

氏名(本籍) ^き木 ^{むら}村 ^{たかし}孝 (愛知県)

学位の種類 理学博士

学位記番号 博乙第411号

学位授与年月日 昭和62年10月31日

学位授与の要件 学位規則第5条第2項該当

審査研究科 数学研究科

学位論文題目 Contributions to the theory of compactifications
(コンパクト化の理論への貢献)

主査 筑波大学教授 理学博士 児玉之宏

副査 筑波大学教授 理学博士 中川良祐

副査 筑波大学教授 理学博士 赤平昌文

副査 筑波大学助教授 理学博士 保科隆雄

論文の要旨

可分距離空間においてそのコンパクト化の剰余の次元を求めることは古くから考察されている。j. de Groot は1942年にコンパクト化の剰余の次元を特徴付ける問題を提出した。1960年にE. Sklyarenko は空間 X に対して $SkIX$ と記される不変量を定義し、de Groot の不変量 $defX$ と重要な関係を持つことを証明した。本論文において著者は de Groot と Sklyarenko の不変量が等しいことを証明して、de Groot の問題に部分解を与えている。

可分距離空間 X に対して $defX$ を X のすべてのコンパクト化 αX について剰余空間 $\alpha X - X$ の次元の最小とする。 X の開基底 B が存在して、 B の任意の相異なる $n+1$ 個の要素 B_0, B_1, \dots, B_n に対して $B_d B_0, B_d B_1, \dots, B_d B_n$ がコンパクトとなる時、 $SkIX \leq n$ と定義する。ここで $B_d B$ は B の境界である。第一章においてde Groot の不変量 $defX$ と Sklyarenko の不変量 $SkIX$ が等しいことが証明されている。これはある種の性質をもつ全有界な一様系を定義する開基底を作ることから得られる。章の終りで、任意の自然数 n について $defX - cmpX = n$ となる可分距離空間 X の例が構成されている。このことから、 $defX$ と $cmpX$ の差は任意に大となり得ることが知られる。第二章では、距離空間の Stone-Čech コンパクト化はすべて regular Wallman であることが証明されている。これは A. K. Misra の結果を拡張するものである。さらに X がある種の局所コンパクト空間の場合に、 $\beta X - X$ が regular Wallman となることが示される。第三章ではコンパクトな樹状空間は regular supercompact となることが証明される。J. van Mill はこの結果を多くとも連続体濃度の閉集合をもつ樹状空間について示している。結果として、すべてのコンパクト樹状空間は regular Wallman となる

こと, rim-compact な樹状空間の Freudenthal コンパクト化は regular supercompact, 従って regular Wallman となることが知られる。この証明のために, 樹状空間の構造が精細に決定されている。J. van Mill の方法とは全く異なる新しい構成が使用されている。

審 査 の 要 旨

1942年 de Groot によって提出された問題「 $\text{def}X = \text{cmp}X?$ 」はコンパクト化と次元論の中で最も難しい問題であった。1960年に Sklyarenko がさらに新しい不変量 $\text{Sk}lX$ を導入したことで解決の糸口が与えられたが, 現在まで未解決であった。著者は本論文において $\text{Cmp}X = \text{Sk}lX$ を証明して Sklyarenko の問題を完全に解決した。定理の証明の中で示した良い条件をもつ開基底の構成は, 次元論において大変興味があり多くの応用が考えられる。また $\text{def}X$ と $\text{cmp}X$ の差が任意に大きくなり得ることを示した例は, R.Pol が差が 1 となる空間しか作っていないことを考えてみても, 非常に有意義な結果である。第二章における距離空間の Stone-Čech コンパクト化が regular となること, 第三章におけるコンパクト樹状空間が supercompact となることも著名な問題の解決であり, 非常に注目すべき結果と考えられる。de Groot の問題は各国の研究者が鋭意解決に努力しているものであり, 著者の仕事は国際的にも高く評価されている。

よって, 著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。