

氏 名 (本 籍)	栗 林 泉 (静岡県)
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	博 乙 第 308 号
学 位 授 与 年 月 日	昭 和 61 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
審 査 研 究 科	数 学 研 究 科
学 位 論 文 題 目	On automorphism groups of algebraic curves. (代数曲線の自己同型群について)
主 査	筑波大学教授 理学博士 小 泉 正 二
副 査	筑波大学教授 理学博士 阿 部 英 一
副 査	筑波大学教授 理学博士 松 村 睦 豪
副 査	筑波大学教授 理学博士 神 田 護

論 文 の 要 旨

複素解析において、所謂：初等函数——三角函数とか、対角函数など——の次に来るのが楕円函数であり、楕円函数を或る意味でより一般にしたのが、代数函数である。1つの代数函数に対しては1つの閉リーマン面が対応する。ここで、或る閉リーマン面 X 上定義されるすべての解析函数からなる（代数）函数体 K を考える立場が生じ、閉リーマン面（或いは代数曲線と云ってもよいが）の研究と代数函数体のそれとが同等のものとなり、リーマン面の自己同型と函数体の自己同型は同一のものを別の面からみたものとなる。閉リーマン面 X の種類 g が 2 以上の場合、 X の全自己同型群 $\text{Aut}(X)$ は有限群となり、その位数は標数零の場合は、 $84(g-1)$ 以下になることが Hurwitz 以来知られている。

本論文は種類 2 以上の閉リーマン面 X とそのある自己同型群 G の研究であり、全体は 4 つの部分にわかれ、第 1 部では正標数の場合を扱うが、第 2 部以下は複素数体 \mathbb{C} 上の代数曲線のみが対象となる。いずれの場合にも、 G とその q -canonical 型式の空間による表現、乃至は対応する指標 χ_q との組 (G, χ_q) が重要な資料であり、理論展開の上では、“Eichler-Selberg の跡公式” が本質的な手段を提供する。以下各部の内容を概観する。

第 1 部： \mathbb{C} 上のクライン曲線 K は種数 3 でその全自己同型群は最大可能位数 $84(3-1)$ をもつのであるが、正標数の場合は事情が異なる。この場合、特に標数 2, 3 の場合を含めて、 $\text{Aut}(K)$ を具体的に決定し、更にこの時使った方法から、4 次対称群と合同な（リーマン面の）自己同型

群を位相同等の意味で数えあげた。この場合既に、上に述べた指標 χ_1 が有効に働いている。

第2部：素数位の巡回群 G とその指標 χ との組 (G, χ) があるリーマン面 \mathcal{X} の自己同型群 G' とその指標 χ_1 との組 (G', χ_1) と同型になるための必要十分条件が与えられる。この場合、上記跡公式が本質的な役割を果たすが、更に、これは跡公式の新しい局面を窺ったものとも云える。

第3部：リーマン面の被覆に関する“Riemann-Hurwitzの公式”

$$2g-2 = n(2g_0-2) + n \sum \left(1 - \frac{1}{m_i}\right)$$

の抽象化により定義されるdata $(n, g, g_0, m_1, \dots, m_r)$ を基礎におき、再び跡公式を道具として、種数 $g=2$ の場合、自己同型群 G と χ_1 との組 (G, χ_1) のclassificationを与える。

第4部は本論文の主要部分であり、3つの主定理を含む：定理Aは、リーマン面 \mathcal{X} とその自己同型群 G との組 (\mathcal{X}, G) の位相的構造は、 G が巡回群のとき、 G の指標 χ_q ($q=1, 2, \dots$)により特徴づけられることを主張し、定理Bは χ_q ($q=1, 2, \dots$)はその有限個 $\chi_1, \dots, \chi_{4g+2}$ (g は種数)により決定されることを主張する。更に定理Cとして、巡回群 G とその指標 χ が、あるリーマン面の自己同型群とその指標 χ_1 として実現される条件を、ここでも、跡公式を基礎として書きあげている。

審 査 の 要 旨

本研究の最終目的は、閉リーマン面の自己同型群の完全なclassificationであり、それは函数論・代数幾何学、特に代数曲線のModuli理論などに関連する重要な問題の1つである。著者の方法は独創性にも富み、代数的色彩の強いものである。論文の内容は、やや抽象的なにおいの部分もあるが、その抽象論が具体的な結果、例えば第4部でGuerreroの定理の反例を生んでいる。本論文の定理Bは、その訂正を与えている。より扱い易い場合からだんだん複雑な場合に進んで、これまでの成果をあげたが、更に今後の研究にもつながるものである。この方面の研究はアメリカ・ヨーロッパにも研究者が多く、著者の結果は注目されておる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。