

| | |
|---------|---|
| 氏名(本籍) | 三輪拓夫(岡山県) |
| 学位の種類 | 理学博士 |
| 学位記番号 | 博乙第214号 |
| 学位授与年月日 | 昭和59年10月31日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第5条第2項該当 |
| 審査研究科 | 数学研究科 |
| 学位論文題目 | Retraction and extension of mappings of generalized metric spaces (一般距離空間のレトラクションと写像の拡大) |
| 主査 | 筑波大学教授 理学博士 児玉之宏 |
| 副査 | 筑波大学教授 理学博士 高橋恒郎 |
| 副査 | 筑波大学教授 理学博士 西村敏男 |
| 副査 | 筑波大学教授 理学博士 中川良祐 |

論文の要旨

本論文において著者は、一般距離空間の種々の class において、絶対レトラクト (AR), 絶対近傍レトラクト (ANR) と絶対拡張体 (AE), 絶体近傍拡張体 (ANE) の関係を解明し、それらの class における絶対レトラクトの特徴付けを与えている。第一章において、単調正規空間の接着空間は再び単調正規空間になることが証明される。この結果として単調正規空間の族において AE と AR は同値となる。つぎに、D 空間と自由 L 空間の接着空間が自由 L 空間となることが示され、自由 L 空間の族における AR は D 空間の族における AE となることが証明される。第 2 章においては、 M_1 空間の族に対してテスト空間 $Z(X)$ が構成されている。すなわち、 M_1 空間 X に対して X を閉集合として含む M_1 空間 $Z(X)$ が存在してつぎの条件を満たしている： X が M_1 空間の族において AR となる必要十分条件は、 X が $Z(X)$ のレトラクトとなることである。この結果、 M_1 空間の族において AR と AE の概念は同等であることが示される。第 3 章では、 σ -almost locally finite base をもつ空間族 (σ -ALF 空間族) が考慮されている。主定理は $AR(\sigma\text{-ALF})$ と $AE(\sigma\text{-ALF})$ の同値を述べている。これは、 σ -ALF 空間 X に対して第 2 章で構成した空間 $Z(X)$ が σ -ALF 空間となること、 X が $AR(\sigma\text{-ALF})$ となる必要十分条件が X が $Z(X)$ のレトラクトとなるという 2 つの補題によって証明されている。第 4 章では層型空間の族 S において AR, ANR 空間の特徴付けが与えられる。主定理はつぎのように述べられる。層型空間 Y が $ANR(S)$ となる必要十分条件は Y がつぎの性質をもつ開被覆 W をもつことである； X を位相空間、 A を X の閉集合、 $f, g: X \rightarrow Y$ は W 近似な連続写像、 $j_i: A \rightarrow Y$ を $f|_A$, $g|_A$ を結ぶ W 近似なホモトピーとすると、 A 上では j_i と一

致する f と g を結ぶ W 近似なホモトピー h_t が存在する。この定理は、 $\text{ANR}(S)$ が局所平等連結であることに注目して、その積空間における平等連結写像を構成することにより証明されている。第 4 章の結果は、層型空間族より少し広い空間族においても成立することが述べられている。

審 査 の 要 旨

Q を空間の族とすると、 $\text{AR}(Q)$ と $\text{AE}(Q)$ の関係は、O. Hanner, E. Michael によって 1960 年代に研究されている。著者はこの問題を、一般距離空間の族において追究している。この空間族においては、接着空間の構成は有効でない場合があるために (M_1 空間族等)、テスト空間 Z の性質を調べて AR と AE の同値を証明している。これは興味ある有意義な方法と思われる。また今後一般距離空間でのレトラクト理論の発展にも大きな影響を与えるものである。後半において、層型空間の族における AR の特徴付けを局所平等連結写像を使用して与えているが、このことは平等連結性と AR の同値問題にも関連して興味ある結果と考えられる。また σ -ALF 空間族での AR と AE の同値性は、 $M_3 \rightarrow M_1$ 問題の難しさから考慮しても優秀な結果であり、国際的にも高く評価されている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものとみとめる。