

氏名(本籍)	^{ちえ} 崔 ^{すん} 洵 ^{みん} 敏 (韓国)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第1,213号
学位授与年月日	平成6年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数 学 研 究 科
学位論文題目	Differential geometry on submanifolds in an indefinite space form (非定値空間形の部分多様体の微分幾何学)
主査	筑波大学教授 中川久雄
副査	筑波大学教授 木村達雄
副査	筑波大学教授 高橋恒郎
副査	筑波大学助教授 伊藤光弘

論 文 の 要 旨

Semi-Riemann 多様体の部分多様体の構造に関する研究は Riemann 幾何学の重要な研究課題の一つである。特に, Minkowski 空間内の平均曲率が一定な空間型超曲面は相対論において興味のある研究対象とされ, 微分幾何学, 偏微分方程式論などの立場からいろいろ検討されている。本論分は非定値空間形の部分多様体について2つの主題に関する微分幾何的研究をまとめたものである。

指数 p の $m+p$ 次元非定値空間形の平均曲率ベクトル場が平行である m 次元完備空間型部分多様体を考える。このような部分多様体の典型的なモデルとして全臍的部分多様体, すなわち, 実空間形(球面, Euclid 空間, 双曲空間), 双曲シリンダーと双曲空間の積多様体が知られている。特に, Cheng と Yau による Bernstein 問題の Lorentz 版の肯定的解決と石原による高余次元化によって, 全側地的ではない極大空間型部分多様体は外空間が双曲空間の場合に限り, さらにその第2基本形式のノルムが最大るときある特定の次元と曲率を持つ双曲空間の積多様体に限ることが示された。このことから平均曲率ベクトル場が平行である完備空間型部分多様体のモデル空間の幾何的量による特徴づけを与えることが次の問題として提起される。実際, 外空間の曲率が正の場合, 全臍的部分多様体は種々の立場から特徴づけられた。崔氏は3次元部分多様体に関して Ricci 曲率を制限することにより別の十分条件を求めた。さらに, 任意の次元の部分多様体に対して, その第2基本形式のノルムが有界であることを示し, 特にそのノルムが上限に一致する部分多様体を完全に分類した。この結果は上に述べた全臍的部分多様体に関する諸定理の別証明を与えている。また同時に双曲シリンダーと極大部分多様体の特徴づけも与えており, 同氏の定理は極大空間型部分多様体に関する Cheng-Yan および石原の定理の一般化である。

この同氏の定理により、反 de-Sitter 空間の完備空間型極大超曲面で第 2 基本形式のノルムが最大になるのはモデル空間であることを示されるが、そのノルムの値分布の状態について情報が得られるかという問題もある。これは Riemann 幾何における Chern により提出された問題の Lorentz 版である。これに関して同氏は 3 次元超曲面の場合に一つの解答を与えており、双曲シリンダーの剛体定理を示している。

崔氏の第 2 の主題は 3 次元 Minkowski 空間の空間型および時間型曲面の Gauss 写像による分類である。同氏は Gauss 写像 ξ が条件 $\Delta \xi = A \xi$, $A \in \text{Mat}(3, \mathbb{R})$ を満たす線織面および回転面を考察して、これは典型的なモデル空間になることを主張して完全な分類に成功した。

審 査 の 要 旨

本論文は、非定値空間形の平行な平均曲率ベクトル場をもつ空間型部分多様体の分類問題および Gauss 写像による 3 次元 Minkowski 空間の曲面の分類問題を取り扱っている。第 1 の課題に対しては Cheng-Yau および石原の Bernstiin 型定理の完全な一般化を証明し、さらに特別な場合に剛体定理を与えており、第 2 の課題に対しては Gauss 写像が調和写像であることを普遍化した条件のもとで完全に分類している。これらの結果は今後この分野の研究に貢献するところが大きいと評価することができる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認められる。