

氏名(本籍)	鈴木正彦 (福島県)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第207号
学位授与年月日	昭和59年7月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On isolated singularities of quasihomogeneous functions. (擬斉次関数の孤立特異性について)
主査	筑波大学教授 理学博士 松村 陸 豪
副査	筑波大学教授 理学博士 神田 護
副査	筑波大学教授 理学博士 児玉 之 宏
副査	筑波大学教授 理学博士 村松 壽 延

論 文 の 要 旨

多変数複素関数論の近年における発展において、特異点の研究は主要かつ重要な課題の1つであるが、本論文は孤立特異点をもつ擬斉次正則関数に対する三つの問題についての研究である。第一章において分類問題についての結果が述べられ、第二章においてモデュラス問題についての結果が、そして第三章において位相不変量についての結果が述べられている。

孤立特異点をもつ擬斉次正則関数の分類問題を提出したのはソビエトの著名な数学者 Arnol'd であり、彼は inner modality なる不変量 m を導入し、 $m=0, 1$ の場合の分類を行なった。著者は inner modality を擬斉次関数の重み (weight) を用いて表現することにより、 $m=2, 3, 4, 5$ の場合の分類に成功し多くの擬斉次特異点を得ている。

第二章が本論文の主要部であり、ここで孤立特異点をもつ擬斉次正則関数 f に対する局所モデュラス問題、すなわち関数 f と位相的に同値であるが解析的に異なるものが近くにどの位あるかという問題が考究されている。

原点 0 を孤立特異点とする n 変数正則関数 (芽) $f: (C^n, 0) \rightarrow (C, 0)$ の全体を \mathcal{L} とする。 $f \in \mathcal{L}$ と位相的に同値な関数 $g \in \mathcal{L}$ の全体の f と解析的に同値な関数 $g \in \mathcal{L}$ の全体による商空間を $\text{Moduli}(f)$ で表わすとき、 $\text{Moduli}(f)$ は自然に analytic variety になることが知られている。これについて著者の得た主要定理は次のように表現される。

「 f が 2 変数の擬斉次関数のとき、 f の属する類 $[f]$ は analytic variety $\text{Moduli}(f)$ の正則点である。そして f の孤立特異点の modality ($\text{Moduli}(f)$ の点 $[f]$ における次元) と inner modality

は等しい」

証明は $f \in \mathcal{L}$ の位相構造を保ち、解析構造を変える小攝動が

$$f_t(x, y) = f(x, y) + \sum_{i=1}^k t_i \varphi_i(x, y)$$

なる形で与えられることを示すことによりなされる。ここで $\varphi_1, \dots, \varphi_k$ は $0 \in \mathcal{O}_x / (\partial f)$ の擬次数 ≥ 1 なる単項式基である。

第三章において著者は余階数 2 の擬斉次正則関数 (芽) の Milnor fibration に附随する特性多項式は位相構造を完全には決定しないことを例で示し、続いてその quasi-type (weight) が位相構造を完全に決定することを示している。

審 査 の 要 旨

分類問題については、Arnol'd が行なった inner modality $m = 0, 1$ の場合の分類方法は $m \geq 2$ のときには計算が複雑膨大となり実際に分類を逐行するのは困難であると考えられていた。inner modality を擬斉次関数の重みを用いて表現する著者の創意により $m = 2, 3, 4, 5$ の場合の分類を可能にし、Arnol'd 理論を発展させた。

1 つの analytic manifold V が与えられたとき、 V と位相的に同値で解析的に異なるものがどの位あるかというモデュラスの問題は Riemann, Klein の昔から Riemann 面の研究で始まり、modular 関数、対称領域、整数論と深く関わり発展して来た。モデュラスの問題を特異点のある analytic variety の場合に設定するのは自然である。著者の得た主定理は擬斉次関数で定義される plane curve の場合にこの問題を解決したもので、今後高次元の場合の研究の手掛かりを与えるものと考えられる。この問題は十年前 Arnol'd が自ら分類した具体的ないくつかの関数に対しモデュラス空間を構成し、一般の擬斉次関数の場合に成立することを予想したもので、今迄 Gabrielov & Kushnirenko の斉次関数の場合の結果および吉永氏と著者による $m \leq 2$ の場合の結果しかなく、本論文で 2 変数の場合の一般的な結果が得られた。

$f: (\mathbb{C}^n, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$ の位相構造の研究において、その位相を決定する位相不変量を見出すことに最も基本的で重要な問題であるが、著者は f が擬斉次正則関数のときその重みが位相を決定する位相不変量であることを証明した。

著者が本論文で得た結果は多変数複素関数論における特異点の研究に重要な寄与をなしたもので高く評価される。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものとみとめる。