

氏名(本籍)	伊藤 宗彦 (高知県)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博甲第232号
学位授与年月日	昭和59年3月24日
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当
審査研究科	数学研究科 数学専攻
学位論文題目	On M_1 -spaces (M_1 -空間について)
主査	筑波大学教授 理学博士 児玉之宏
副査	筑波大学教授 理学博士 神田護
副査	筑波大学教授 理学博士 小泉正二
副査	筑波大学教授 理学博士 中川良祐

論文の要旨

1961年J. Cederは距離化可能空間の一般化として M_1 -空間, $i=1, 2, 3$ を定義し, M_1 -空間は M_2 -空間であり M_2 -空間は M_3 -空間となることを示した。同時にCederは, この逆が成り立つかという問題を提起した。 M_3 -空間が M_2 -空間となることは1976年G. GruenhagenとH. Junnilaによって独立に証明されたが, M_2 -空間が M_1 -空間となるかという問題はまだ未解決である。これは「 $M_3 \Rightarrow M_1$ 」問題と呼ばれ, 現在位相空間論において最も難しく最も興味のある問題の一つに挙げられている。本論文において著者は, この解決に各方面から接近を試み, G. Gruenhagen, R. W. Heath等の提起した問題に完全な解決を与えている。§2においては, 「 $M_3 \Rightarrow M_1$ 問題」についてのこれまで知られた結果と問題点が述べられている。§3の主定理はつぎのものである。 M_1 -空間 X においてその各点が閉包保存な開近傍基をもつならば, X の任意の閉集合は閉包保存な開近傍基を持つ。この定理の結果として, 各点が閉包保存な開集合基を持つ M_3 -空間は M_1 -空間となることが証明され, 特に第1可算 M_1 -空間は各閉集合が M_1 -空間となるような M_1 -空間, すなわち継承的 M_1 -空間となることが示されている。すべての M_1 -空間においてその任意の閉集合が M_1 -空間となるかはまだ未解決であるために, G. Gruenhagenはつぎの問題を提起している。 X が継承的 M_1 -空間ならば, X の閉連続像は M_1 -空間となるか? §4においてこの問題の肯定解が与えられている。この結果の系として, 第一可算 M_1 -空間の閉連続像は継承的 M_1 -空間となることが証明される。最近T. Mizokamiによって $M_3-\mu$ -空間が M_1 -空間となることが示されたが, $M_3-\mu$ -空間の例としてはG. Gruenhagen

による F_σ -距離化可能空間が知られているに過ぎない。本論文の後半において、コンパクトな境界をもつ σ -閉包保存な副基をもつ空間は μ -空間となることが示されている。この結果として、0次元空間の範囲においては、 M_1 - μ -空間であることと Heath-Junnillaにより導入された M_0 -空間であることが同値となることが証明されている。他に S. Okaにより定義された EM_3 空間族と σ -閉包保存な開集合基をもつ M_3 空間族との関連が述べられている。

審 査 の 要 旨

「 $M_3 \Rightarrow M_1$ 」問題は現在位相空間論において最も興味ある未解決問題の一つである。その理由は、 M_1 -空間が継承的であるとか、積保存性、閉写像による保存性等の性質を持ち、距離空間よりも安定した空間族を形成するからである。本論文は「 $M_3 \Rightarrow M_1$ 」問題について最近最も大きな貢献をなしたものであり、国際的にも非常に高く評価された。特に、各点が閉包保存な開近傍基を持つ M_3 -空間が M_1 -空間となることおよび継承的 M_1 -空間の閉連続像が継承的 M_1 -空間になるという結果は、G. Gruenhagenの問題に完全解決を与えたものであり、「 $M_3 \Rightarrow M_1$ 」問題の解決に大きく近付いたもので、大変興味深い。また、これらの結果の証明は複雑な段階を経て与えられるが、それに使用された強力な構成方法は閉包保存な集合を取扱うのに非常に有効なものと与えられる。さらに、0次元 M_3 - μ -空間が M_0 -空間になるという定理は、「 $M_3 \Rightarrow M_1$ 」問題が肯定解をもつという予測を与えた。この意味で、本論文の定理およびその証明のために開発された方法は、「 $M_3 \Rightarrow M_1$ 」問題の追究に最も直接的でありかつ有効なもので、国の内外から注目されており非常に秀れた業績と考えられる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるのに十分な資格があるものと認める。