ の場合が問題になる，著者はこの場合について，表象の微分可能性の条件を最小限にして有界性を証明した。つまり，“強く”x について $n/2$回，ξについて n/p 回微分可能であれば有界であるという定理を証明した。これもそれまでの結果をすべて含み，微分可能性の階数をこれより小にすると有界といえない（反例がある）という意味で最も精密なものである。

第3章は表象が最も一般の場合について，擬微分作用素のベゾーフ空間での有界性を論じている。ここでも表象の微分可能性についての仮定を最小限して結果を出している。ここでの結果は特にG. Bourdaudの最も性質の悪い $S^{0}_{1,1}$ に属する表象についての結果（1982年）を含んでいる。

第４章は$1 < p < \infty$，相函数が $x\xi + \phi(\xi)$，表象（振幅函数）が $a(\xi)$ の場合について，フーリエ積分作用素の L^p-有界性を論じている。$a(\xi)$ は原点の近傍でO，遠方で$-k$次の同次式であると仮定する。1980年にJ.Peralは$\phi(\xi) = |\xi|$ のとき“$k \geqq (n-1)|1/p-1/2|$ ならば有界”を示した。$k \geqq (n-1)|1/p-1/2|$ が有界性の必要条件であることは1970年にS.Sjötrandにより示されている。著者は超曲面：$\phi(\xi)=1$が狭義凸という付加条件のもとでこれが有界性の十分条件であることを証明した。それは宮地晶彦およびM.Bealsの結果を含んでいる。

審　査　の　要　旨

著者は第１章ではベゾーフ空間論を使った独持で明快な方法で証明を与えている。以下の章ではこれに加え，ハーディ空間などの実解析学の方法も援用し，また，準バナッハ空間に関する複素補間空間論など近年開発された方法を用い，実に精密な結果を得ている。すなわち，著者は函数解析学，実解析学，複素函数などの方法を巧妙に用いており，本論文の結果は偏微分方程式論にも深く関連している。

よって，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。